

Fizika 1i gyakorlat példáinak kidolgozása

2012. tavaszi félév

Köszönetnyilvánítás:

Az órai példák kidolgozásáért, és az otthoni példákkal kapcsolatos kérdések készséges megválaszolásáért köszönet illeti **Scherübl Zoltán** gyakorlatvezetőt.

Az 5. gyakorlat példáinak kidolgozásáért **Nagyfalusi Balázs** gyakorlatvezetőnek.

A 6-7. gyakorlat példáinak kidolgozásáért **Magyar Zsanett** mérnök informatikus hallgatónak.

Hibajelentés:

Hogyha bármilyen hibát találsz a példák megoldási menetében, akkor jelezd légy szíves a következő e-mail címen, és amint tudom, javítom az elírást: **fiz1i@mpp.hu**

Tartalomjegyzék:

1. gyakorlat példák	2. oldal
1. gyakorlat megoldások	5. oldal
2. gyakorlat példák	10. oldal
2. gyakorlat megoldások	12. oldal
3. gyakorlat példák	15. oldal
3. gyakorlat megoldások	18. oldal
4. gyakorlat példák	24. oldal
4. gyakorlat megoldások	26. oldal
5. gyakorlat példák	33. oldal
5. gyakorlat megoldások (csak az órai példák levezetése)	34. oldal
6. gyakorlat példák	40. oldal
6. gyakorlat megoldások	42. oldal
7. gyakorlat példák	51. oldal
7. gyakorlat megoldások (csak az órai példák levezetése)	53. oldal

Megjegyzés:

Ez a dokumentum csak az 1-4., 6. gyakorlat órai és otthoni, illetve az 5., 7. gyakorlat órai példáinak a megoldási menetét tartalmazza. Az 5., 7. gyakorlat otthoni gyakorlásra kiadott feladatainak megoldása nincsen benne ebben a dokumentumban.

Figyelem! A tárgy sikeres teljesítéséhez elengedhetetlen az előadásokon és a gyakorlatokon való részvétel, a dokumentum nem helyettesíti ezt a kötelezettséget!

Eredményes és sikeres felkészülést kíván a zárthelyikre, illetve a vizsgára a dokumentum készítője.

1. gyakorlat példák órai munkához és otthoni gyakorlásra

2A-28 Egy 10 m/s sebességgel haladó teherautó 10 s alatt egyenletesen gyorsulva megkétszerezi sebességét.

a) Határozzuk meg a gyorsulását! b) Mekkora utat tesz meg ezalatt a teherautó?

2B-33 Egy követ 50 m mély kútba ejtettünk. Határozzuk meg, hogy mennyi idő múlva halljuk a kő csobbanását! (A hang terjedési sebessége 330 m/s .)

2B-34 Egy gépkocsi 15 m/s -os egyenletes sebességgel egyenes úton halad. Abban a pillanatban, amikor egy parkoló motoros rendőr mellé ér, a rendőr 2 m/s^2 állandó gyorsulással üldözni kezdi: a) Mennyi idő alatt éri utol a rendőr az autót? b) Mennyi utat tesz meg ezalatt a rendőr és mekkora a sebessége a találkozás pillanatában?

2B-36 Egy labdát a 2-20 ábrának megfelelően egy szakadék széléről felfelé hajítottunk. A labda 5 m magasra emelkedik, majd 15 m mélyen ér talajt a szakadék alján. a) Mekkora volt a labda kezdősebessége? b) Mekkora sebességgel csapódik a talajba? c) Mennyi ideig tartózkodik a labda a levegőben?

2B-38 Egy csapból egyenletesen csöpög a víz a 30 cm -rel lejjebb elhelyezett mosogatóba. A csepegés üteme olyan, hogy amikor egy csepp becsapódik, akkor a következő már a levegőben van és a harmadik éppen leszakad a csapról. Határozzuk meg, hogy hány csepp esik le percenként.

2B-40 Egy, az x tengelyen mozgó részecske sebesség-idő függvényét a $v = 4 + 2t - 3t^2$ egyenlet adja meg. A $t = 0$ időpillanatban a részecske az $x = 8 \text{ m}$ helyen $v = +5 \text{ m/s}$ sebességgel halad át. a) Határozzuk meg a mozgás elmozdulás-idő függvényét! b) Mekkora a részecske legnagyobb sebessége $+x$ irányban?

