

Neptun Kód:

4.

A szabályozási kör átviteli függvényei:

$$W_C(s) = \frac{5s+1}{5s} \quad W_P(s) = \frac{2}{(1+2s)^2(1+3s)} = \frac{2}{12s^3+16s^2+7s+1}$$

---

1. Írja fel a nyitott kör átviteli függvényét!

$$W_0(s) = W_C(s) \cdot W_p(s) = \frac{10s + 2}{60s^4 + 80s^3 + 35s^2 + 5s}$$

2. Rajzolja meg az alaptagok alkalmazásával a zárt rendszer hatásvázlatát!

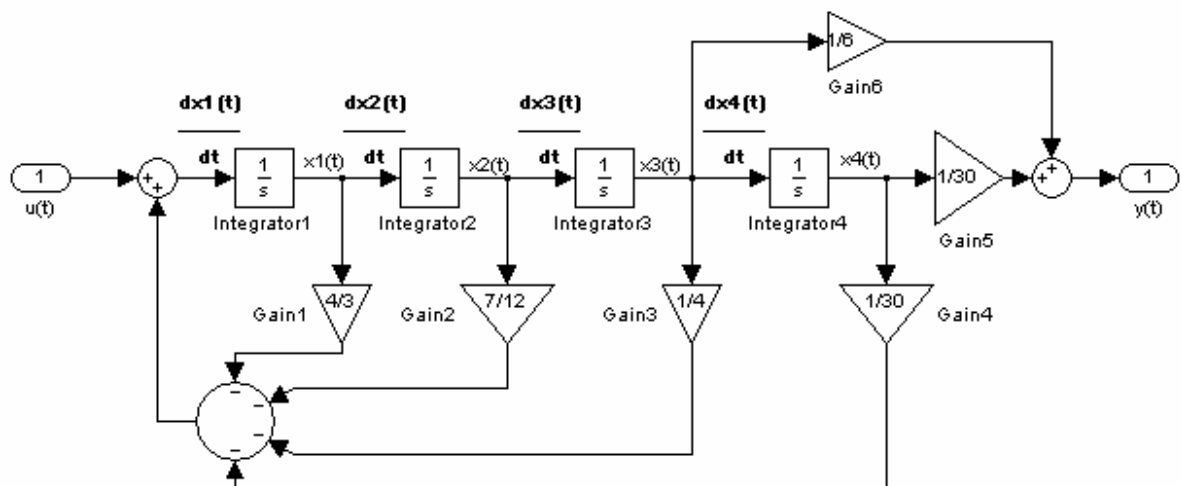
- Zárt rendszer átviteli függvénye:

$$W(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_0(s)} = \frac{10s + 2}{60s^4 + 80s^3 + 35s^2 + 15s + 2}$$

- Állapotváltozós leírás normál alakja:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{4}{3} & -\frac{7}{12} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{30} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{30} \end{bmatrix} \quad D = 0$$

- Ebből közvetlenül felírható a hatásvázlat:



3. Írja fel az állapotegyenlet rendszert!

- Az állapotváltozós leírásból közvetlenül felírható:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -\frac{4}{3} \cdot x_1(t) - \frac{7}{12} \cdot x_2(t) - \frac{1}{4} \cdot x_3(t) - \frac{1}{30} \cdot x_4(t) + u(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = x_1(t) \quad , \quad \frac{dx_3(t)}{dt} = x_2(t) \quad , \quad \frac{dx_4(t)}{dt} = x_3(t)$$

$$y(t) = \frac{1}{6} \cdot x_3(t) + \frac{1}{30} \cdot x_4(t)$$

---

---

4. Vizsgálja meg, stabilis-e a rendszer! Adja meg a sajátértékek összegét!

- Stabilis a rendszer, ha a rendszermátrix sajátértékeinek valós része negatív.

- Sajátértékek:

-0.9591

-0.0954 + 0.4247i

-0.0954 - 0.4247i

-0.1835

- Minden sajátérték negatív valós résszel rendelkezik, ezért a rendszer stabilis.

- Sajátértékek összege: -1.3333

---

---

5. Mennyi a rendszer típuszáma?

- Típuszám = a nulla gyökök száma az átviteli függvény nevezőjében.

