

1. Adott két egyenes egyenletrendszere : $x = 1 + t$ $y = -2 + t$ $z = 1 + 2t$
 $x = -1 + u$ $y = 2 - 2u$ $z = 3 - cu$

Határozza meg a c paraméter értékét úgy, hogy a két egyenes messe egymást, és határozza meg a metszéspont koordinátáit.

2. Oldja meg a $2i - z = (z - 2i)^4$ egyenletet.

3. Legyen a $\begin{pmatrix} c & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+c & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1+c & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix a kibővített mátrixa egy inhomogén

lineáris egyenletrendszernek. Vizsgálja meg, hogy a c paraméter mely értékei esetén van megoldás, mikor egy és mikor végtelen sok.

4. Állapítsa meg, hogy az alábbi állítások közül melyek igazak, a hamisakra mutasson ellenpéldát és módosítsa azokat igaz állítássá.

(a) Ha egy számsorozat határértéke A , akkor a sorozat minden eleme benne van az $(A - 1, A + 1)$ intervallumban.

(b) Ha $\exists K > 0$, hogy $\forall n$ természetes szám esetén $a_n > K$, akkor az (a_n) sorozat divergál a végtelenhez.

5. Határozza meg a következő sorozatok határértékét - ha létezik - :

$$a_n = \left(\frac{n+2}{2n}\right)^3, \quad b_n = \left(\frac{n+2}{n}\right)^{n^2}, \quad c_n = \sqrt[n]{\frac{n+2}{n}}$$

6. (a) Definiálja az f függvény folytonosságának a fogalmát az $[a, b]$ intervallumon
 (b) Bizonyítsa be a Bolzano- tételt.

7. (a) Definiálja az f függvény x pontbeli differenciálhányadosának a fogalmát.
 (b) Függvényvizsgálat segítségével állapítsa meg, hogy hány valós gyöke van az $x^3 - 6x^2 + 9x - 10 = 0$ egyenletnek, majd minden gyökhöz adjon meg egy egységnyi intervallumot, amelybe beleesik.

8. Indokolja meg, hogy az $\int_0^1 2xe^{3x} dx$ integrál létezik és számítsa ki az értékét.

