Pontozási útmutató

1)

Mikuláscsomagban lévő zselés / marcipános szaloncukrok száma binomiális eo-ú (3p)

$n = 10$ -edrendű (2p)

$p = \frac{1}{3}$ /M csoport/; $p = \frac{1}{4}$ /K csoport/ paraméterű (2p)

A megvett csomagok száma geometriai eo-ú (3p)

Paramétere a keresett fajta csomag vg-e (2p)

Geometriai eo várható értéke $= \dfrac{1}{\text{paraméter}}$ (3p)

M csoport

$q = P(\text{legfeljebb 3 zselés}) =$

$= p_0 + p_1 + p_2 + p_3$ (2p)

ahol $p_i = \binom{10}{i}\left(\frac{1}{3}\right)^i\left(\frac{2}{3}\right)^{10-i}$ (3p)

K csoport

$q = P(\text{legalább 8 marcipános}) =$

$= p_8 + p_9 + p_{10}$ (2p)

ahol $p_i = \binom{10}{i}\left(\frac{1}{4}\right)^i\left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$ (3p)

2) $EZ = E(c\cdot X + c\cdot Y) = c\cdot EX + c\cdot EY$ (3p)

$EX = EY =$ → M csoport 2,5 (2p)

→ K csoport 1,5

$\Rightarrow EZ =$ → M csoport 10 (2p)

→ K csoport 9

/ Ha a sűrűségfv-ből számolja a várható értéket az is jó. A várható érték definíciójára ha csak az szerepel (3p) /

Sűrűségfv:

- konstansszoros sűrűségfv-e (4p)
- konvolúció (9p)

mindegy hogy milyen sorrendben csinálja

/ $2\cdot X + 2\cdot Y$ vagy $2\cdot(X+Y)$ /

/ Konvolúciós képletért (3p) azután arányosan /

Végeredmény:

M csoport

$$f_Z(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{t}{2}-4\right) & \text{ha } t \in [8,10] \\ \frac{1}{2}\left(6-\frac{t}{2}\right) & \text{ha } t \in [10,12] \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

K csoport

$$f_Z(t) = \begin{cases} \frac{1}{3}\left(\frac{t}{3}-2\right) & \text{ha } t \in [6, \\ \frac{1}{3}\left(4-\frac{t}{3}\right) & \text{ha } t \in [9, \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

3) Normális eloszlás szimmetrikus a várható értékre

azaz ha $X \sim N(\mu, \sigma)$, akkor

$$P(X<\mu) = \tfrac{1}{2} = P(X>\mu) \quad (5p)$$

/Ha átalakítja standard normálissá és úgy jön rá, úgy is jó./

5 zacskó / 4 üveg véletlenszerű kiválasztása = véletlen kísérlet 5-ször / 4-szer való ismétlése

Vizsgált típusúak száma a kiválasztottak között binomiális eloszlású. (3p)

$$n = \begin{cases} \to M \text{ csoport } 5\text{-ödrendű} \\ \to K \text{ csoport } 4\text{-edrendű} \end{cases} \quad (2p)$$

És a fentiek miatt $\frac{1}{2}$ paraméterű (2p)

M csoport	K csoport
P(legalább 2 az átlagnál kisebb súlyú) =	P(legalább 2-ben az átlagnál több olaj) =
$= p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1 - p_0 - p_1$ (3p)	$= p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1 - p_0 - p_1$ (3p)
$= 1 - \binom{5}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^5 - \binom{5}{1}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^4 =$ (3p)	$= 1 - \binom{4}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \binom{4}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^4$ (3p)
$= 1 - 6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1 - \frac{6}{32} = \frac{26}{32}$ (2p)	$= 1 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$ (2p)

4)

P(azonos színűek) = P(mindkettő arany) + + P(mindkettő ezüst) 1p

P(mindkettő arany) = P(mindkettő ezüst) szimmetria okából 1p

Legyen $A_i = \{ i$ db aranyszínűt tettünk át$\}$ 2p

$i = \to$ M csoport 0, 1, 2, 3

$\searrow$ K csoport 0, 1, 2 1p

$$P(\text{mindkettő arany}) = \sum_i P(\text{mindkettő arany} \mid A_i) \cdot P(A_i)$$ 3p

M csoport

$$P(A_i) = \frac{\binom{3}{i}\binom{3}{3-i}}{\binom{6}{3}} \quad i = 0,1,2,3$$ 4p

$$P(\text{mindkettő arany} \mid A_i) = \frac{3-i}{3} \cdot \frac{i}{3}$$ 4p

$i = 0, 3$ esetben 0

$i = 1, 2$ — " — $\frac{2}{9}$

P(mindkettő arany) =

$$= 2 \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{5}$$ 2p

P(azonos színűek) = $\frac{2}{5}$ 2p

K csoport

$$P(A_i) = \frac{\binom{2}{i}\binom{2}{2-i}}{\binom{4}{2}} \quad i = 0,1,2$$ 4p

$$P(\text{mindkettő arany} \mid A_i) = \frac{2-i}{2} \cdot \frac{i}{2}$$ 4p

$i = 0, 2$ esetben 0

$i = 1$ esetben $\frac{1}{4}$

P(mindkettő arany) =

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$ 2p

P(azonos színűek) = $\frac{1}{3}$ 2p

5)

Sűrűségfüggvények (3-3 p)

Tudja, hogy független esetben

$$f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$$ (3 p)

Tudja, hogy független esetben a különbség szórásnégyzete egyenlő a szórásnégyzetek összegével. (3 p)

Tudja, hogy a kétszeres szórásnégyzete az a szórásnégyzet négyszerese. (2 p)

$\sigma^2 X$ -et tudja (3 p)

$\sigma^2 Y$ - t tudja (3 p)