ANALÍZIS(1) | **VIZSGADOLGOZAT II. rész** | **2000. január 4.**

Műszaki Informatika szak | B csoport | Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

---

1. feladat (12 pont)

Mondja ki és bizonyítsa be a számsorozatokra kimondott rendőrelvet!

Mutassa meg, hogy $a > 0$ esetén $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$

2. feladat (10 pont)

Adjon szükséges és elégséges feltételt az f függvény x_0 pontbeli differenciálhatóságára!
Állítását bizonyítsa be! (Nem a jobb oldali és bal oldali deriválhatóságról van szó!)
Mit értünk differenciálon?

3. feladat (18 pont)

Adjon két különböző elégséges feltételt elegendően sokszor differenciálható függvénynél lokális szélsőérték létezésére!
Az egyik tételt bizonyítsa be! (A szükséges részt is bizonyítsa!)

4. feladat (20 pont)

a) Adjon két szükséges és elégséges feltételt Riemann integrálhatóságra! A felhasznált fogalmakat magyarázza meg!

b) Mondja ki és bizonyítsa be a Riemann integrálhatóság azon elégséges feltételét, amely a monotonitással kapcsolatos!

5. feladat (14 pont)

Mondja ki és bizonyítsa be a numerikus sorokra vonatkozó Leibniz kritériumot!

6. feladat (12 pont)

$$G(x) = \int_{x^2+1}^{x^2+5} \sqrt[5]{1+t^3}\,\mathrm{d}t \qquad\qquad G'(x) = ?$$

A felhasznált tételt is írja le! (Nem kell bizonyítani!)

7. feladat (14 pont)

a) A folytonosság definíciójával mutassa meg, hogy $f(x) = x^2$ minden x_0 pontban folytonos! ($\delta(\varepsilon) = ?$)

b) Egyenletesen folytonos-e f a $[-1, 6]$ intervallumon?
(A megfelelő definícióval dolgozzon!)