- Gyökök:

-0.9591

-0.0954 + 0.4247i

-0.0954 - 0.4247i

-0.1835

- Az átviteli függvény pólusai megegyeznek a sajátértékekkel.

- Mivel nincsen 0 pólus, ezért a rendszer típuszáma 0. (i=0)

- Tehát a rendszer egy önbeálló stabilis tag, 0 típusú, arányos szabályozás.

---

---

6. Határozzuk meg a rendszer súlyfüggvényeit!

- A gerjesztőjel a Dirac-impulzus. Ennek a Laplace-transzformáltja 1, ezért nem változik az átviteli függvény.

- Az átviteli függvényt parciális törtekre bontjuk:

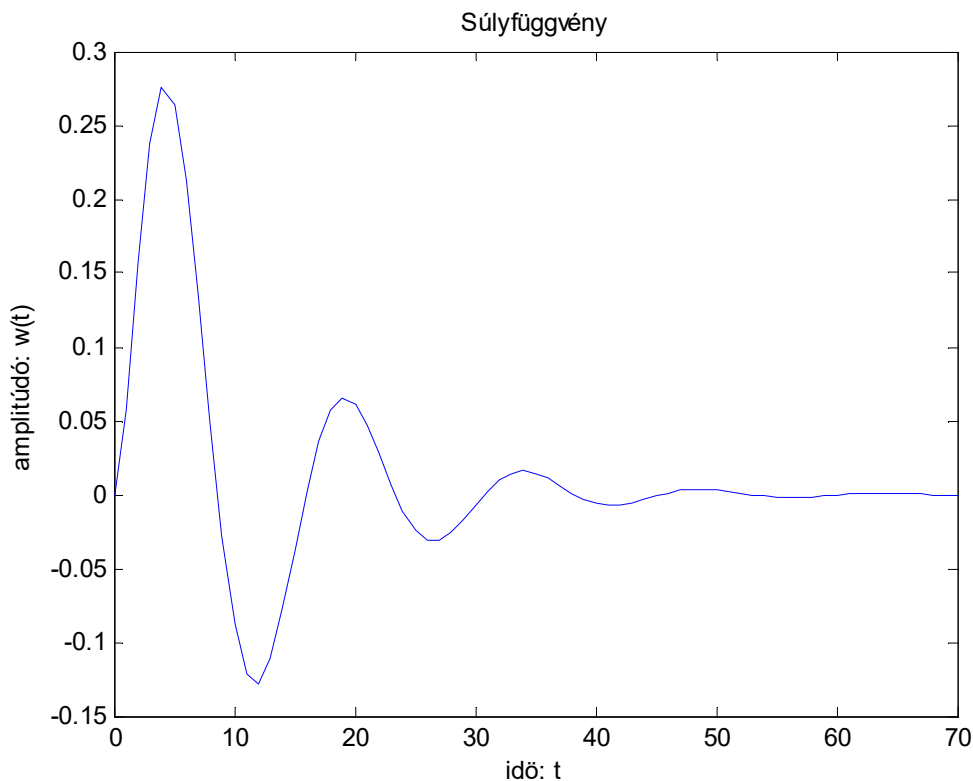
$$r = \begin{bmatrix} 0,1761 \\ -0,0975 - 0,1810i \\ -0,0975 + 0,1810i \\ 0,0189 \end{bmatrix} \quad , \quad p = \begin{bmatrix} -0,9591 \\ -0,0954 + 0,4247i \\ -0,0954 - 0,4247i \\ -0,1835 \end{bmatrix} \quad , \quad k = [ \quad ]$$

- A felbontott átviteli függvény részei ilyen alakúak:

$$\frac{r}{s-p} \rightarrow W(s) = \frac{0,1761}{s+0,9591} - \frac{0,0975-0,1810i}{s+0,0954-0,4247i} - \frac{0,0975+0,1810i}{s+0,0954+0,4247i} + \frac{0,0189}{s+0,1835}$$

- Ebből a súlyfüggvény inverz Laplace-transzformálással:

$$w(t) = 0,1761 \cdot e^{-0,9591t} - (0,0975 + 0,1810i) \cdot e^{(-0,0954+0,4245i)t} - (0,0975 - 0,1810i) \cdot e^{-(0,0954+0,4247i)t} + 0,0189 \cdot e^{-0,1835t}$$




