ANALÍZIS SZIGORLAT | **Minta** | **2019. május 22.**
Mérnökinformatikus szak | α-variáns | Munkaidő: 90 perc

1. feladat (12 pont)
Adja meg az alábbi sorozat torlódási pontjainak halmazát, limesz inferiorját és limesz szuperiorját.

$$a_n = \sqrt{n^2 - 2n + 1} + (-1)^n \sqrt{n^2 + 3n + 6}.$$

Konvergens a sorozat?

2. feladat (4+10 =14 pont)
a) Ismertesse a l'Hospital-szabályt.
b) Hol és milyen típusú szakadása van az $f(x) = \dfrac{\ln(x^2)}{x-1}$ függvénynek?

3. feladat (8+6=14 pont)
Számolja ki az alábbi integrálokat

$$a)\quad \int (x^2 - 2x)\operatorname{ch}(x)\,\mathrm{d}x \qquad\qquad b)\quad \int_{-1}^{2} \left|(x^2 - 2x)\operatorname{ch}(x)\right| \mathrm{d}x.$$

4. feladat (8+12=20 pont)
a) Igazolja, hogy a homogén lineáris differenciálegyenletek megoldásai lineáris teret alkotnak.
b) Írja föl azt a legalacsonyabb rendű homogén lineáris, állandó (valós) együtthatós differenciálegyenletet, melynek megoldása az $y(x) = 5\mathrm{e}^{-2x}\big(\sin(3x) + 2x\big)$ függvény. Írja fel a differenciálegyenlet általános megoldását is.

5. feladat (10+4+4=18 pont)
a) Számolja ki az $f(x, y) = \sqrt{2x^2 + 4y^4}$ függvény parciális deriváltjait, ahol léteznek.
b) Adja meg a függvény érintősíkjának egyenletét a $(0, 1)$ pontban.
c) Számolja ki a függvény $(1, -2)$ irányú iránymenti deriváltját a $(0, 1)$ pontban.

6. feladat (11 pont)
Számolja ki az $x^2 + y^2 + z^2 \le 4$ és az $\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le \sqrt{3\,(x^2 + y^2)}$ egyenlőtlenségekkel jellemzett térrész térfogatát.

7. feladat (3+4+4=11 pont)
a) Definiálja egy függvény Fourier-transzformáltját.
b) Definiálja két függvény konvolúcióját.
c) Mondja ki a Fourier-transzformáció és a konvolúció kapcsolatáról tanult tételt.