Laboratórium 1 felkészülési feladat

Hallgató: Kondor Máté András (WNC5FT)
Mérés sorszáma: 5

Vezesse le a Lissajous ábrás fázismérés hibáját! Mekkora a hiba, ha a tengelymetszet **3 osztás**, a maximális kitérés ugyanabban az irányban **7.5 osztás**?

A beadás tudnivalói:

- **Az önállóan kidolgozott feladatot a következő mérési gyakorlat elején a mérésvezetőnek kell bemutatni, - a mérési útmutatóban előírtak szerint - írott vagy elektronikus formában.**
- A felkészülési feladat utólag már nem adható be. Pótlására a szorgalmi időszak végén egy alkalommal, az adott mérési gyakorlat pótlásával egy időben van lehetőség.

A feladatokat önállóan, meg nem engedett segítség igénybevétele nélkül oldottam meg:

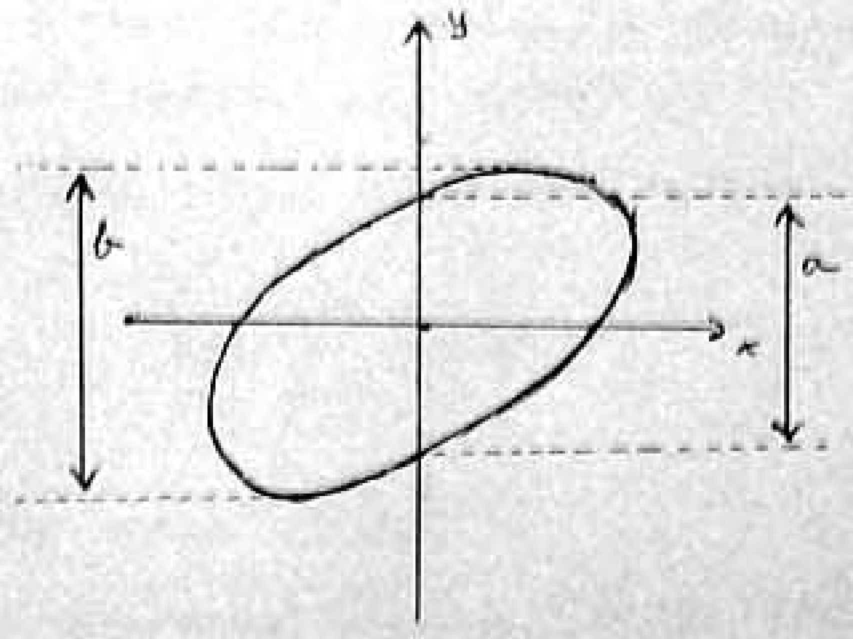
Kkel
....
aláírás

Feladat: Vezesse le a Lissajous-ábrás fázismérés hibáját! Mekkora a hiba, ha a tengelymetszet 3 osztás, a maximális kitérés ugyanabban az irányban 7.5 osztás?

Megoldás: A mérési segédlet alapján a Lissajous-ábrás mérés esetében a két jel fázisszöge:

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{a}{b}\right)$$

ahol a és b az alábbi ábrán jelölteknek megfelelők:



Méréstechnikából ismert összefüggés alapján egy $y=f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ jel i. változójára vonatkozó érzékenysége:

$$C_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

Az adott feladat esetében tehát a két érzékenység kifejezése:

$$C_a = \frac{\partial \arcsin\left(\frac{a}{b}\right)}{\partial a}$$

és

$$C_b = \frac{\partial \arcsin\left(\frac{a}{b}\right)}{\partial b}$$

A parciális deriválást elvégezve az alábbi érzékenységeket kapjuk:

$$C_a = \frac{1}{b\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}}$$

és

$$C_b = -\frac{a}{b^2\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}}$$

Mivel a leolvasott a és b értékek hibái véletlenszerűek és egymástól függetlenek, ezért előjeles hibaösszegzés ezen feladat esetében nem végezhető.

Méréstechnikából ismert összefüggés alapján, "worst case" esetben a végeredmény hibája:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{n} |c_i \Delta x_i|$$

ahol Δx_i az x_i paraméter abszolút hibája.

Az adott feladat esetében a végeredmény hibájának kifejezése tehát:

$$\Delta\varphi = \left| C_a \Delta a + C_b \Delta b \right|$$

A kiszámított érzékenységeket behelyettesítve az alábbi összefüggés adódik:

$$\Delta\varphi = \left| \frac{1}{b\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}}\Delta a - \frac{a}{b^2\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}}\Delta b \right|$$

A fenti kifejezést egyszerűsítve

$$\Delta\varphi = \left| \frac{1}{b\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}}\left(\Delta a - \frac{a}{b}\Delta b\right) \right|$$

adódik.

Kondor Máté András
WNCSFT

Az adott feladat esetében $a=3$, $b=7.5$. Ezeket az értékeket behelyettesítve a fenti összefüggésbe

$$\Delta\varphi = 0.1455\,|\Delta a - 0.4\Delta b|$$

adódik.

Gyakorlati szempontból célszerű a kapott abszolút hibát relatív hibává alakítani.

φ értéke az adott a és b paraméterek mellett $\varphi = \arcsin\left(\frac{a}{b}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{7.5}\right) = 0.4115$.

Tehát a fázismérés százalékos relatív hibája a és b leolvasása abszolút hibájainak függvényében a következő:

$$\boxed{\frac{\Delta\varphi}{\varphi} = \frac{0.1455\,|\Delta a - 0.4\Delta b|}{0.4115}\cdot 100\%}$$

Feltételezem, hogy a és b leolvasásának abszolút hibája egyenlő. Az alábbi grafikon mutatja, hogy a fázisszög mérésének mekkora a relatív hibája, amint $\Delta a = \Delta b$ 0.1 és 1 osztás értékek között változik: