

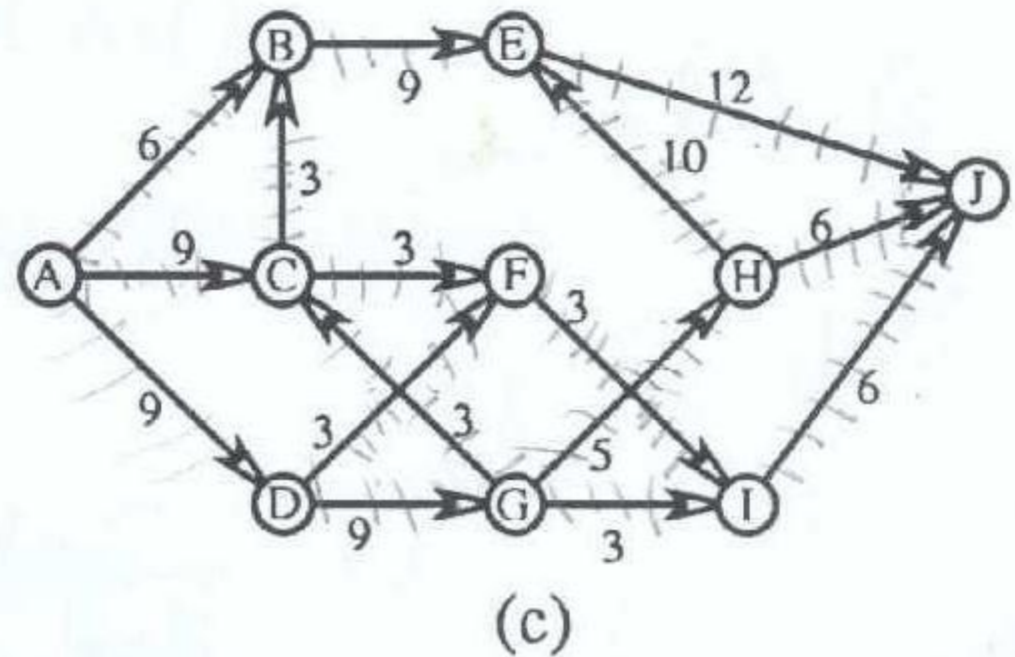
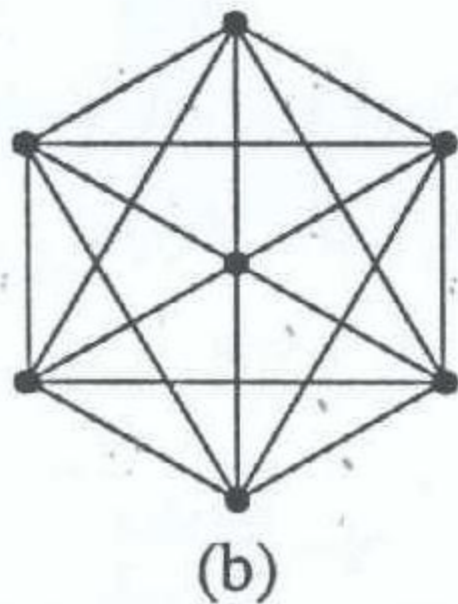
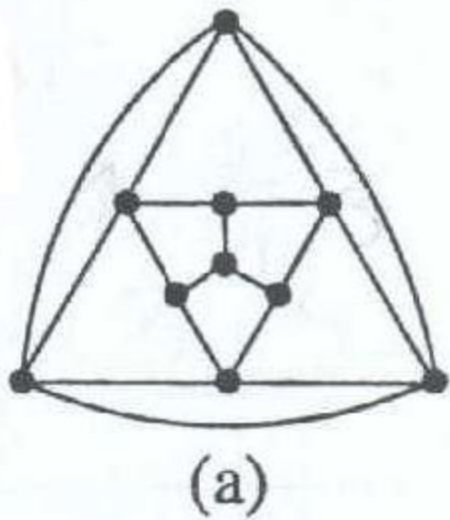
A számítástudomány alapjai

II. Zárthelyi

2006. május 9.

A ZH íráskor papíron és írószereken kívül más segédeszköz nem használható. A megoldásokat minden esetben indokolni kell, pusztá eredmény-közlésért nem jár pont.

- Legyen v egy egyszerű G gráfban egy olyan pont, melyre $d(v) \geq 2$. Bizonyítsd be, hogy ha a $G - v$ gráf 2-szeresen összefüggő, akkor G is 2-szeresen összefüggő. (A $G - v$ gráf a G gráfból a v pont és az összes v -re illeszkedő él elhagyásával keletkezik.)
- Határozd meg az alábbi (a) gráf kromatikus számát!



- Tegyük fel, hogy egy egyszerű G gráf előáll k db egyszerű, síkbarajzolható gráf éldiszjunkt uniójaként. (Azaz az éleit k csoportra lehet osztani úgy, hogy az egy csoportban levő élek síkbarajzolható gráfot alkossanak.) Bizonyítsd be, hogy ha $v(G)$ ill. $e(G)$ a G gráf pontjainak ill. éleinek számát jelöli, akkor

$$k \geq \frac{e(G)}{3v(G) - 6}$$

- Síkba rajzolható-e a fenti (b) gráf?
- A fenti (c) PERT feladatban határozzuk meg a feladatok elvégzéséhez szükséges össz időt! Mik a kritikus tevékenységek?
- Az alábbi $A(G)$ mátrix a G irányított gráf szomszédossági mátrixa. Mennyi a G gráf illeszkedési mátrixának rangja?

$$A(G) = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- Mi a következő probléma bonyolultsága? (Bizonyítsd be, vagy azt hogy P-beli, vagy azt, hogy NP-teljes!)

Input: G gráf, $k > 0$ egész

Kérdés: Van-e G -ben k pontú teljes részgráf, vagy k független pont (vagy mindkettő)?

- Bizonyítsd be, hogy $3^{931} + 5^{930} - 52$ osztható 2006-tal! (Segítségül: $2006 = 2 \cdot 17 \cdot 59$.)