2C-49 Egy 3 m/s sebességgel süllyedő hőlégballonból homokzsákot ejtenek ki. a) Határozzuk meg a homokzsák sebességét a Földhöz képest a kiejtés után 1 másodperccel. b) Milyen távolságba jut egy másodperc alatt a homokzsák a ballontól, ha a zsák kiejtésének pillanatában a ballon süllyedési sebessége 2 m/s -ra csökken?

2C-58 Egy forgalmi lámpa olyan kereszteződésben áll, ahol 40 km/ó sebességkorlátozás érvényes. A kereszteződés felé a maximálisan megengedett sebességgel gépkocsi közeledik. A kocsi maximális lassulása 2 m/s^2 , a vezető reflexideje 0,5 s. a) Tegyük fel, hogy a gépkocsi maximális sebességgel haladt és 3 m/s^2 egyenletes lassulással fékezett. Milyen messzire volt a lámpától a fékezés megkezdésének pillanatában (amikor a lámpa éppen sárgára váltott), ha éppen a stop-vonalon állt meg. b) Milyen hosszú volt a sárga jelzés időtartama, ha a lámpa pontosan a kocsi megállásának pillanatában váltott pirosra?

- 1.18. Hajó sebessége 10 m/s . A hajón gyerekek labdázni. A labda egyik gyerektől a másik felé 4 m/s sebességgel gurul a hajó mozgásának irányára merőlegesen. Mekkora, és milyen irányú a labda sebessége?
- 1.28. 20 m magas ház tetejéről 12 m/s kezdősebességgel ferdén felfelé elhajítunk egy testet. A vízszintessel bezárt szög 30° . Mennyi idő múlva, és a háztól mekkora távolságban érne a talajra, ha nem lenne közegellenállás? ($g \approx 10 \text{ m/s}^2$)
- 1.1. Egy követ függőlegesen felfelé, egy másik követ függőlegesen lefelé hajítunk 12 m/s sebességgel, ugyanabban a pillanatban. Mennyi idő múlva lesznek egymástól 60 méter távolságban?
- F.1. Egy egyenletesen gyorsuló autó 80 m úton növelte sebességét 10 m/s -ról 20 m/s -ra. Mekkora úton érte el előzőleg a 10 m/s sebességét, ha nyugalmi helyzetből indult, s gyorsulása végig állandó volt?
- 1.17. Egy gépkocsi a céljához vezető út felén 40 km/h állandó sebességgel halad. Mekkora legyen a sebessége az út másik felén, hogy az egész utat figyelembe véve az átlagsebessége 50 km/h legyen?
- 1.18. Milyen magasra lehet lőni azzal a puskával, mely vízszintes téren legfeljebb 1000 m-re „hord”?

1. Milyen irányban dobtuk el azt a testet, amely 4s múlva 80 m távolságban esik a földre ($g=10 \text{ m/s}^2$, a légellenállást elhanyagoljuk)?

2. 72 km/h sebességgel haladó vonaton egy utas a vonat mozgásával megegyező irányba elindul a vonathoz viszonyított $0,8 \text{ m/s}^2$ gyorsulással. Három másodperc alatt mekkora a pályatesthez viszonyított elmozdulása?

3. 200 méter magasságban (vízszintesen) 360 km/h sebességgel haladó (űr)repülőgépről a cél előtt milyen távolságban kellene kioldani a segélycsomagot ahhoz, hogy a célba csapódjék? (A feladat a **Marson játszódik**: $g = 3,69 \text{ m/s}^2$ és a légellenállás elhanyagolható.)

4. Egy test mozgását az $r=5t$ és a $\phi=0,2t^2$ egyenletek írják le SI egységekben. Mekkora a test sebessége a $t=2s$ pillanatban?

5. Egy pontszerű test mozog az x tengelyen, úgy, hogy a helyét a következő függvény adja meg: $x=30+20t-15t^2$, ahol x méterben, t sec-ban adott.

- a.) Adjuk meg a sebességét az idő függvényében!
- b.) Adjuk meg a gyorsulását az idő függvényében!
- c.) Adjuk meg a test kezdeti pozícióját és a kezd_sebességét!
- d.) Mekkora út megtétele után lesz a sebessége zérus?

