Jelek és rendszerek (VIHVA214) 2. zárthelyi, **A** csoport 2009.12.11.

JAVÍTÁSI PÉLDÁNY
(CSAK EGÉSZ PONTSZÁM ADHATÓ)

1. nagypélda

Egy FI rendszer impulzusválasza: $h(t) = A\,\delta(t) + \varepsilon(t)\,B\,e^{\beta t}$.

a) Adja meg a valós A, B és β paraméterekre annak a feltételét, hogy a rendszer átviteli karakterisztikája értelmezhető legyen! (2 pont)

A továbbiakban számoljon az A = 2, B = 5, β = - 4 paraméter értékekkel!

b) Számítsa ki a rendszer átviteli karakterisztikáját, és írja fel normál alakban! (4 pont)

A rendszer bemeneti jele a 4 periódus idejű u(t) jel, melynek kifejezése $-2 < t < 2$ -re
$u(t) = [\varepsilon(t + 1) - \varepsilon(t - 2)]\,10$.

c) Vázolja a jelet a (- 4, 4) intervallumon! (2 pont)

d) Adja meg a bemeneti jel másodrendű, valós alakú Fourier polinom közelítését! (8 pont)

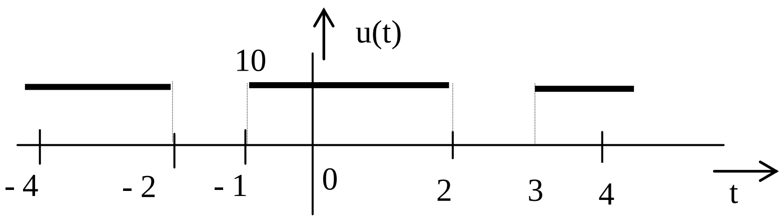
e) Adja meg a válaszjel állandó összetevőjét és alapharmonikusát! (4 pont)

---

a) A, B tetszőleges, β < 0 $\boxed{\text{2 pont}}$
(vagy A, β tetszőleges, B = 0)

b) $h(t) = 2\,\delta(t) + \varepsilon(t)\,5\,e^{-4t}$, $H(j\omega) = 2 + \dfrac{5}{j\omega+4} = \dfrac{2\,j\omega+13}{j\omega+4}$. $\boxed{\text{4 pont}}$

c)



$\boxed{\text{2 pont}}$

d $U_0^C = \dfrac{1}{4}\displaystyle\int_{-1}^{2} 10\,dt = 7{,}5,$ $U_0 = 7{,}5$

$$p > 0 \quad U_p^C = \frac{1}{4}\int_{-1}^{2} 10\,e^{-jp\frac{\pi}{2}t}\,dt = 2{,}5\,\frac{2\,j}{\pi\,p}\left[e^{-jp\frac{\pi}{2}t}\right]_{-1}^{2} = \frac{5\,j}{\pi\,p}\left((-1)^p - j^p\right) \quad \text{4 pont}$$

$U_1^C = \dfrac{5}{\pi}\,(1 - j)$ $U_1 = \dfrac{10\sqrt{2}}{\pi}$, $\rho_1 = -\dfrac{\pi}{4}$

$U_2^C = \dfrac{5\,j}{\pi}$ $U_2 = \dfrac{10}{\pi}$ $\rho_2 = \dfrac{\pi}{2}$ 2 pont

$u(t) \cong 7{,}5 + 4{,}5016\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t - \dfrac{\pi}{4}\right) + 3{,}1831\cos\left(\pi\,t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ 2 pont