---

---

7. Adjuk meg a rendszer átmeneti függvényeit, és számítsuk ki az  $y$  kimenő jel  $y(\infty)$  végértékét!

- Átmeneti függvény = egységugrás gerjesztésre adott válasz.
- Átmeneti függvény = a súlyfüggvény integrálja.

$$v(t) = -0,1836 \cdot (e^{-0,9591t} - 1) - (0,3568 - 0,3097i) \cdot (e^{-(0,0954-0,4247i)t} - 1) - (0,3568 + 0,3097i) \cdot (e^{-(0,0954+0,4247i)t} - 1) - 0,1023 \cdot (e^{-0,1835t} - 1)$$

$$v(t \rightarrow \infty) = 0,1836 + (0,3568 + 0,3097i) + (0,3568 - 0,3097i) + 0,1023$$

$$v(t \rightarrow \infty) = 0,1836 + 0,3568 + 0,3568 + 0,1023 = 1$$

- Az átmeneti függvény végértéke 1.

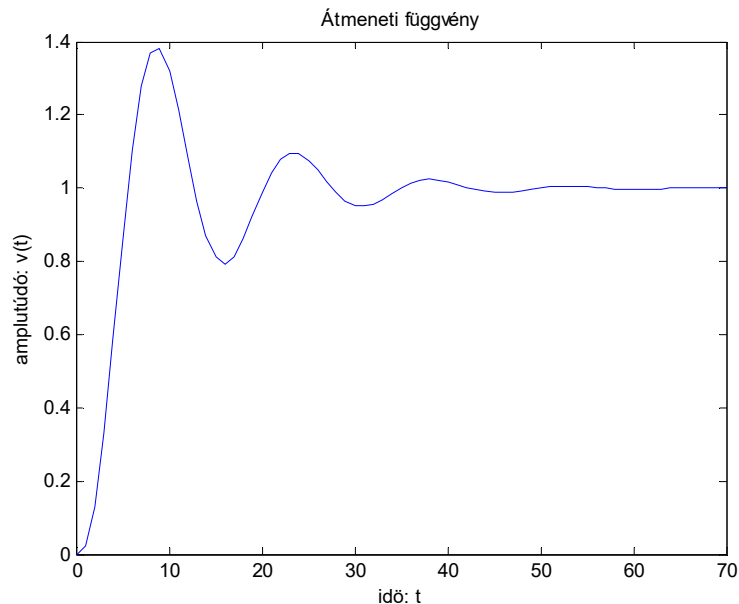
- Másik megoldás:

A gerjesztés  $u(t)=1$ , ebből a gerjesztés Laplace transzformáltja  $U(s)=1/s$ . Az átviteli függvényt,  $W(s)$ -t már meghatároztuk korábban.  $Y(s)=U(s)*W(s) = W(s)/s$

A végértéktétel szerint  $v(t=\infty) = s*Y(s)$  az  $s=0$  helyen.

Tehát  $y(t=\infty) = s*W(s)/s = W(s)$  az  $s=0$  helyen.

Az átviteli függvénybe  $s=0$ -t helyettesítve megkapjuk, hogy  $W(s=0)=2/2=1$ . Ez a végérték.



---

8. Számítsuk ki a rendszer átviteli mátrixát!

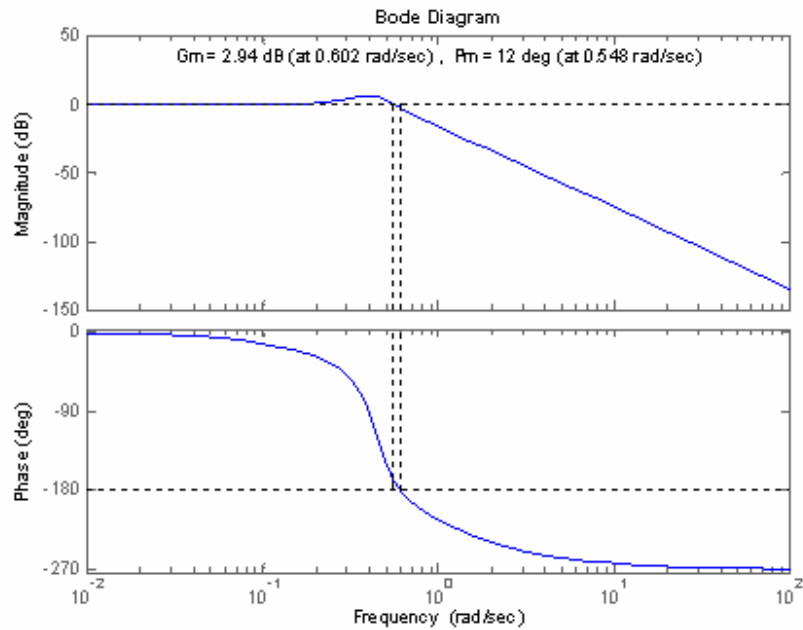
- SISO rendszer esetén az átviteli mátrix egyetlen elemet tartalmaz, az átviteli függvényt.