6. Egy halász a csónakjával a folyón lefelé evez. Egy híd alatt áthaladva vízbe esik a csáklyája, ezt azonban csak fél óra múlva veszi észre. Ekkor visszafordul, és a hídtól 8km-rel lejjebb éri utol a csáklyát. Mekkora a folyó sebessége, ha a halász a folyón felfelé és lefelé haladva egyformán evez?

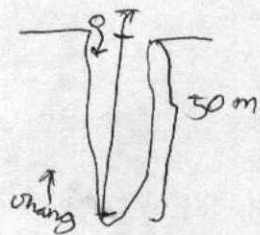
2A28: $v_1 = 10 \text{ m/s}$
 $v_2 = 20 \text{ m/s}$ } $\Delta v = 10 \text{ m/s}$
 $t = 10 \text{ s}$

a) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{10} = 1 \text{ (m/s}^2\text{)}$

a) $s = v_1 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 = 10 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 10^2 = 150 \text{ (m)}$

2B33: $s = h = 50 \text{ m}$

$v_{\text{hang}} = 330 \text{ m/s}$
 $g = 10 \text{ m/s}^2$
 $t = ?$



3,31 mp múlva halljuk a lövő csattanását.

$h = \frac{g}{2} \cdot t_{\text{esés}}^2 \Rightarrow t_{\text{esés}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50}{10}} = \sqrt{10} = 3,16 \text{ (s)}$

$v_{\text{hang}} = \frac{s}{t_{\text{csattanás}}} \Rightarrow t_{\text{csattanás}} = \frac{s}{v_{\text{hang}}} = \frac{50}{330} = \frac{5}{33} \text{ (s)}$ } $t = t_{\text{esés}} + t_{\text{csattanás}} = 3,16 + \frac{5}{33} = 3,31 \text{ (s)}$

2B34: $v = 15 \text{ m/s}$

$a_{\text{rendszer}} = 2 \text{ m/s}^2$



$v = \frac{s}{t}$ $a = \frac{v}{t}$ $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$
 $\downarrow$
 $s = v \cdot t$
 $v \cdot t = \frac{a}{2} \cdot t^2$

2B40: $v(t) = 4 + 2t - 3t^2$

$t = 0$

$x_0 = 8 \text{ m}$

$v_0 = 4 = 4 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 = 4 \text{ (m/s)}$

a) $\int_{t_0}^t v(t) dt = 4t + \frac{2t^2}{2} - \frac{3t^3}{3} + x_0 =$
 $= 4t + t^2 - t^3 + x_0 = 4t + t^2 - t^3 + 8$

b) $\frac{dv}{dt} = 0 = 0 + 2 - 6t \Rightarrow t = \frac{1}{3} \text{ (s)}$

$v(\frac{1}{3}) = 4 + \frac{2}{3} - 3 \cdot \frac{1}{3} = 4 + \frac{1}{3} = 4,33 \text{ (m/s)}$

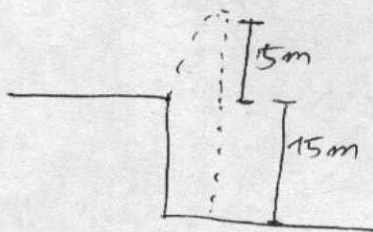
a) $\frac{\Delta v}{a} = t = \frac{2 \cdot 15}{2} = 15 \text{ (s)} \Rightarrow 15 \text{ mp alatt éri utol a rendszer az autót.}$

b) $s = \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{2}{2} \cdot 15^2 = 225 \text{ (m)} \Rightarrow 225 \text{ m-t lesz meg az autótól a rendszer.}$

$a = \frac{v}{t} \Rightarrow v = a \cdot t = 2 \cdot 15 = 30 \text{ (m/s)} \Rightarrow 30 \text{ m/s a rendszer sebessége a találkozáskor.}$

zárkés állapottól.