Összesen $\boxed{\text{8 pont}}$

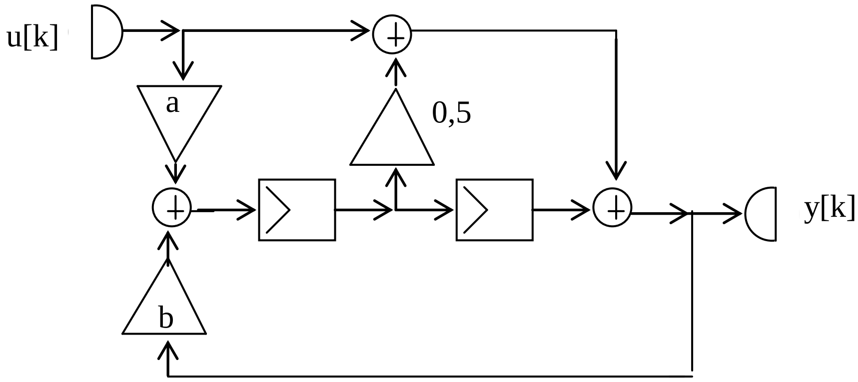
e) $H(j\omega)\big|_{\omega=0} = 3{,}25,$ $H(j\omega)\big|_{\omega=\frac{\pi}{2}} = \dfrac{13 + j\pi}{4 + j\dfrac{\pi}{2}} = 3{,}1122\,e^{-j\,0{,}1371}$ 2 pont

Állandó összetevő: 24,375, alapharmonikus: $14{,}010\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t - 0{,}9225\right)$ 2 pont

Összesen $\boxed{\text{4 pont}}$

2. nagypélda

A



a) Határozza meg a jelfolyam hálózattal adott DI rendszer átviteli függvényét, és írja fel normál alakban! (6 pont)

b) Az „a” és a „b” paraméterre vonatkozóan adja meg a hálózat stabilitásának feltételét! (4 pont)

Az „a” és a „b” paraméter valamely értéke mellett az átviteli függvény kifejezése:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1} - 2\,z^{-2}}{1 - 0{,}1\,z^{-1} - 0{,}2\,z^{-2}}\,.$$

c) Adja meg a pólusokat és zérusokat, és vázolja a pólus-zérus elrendezést! (4 pont)

d) Számítsa ki a rendszer válaszát az $u[k] = \varepsilon[k-1]\,q^k$ gerjesztő jelre, ahol q az átviteli függvény nagyobb abszolút értékű zérusa! (6 pont)

---

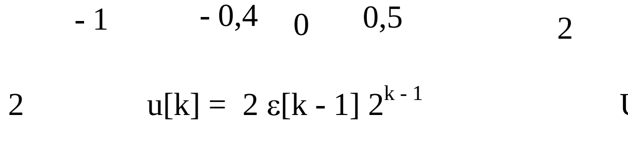
a) $Y = z^{-2}\,(a\,U + b\,Y) + 0{,}5\,z^{-1}\,(a\,U + b\,Y) + U$ 3 pont

$Y = U\,\dfrac{1 + 0{,}5\,a\,z^{-1} + a\,z^{-2}}{1 - 0{,}5\,b\,z^{-1} - b\,z^{-2}}$; $H(z) = \dfrac{1 + 0{,}5\,a\,z^{-1} + a\,z^{-2}}{1 - 0{,}5\,b\,z^{-1} - b\,z^{-2}}$. 3 pont, összesen $\boxed{6\text{ pont}}$

b)
$$\left.\begin{array}{ll} 1 - 0{,}5\,b - b > 0, & b < \dfrac{2}{3} \\ 1 + 0{,}5\,b - b > 0, & b < 2 \\ \quad |\,b\,| < 1 & \end{array}\right\} \rightarrow \quad -1 < b < \frac{2}{3}$$
$\boxed{4\text{ pont}}$

c
$z^2 - z - 2 = (z - 2)\,(z + 1)$ $z_1 = 2,$ $z_2 = -1$

$z^2 - 0{,}1\,z - 0{,}2 = (z - 0{,}5)\,(z + 0{,}4)$ $p_1 = 0{,}5,$ $p_2 = -0{,}4$ 2 pont



2 pont, összesen $\boxed{4\text{ pont}}$

d
$q = 2$ $u[k] = 2\,\varepsilon[k-1]\,2^{k-1}$ $U(z) = z^{-1}\,\dfrac{2\,z}{z - 2}$ 2 pont

$Y(z) = z^{-1}\,z\,\dfrac{2\,(z-2)\,(z+1)}{(z-2)\,(z-0{,}5)\,(z+0{,}4)} = = z^{-1}\,z\left(\dfrac{3{,}3333}{z - 0{,}5} + \dfrac{-1{,}3333}{z + 0{,}4}\right)$ 2 pont

$y[k] = \varepsilon[k-1]\,\left(3{,}3333\,(0{,}5)^{k-1} - 1{,}3333\,(-0{,}4)^{k-1}\right)$ 2 pont, összesen $\boxed{6\text{ pont}}$

Kispéldák **A**

1. Egy DI rendszer állapotmátrixának sajátértékei: $\lambda_1 = -1{,}1$; $\lambda_2 = -0{,}5$. Mit állíthatunk a rendszer aszimptotikus és GV stabilitásáról? Válaszát indokolja!

   Aszimptotikusan labilis: $|\lambda_1| > 1$ 1 pont

   A GV stabilitás nem dönthető el 1 pont, összesen $\boxed{\text{2 pont}}$

2. Adja meg az $x[k] = 6 \cos(0{,}12\,\pi\, k + 0{,}2) + 4 \cos(0{,}24\,\pi\, k - 0{,}1)$ periodikus DI jel periódusát!

   L = 50 $\boxed{\text{2 pont}}$

3. Egy FI rendszer átviteli függvénye: $H(s) = K\,\dfrac{s+a}{s+b}$. Adja meg az „a”, „b” és „K” paraméterekre annak a feltételét, hogy a rendszer mindent áteresztő legyen!

   $b > 0$, $a = -b$, K tetszőleges $\boxed{\text{2 pont}}$

   (az a = b, K tetszőleges triviális válaszra adható 1 pont)

4. Egy 4 periódusú DI jel komplex Fourier együtthatói közül ismert: $X_0^C = 0$; $X_1^C = j$; $X_2^C = 1$. Írja fel a jel valós alakú Fourier sorát!

   $x[k] = 2\cos\left(k\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{2}\right) + \cos(k\,\pi)$ $\boxed{\text{2 pont}}$

5. Adja meg az $x(t) = \varepsilon(-t)\, e^{2t}$ FI jel Fourier transzformáltját, ha lehetséges, illetve indokolja „nem lehetséges” válaszát

   $X(j\omega) = \displaystyle\int_{-\infty}^{0} e^{2t}\, e^{-j\omega t}\, dt = \frac{1}{2 - j\omega}$ $\boxed{\text{2 pont}}$

6. Adja meg a $H(z) = \dfrac{3 z^{-1}}{\left(1 - 0{,}2 z^{-1}\right)^2}$ átviteli függvényű DI rendszer impulzusválaszát!

   $h[k] = 3\, \varepsilon[k]\, k\, (0{,}2)^{k-1}$ $\boxed{\text{2 pont}}$

7. Az x(t) FI jel Laplace transzformáltja X(s). Adja meg azt a belépő y(t) jelet, amelynek Laplace transzformáltja $X(s)\left(1 - e^{-sT}\right)$! (T > 0)

   $y(t) = \varepsilon(t)\, x(t) - \varepsilon(t - T)\, x(t - T)$ $\boxed{\text{2 pont}}$

8. Egy ideális FI alulátertesztő átviteli karakterisztikája $H(j\,\omega) = \pi\,[\varepsilon(\omega + 1) - \varepsilon(\omega - 1)]$. Adja meg a rendszer impulzusválaszát!

   $h(t) = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_{-1}^{1} \pi\, e^{j\omega t}\, d\omega = \frac{1}{t}\, \frac{e^{jt} - e^{-jt}}{2j} = \frac{\sin t}{t}$ $\boxed{\text{2 pont}}$

9. Egy DI rendszer impulzusválasza $h[k] = \delta[k + 1] + \varepsilon[k]\, 0{,}1^k$. Adja meg a rendszer átviteli függvényét, ha létezik, illetve indokolja „nem létezik” válaszát!

   Nem létezik, a rendszer nem kauzális. $\boxed{\text{2 pont}}$

10. Egy FI rendszer impulzusválasza $h(t) = \delta(t + 1) + \varepsilon(t)\, e^{-2t}$. Adja meg a rendszer átviteli karakterisztikáját, ha létezik, illetve indokolja „nem létezik” válaszát!

    $H(j\omega) = e^{j\omega} + \dfrac{1}{j\omega + 2}$ $\boxed{\text{2 pont}}$