$$\underline{\underline{W(s)}} = \left[ \frac{10s + 2}{60s^4 + 80s^3 + 35s^2 + 15s + 2} \right]$$

---

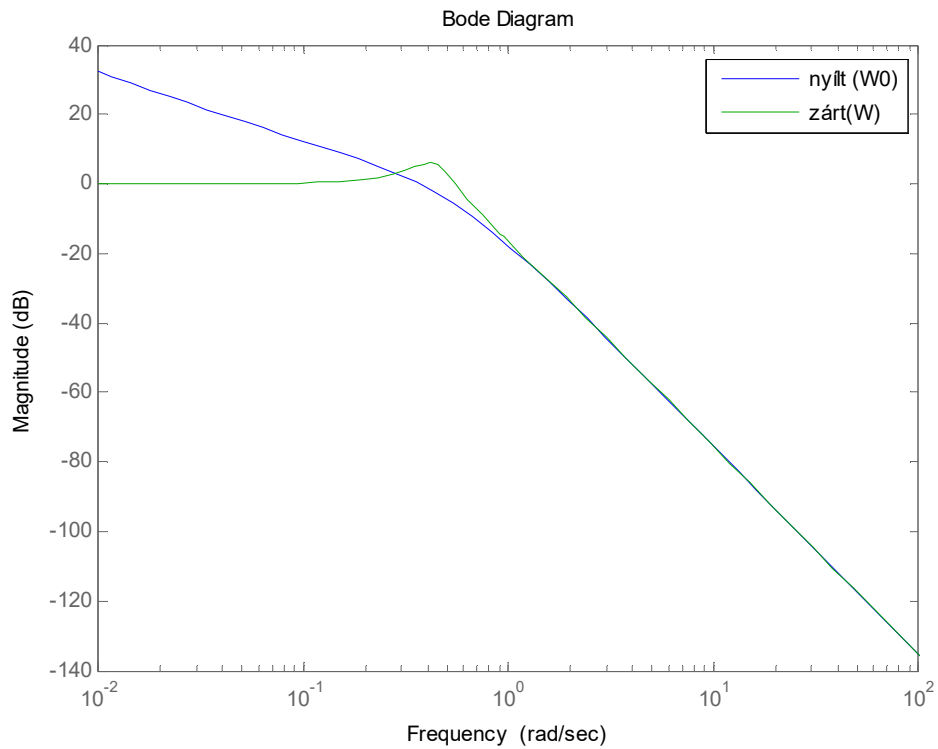
9. Adjuk meg a fázistartalékot, az amplitúdó tartalékot és a vágási körfrekvenciát.

- Fázistartalék:  $12.0496^\circ$
- Amplitúdó-tartalék:  $2.9446 \text{ dB}$
- Vágási frekvencia:  $0.54792 \text{ rad/s}$



10. Hasonlítsuk össze a nyitott és a zárt köt amplitúdó meneteit!

- A lenti ábrán látható, hogy a zárt kör esetén az átvitel a vágási frekvenciáig konstans 1 (vagyis 0 dB), utána kb. -60 dB/dek meredekséggel csökken (aluláteresztő szűrő). Nyílt körnél az amplitúdómenet kb. -20 dB/dek meredekséggel indul, a törésponti frekvenciától pedig -60 dB/dek lesz, rásimul a zárt kör grafikonjára.



11. Ábrázoljuk a zárt kör átmeneti függvényét.  
- Kb. 50 időegységig lengedezik, utána beáll a kimenet a gerjesztőjel értékére.