2B36:



a) 1) $s_1 = \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2g \cdot s_1} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = 10 \text{ (m/s)}$
 $s_1 = 5 \text{ m}$

a) 2) $s_2 = 15 \text{ m} + 5 \text{ m} = 20 \text{ m}$

$s_2 = \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v = \sqrt{2g \cdot s_2} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} = \sqrt{400} = 20 \text{ (m/s)}$

c) $t = \frac{v_0}{g} + \frac{v}{g} = \frac{10}{10} + \frac{20}{10} = 3 \text{ (s)}$

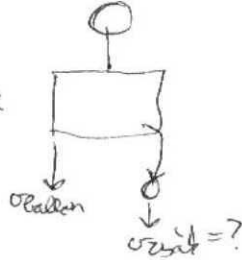
$a = \frac{v}{t} \Rightarrow t = \frac{v}{a}$

2049: $v_{ballon} = 3 \text{ m/s}$

a) $t = 1 \text{ s}$ $a = g = 10 \text{ m/s}^2$
 $v_{zeit} = ?$

$a = \frac{v}{t} \Rightarrow v = a \cdot t$

$v_{zeit} = v_{ballon} + a \cdot t = 3 + 10 \cdot 1 = 13 \text{ (m/s)}$



b) $v_{ballon} = 2 \text{ m/s}$ $t = 1 \text{ mp}$ $v_0 = 3 \text{ m/s}$ (a) fließt abh a Ballon weg

$s_{ballon} = v_{ballon} \cdot t = 2 \cdot 1 = 2 \text{ (m)}$

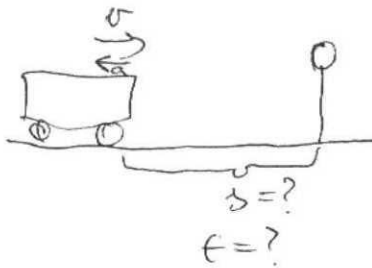
$s_{zeit} = v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2 = 3 \cdot 1 + \frac{10}{2} \cdot 1 = 8 \text{ (m)}$

$\Delta s = s_{zeit} - s_{ballon} = 8 - 2 = 6 \text{ (m)}$

2058: $v = 40 \text{ km/h} = 11,11 \text{ m/s}$

$a = 2 \text{ m/s}^2$

$t_{reflex} = 0,5 \text{ s}$



a) $s = ?$

$s = v \cdot t_{reflex} + \frac{a}{2} \cdot t^2 = v \cdot t_{reflex} + \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2} =$

$= v \cdot t_{reflex} + \frac{v^2}{2a} = 11,11 \cdot 0,5 + \frac{(11,11)^2}{2 \cdot 2} = 36,11 \text{ (m/s)}$

$a = \frac{v}{t} \Rightarrow t = \frac{v}{a}$

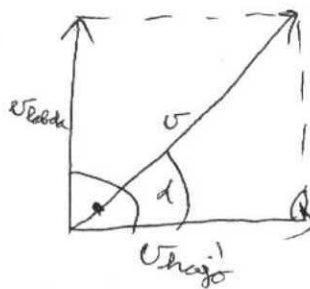
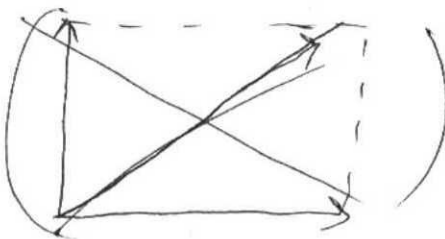
b) $t = t_{reflex} + \frac{v}{a} = 0,5 + \frac{11,11}{2} = 6,055 \text{ (s)}$

1.18: $v_{hajo} = 10 \text{ m/s}$

$v_{labda} = 4 \text{ m/s}$

$|v| = ?$

$d = ?$

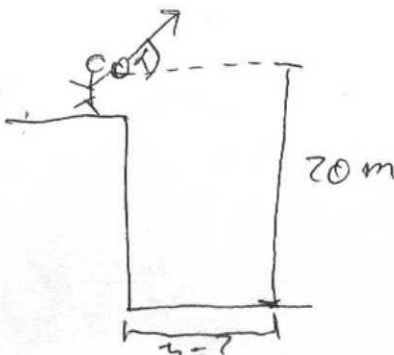


$|v| = \sqrt{v_{hajo}^2 + v_{labda}^2} =$

$= \sqrt{10^2 + 4^2} = 10,77 \text{ (m/s)}$

$\tan d = \frac{v_{labda}}{v_{hajo}} \Rightarrow d = \arctan\left(\frac{v_{labda}}{v_{hajo}}\right) = 21,8^\circ$

1.28:



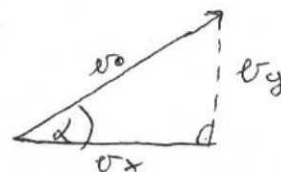
$v_0 = 17 \text{ m/s}$

$d = 30^\circ$

$h = 20 \text{ m}$

$s = ?$

$t = ?$



$-h = v_y t - \frac{g}{2} t^2$

$-20 = 6t - 5t^2$

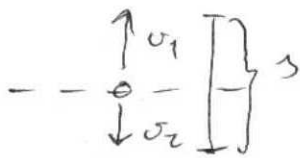
$0 = 20 + 6t - 5t^2$

$v_y = v_0 \cdot \sin d = 6 \text{ (m/s)}$ $t_{1/2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 400}}{-10} =$

$v_x = v_0 \cdot \cos d = 6\sqrt{3} \text{ (m/s)}$ $= -1,49 \text{ s}$

$s = v_x \cdot t = 6\sqrt{3} \cdot 2,69 = 27,96 \text{ (m)}$ $2,69 \text{ (s)}$

A4: $v_1 = 12 \text{ m/s}$
 $v_2 = 12 \text{ m/s}$
 $s = 60 \text{ m}$
 $t = ?$



$$s_1 = v_1 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

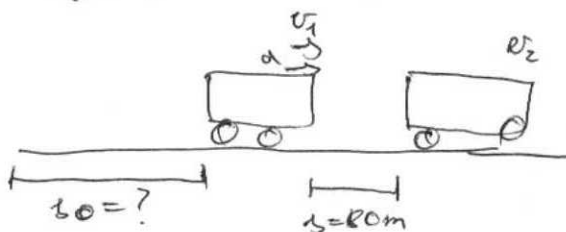
$$s_2 = v_2 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$s = s_1 + s_2 = v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = 2 \cdot 12 \cdot t$$

$$60 = 24t$$

$$2.5(s) = t$$

F1: $s = 80 \text{ m}$
 $v_1 = 10 \text{ m/s}$
 $v_2 = 20 \text{ m/s}$
 $\Delta v = 10 \text{ m/s}$
 $s_0 = ?$



$$s = v_1 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_2 - v_1}{a}$$

$$80 = 10t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$80 = 10 \cdot \frac{20-10}{a} + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{20-10}{a}\right)^2$$

$$0.8 = \frac{1}{2a} + \frac{1}{a}$$

$$a = 1.875 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$s_0 = \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{v_1}{a}\right)^2 = \frac{100}{2a} = 26.67 \text{ (m)}$$

1.17.: $v_1 = 40 \text{ km/h} \rightarrow t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{s}{40}$
 $v_2 = ? \rightarrow t_2 = \frac{s}{v_2}$
 $v_{\text{avg}} = 50 \text{ km/h}$

$$v_{\text{avg}} = \frac{s + s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{t_1 + t_2}$$

$$50 = \frac{2s}{\frac{s}{40} + \frac{s}{v_2}}$$

$$50 \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{v_2} \right) = 2$$

$$\frac{5}{4} + \frac{50}{v_2} = 2$$

$$1.25v_2 + 50 = 2v_2$$

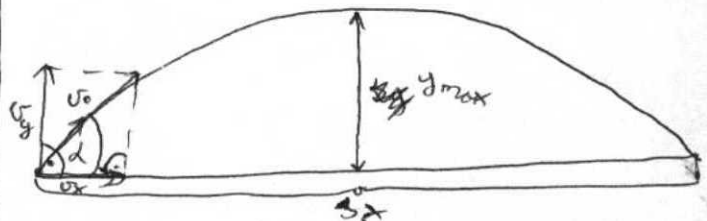
$$50 = 0.75v_2$$

$$\underline{\underline{66.67 \text{ (km/h)}}} v_2$$

$$y_{\text{max}} = v_y \cdot t_{\text{em}} - \frac{g}{2} \cdot t_{\text{em}}^2 =$$

$$= v_y \cdot \frac{v_y}{g} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{v_y}{g}\right)^2 = \frac{v_y^2}{2g}$$

1.48.: $s_x = 1000 \text{ m}$
 $y_{\text{max}} = ?$



$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha$$

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$a = \frac{v}{t} \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

$$t_{\text{erh\u00e4lt}} = \frac{v_y}{g} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \quad \left. \begin{array}{l} t_{\text{erh\u00e4lt}} = \frac{2 \cdot v_y}{g} \\ t_{\text{erh\u00e4lt}} = \frac{2 \cdot v_y}{g} \end{array} \right\}$$

$$t_{\text{erh\u00e4lt}} = \frac{2 \cdot v_y}{g}$$

$$s_x = v_x \cdot t = v_x \cdot \frac{2 \cdot v_y}{g} = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha \cdot 2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$= \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = 1000 \text{ (m)}$$

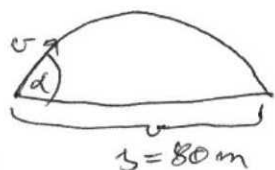
$$1000 = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2\alpha)$$

$$\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ \text{ er\u00f6\u00dftet letztes}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{s_x \cdot g}{\sin 2\alpha}} = 100 \text{ (m/s)}$$

$$y_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{100^2}{20} = 500 \text{ (m)}$$

1:

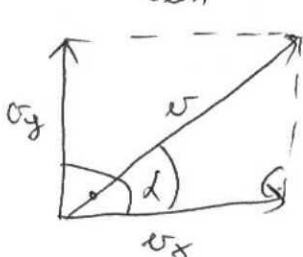


$$t = 4 \text{ s}$$

$$t_{em} = \frac{t}{2} = 2 \text{ (s)}$$

$$a = \frac{v_y}{t} = g \Rightarrow v_y = g \cdot t = 20 \text{ (m/s)}$$

$$v_x = \frac{s}{t_{em}} = \frac{40}{2} = 20 \text{ (m/s)}$$

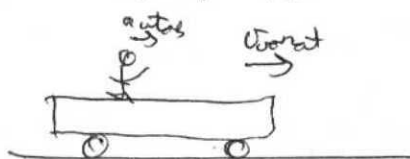


$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2 \cdot 20^2} = \sqrt{2} \cdot 20 \text{ (m/s)}$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \arctg\left(\frac{20}{20}\right) = 45^\circ$$

2: $v_{corat} = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} \quad t = 3 \text{ s}$

$$a_{rotas} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

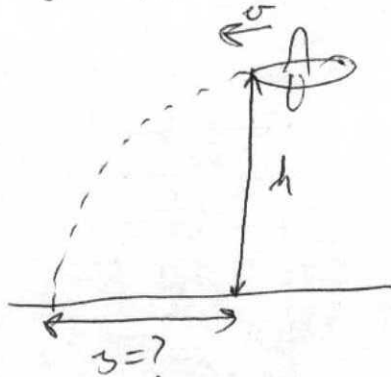


$$s = v_{corat} \cdot t + \frac{a_{rotas}}{2} \cdot t^2 = 20 \cdot 3 + \frac{0,8}{2} \cdot 9 = 63,6 \text{ (m)}$$

3: $h = 200 \text{ m}$

$$v = 360 \text{ km/h} = 100 \text{ m/s}$$

$$g = 3,69 \text{ m/s}^2$$



$$h = \frac{g}{2} \cdot t^2 = 200$$

$$\frac{3,69}{2} \cdot t^2 = 200$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{400}{3,69}} = 10,41 \text{ (s)}$$

$$s = v \cdot t = 100 \cdot 10,41 = \underline{\underline{1041 \text{ (m)}}}$$

4: $r = 5 \text{ t}$

$$\phi = 0,2 \text{ t}^2$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$\left(v = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2} \right) \dot{r} = 5$$

$$\dot{\phi} = 0,4 \text{ t}$$

$$|v| = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2} = \sqrt{25 + 10^2 \cdot (0,8)^2} = \sqrt{69} = \underline{\underline{8,3 \text{ (m/s)}}}$$

5. $x(t) = 30 + 20t - 15t^2$

a) $v(t) = \frac{dx}{dt} = 20 - 30t$

b) $a(t) = \frac{dv}{dt} = -30$

c) $t = 0$

$x(0) = 30$

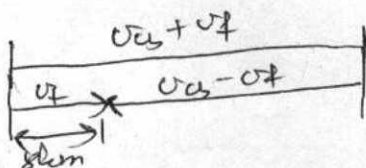
$v(0) = 20 \text{ (m/s)}$

d) $v = 0 = 20 - 30t \Rightarrow t = \frac{2}{3} \text{ (s)}$

$x\left(\frac{2}{3}\right) = 30 + \frac{20 \cdot 2}{3} - 15 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 36.66 \text{ (m)}$

$\Delta x = x\left(\frac{2}{3}\right) - x_0 = 36.66 - 30 = \underline{\underline{6.66 \text{ (m)}}} \Rightarrow 6.66 \text{ meter megtétel után lesz a sebesség zérus.}$

6.



$$\begin{cases} (v_B + v_F) \cdot 0.5 = s_1 \\ (v_B - v_F) \cdot t_1 + \underbrace{v_F(t_1 + 0.5)}_8 = s_1 \end{cases}$$

$$v_B \cdot 0.5 + v_F \cdot 0.5 = s_1$$

$$v_B \cdot t_1 + v_F \cdot 0.5 = s_1$$

$$v_B(0.5 - t_1) = 0$$

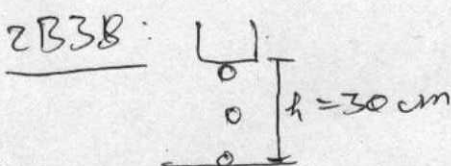
$0.5 = t_1$

$v_B = 0$

$v_F = 8 \text{ (km/h)}$

$v_F(0.5 + t_1) = 8$

$v_F \cdot 1 = 8 \text{ (km/h)}$



$h = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$

$h = \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{0.6}{10}} = 0.2449 \text{ (s)}$

$T = \frac{t}{2} \Rightarrow f = \frac{2}{t} = 8.16 \left(\frac{1}{s}\right)$

$n = 60 \cdot f = 60 \cdot 8.16 \approx \underline{\underline{490 \text{ (dB)}}}$

2. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

4A-11 A nagy gyorsulásoknak az emberi testre gyakorolt hatását úgy tanulmányozzák, hogy az űrhajósokat egy 15 m hosszú rúd végéhez rögzített kabinban vízszintes síkú körpályán megforgatják. a) Mekkora az űrhajós gyorsulása, ha a kabin 23 fordulatot tesz meg percenként? b) Hányszorosa ez a gyorsulás a nehézségi gyorsulásnak?

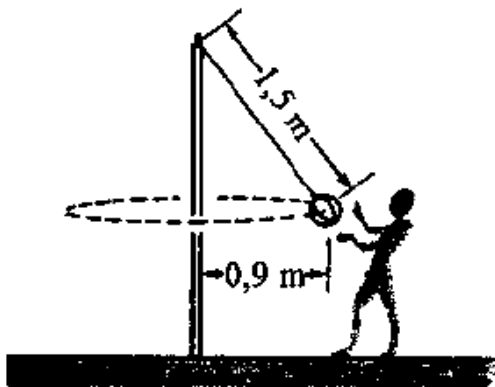
4B-18 Egy sólyom 12 m sugarú, vízszintes síkú íven 4 m/s sebességgel repül. a) Mekkora a centripetális gyorsulása? b) Mekkora a sólyom gyorsulásának nagysága és iránya, ha pályájának síkja és íve nem változik, de $1,2 \text{ m/s}^2$ gyorsulással növelni kezdi sebességét?

4C-26 Egy 300 m-es állandó görbületi sugarú úton haladó autó $1,2 \text{ m/s}^2$ gyorsulással fékezni kezd. a) Határozzuk meg az autó gyorsulásának irányát és nagyságát abban az időpontban, amikor sebessége 15 m/s. Készítsünk vázlatot a gyorsulásvektor irányának jelzésére.

5B-15 4 kg tömegű testre két erő – a lefelé mutató nehézségi erő és egy állandó, vízszintes irányú erő – hat. A megfigyelések szerint a test nyugalomból indult és 12 m/s^2 gyorsulással mozog. Határozzuk meg, hogy a) mekkora a vízszintes irányú erő? b) milyen irányban gyorsul a test? c) vajon egyenes vonalon vagy parabolán mozog-e a test?

5A-26 Két diák 9 kg tömegű jelzőtáblát akaszt egymástól 30 m távolságban lévő épületek azonos magasságú pontjához rögzített kötélt középpontjára. A cégtábla belógása a felfüggesztési pontokat összekötő vízszintes alá 30 cm. Mekkora erő feszíti a kötelet?

5A-30 Egy 1,5 m hosszú kötéltre kötött 4,5 kg tömegű labda az 5-35 ábrán látható módon kúpingaként 0,9 m sugarú, vízszintes síkú körpályán mozog. a) Mekkora erő feszíti a kötelet? Rajzoljuk meg a labda vektorábráját, beleértve az erők alkalmas derékszögű összetevőkre bontását is! b) Mennyi idő alatt tesz meg a labda egy teljes fordulatot?



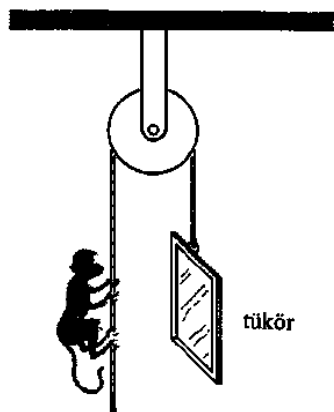
5B-36 Az 5-40 ábrán látható férfi és a tartólap együttes súlya 80 kg. Mekkora erővel tarthatja függve magát a férfi? (Ha esetleg lehetetlennek tartjuk ezt, magyarázzuk meg, hogy miért!)



5A-40 A vízszintes padlón 1,8 m/s sebességgel csúszó doboz 2 másodperc alatt megáll. Mekkora a doboz és a padló közötti csúszó súrlódási együttható?

5B-52 Egy 4 kg tömegű testet az 5-47 ábrának megfelelően $F = 20 \text{ N}$ erővel húzunk. Mekkora a test gyorsulása, ha a test és a talaj közötti csúszó súrlódási együttható 0,2?

5C-73 További humoros illusztrációul szolgál a Newton-törvényekre a következő példa. Súrlódásmentes csigán átvett, elhanyagolható tömegű kötélt egyik végén egy majom, a másikra pontosan vele szembe, hogy lássa magát, egy a majommal egyenlő tömegű tükröt akasztottunk (5-60 ábra). Magyarázzuk meg, hogy miért marad mindig pontosan szemben a majom a tükrrel, ha nyugalmi helyzetből indulva felfelé vagy lefelé mászik?



14B-9 Egy 1,5 kg-os súly egy $3,6 \text{ m/s}^2$ gyorsulással mozgó vasúti mennyezetére zsinórral van felfüggesztve. A súly a kocsihoz viszonyítva nyugalomban van. Határozzuk meg (a) a zsinór függőleges irányú bezárt szögét és (b) a zsinórban ébredő erő nagyságát! A feladatot a kocsihoz rögzített vonatkoztatási rendszerben oldjuk meg!

14B-16 Ha valaki az egyetem területén nyugati irányban fut, pontosan mi lesz a rá ható Coriolis erő iránya?

14B-22 Tegyük fel, hogy a Föld tökéletes forgó gömb (azzal ellentétben, hogy alakja inkább lapult szferoid). Egy eskimó az északi sarkon fürdőszoba mérlegre áll és úgy találja, hogy súlya pontosan 1000 N. Mennyivel tér el a leolvasott érték az előbbi 1000 N-tól ha az egyenlítőn áll rá a mérlegre?

Otthoni gyakorlásra:

4B-13 A tipikus pulzárokról úgy hisszük, hogy kb. 40 km sugarú, másodpercenként 1 fordulatot tevő, különlegesen sűrű neutroncsillagok. a) Mekkora a neutroncsillag egyenlítőjén elhelyezkedő részecske gyorsulása? b) Mekkora a 45. szélességi körön (azaz az egyenlítő és a pólus között félúton) lévő részecske gyorsulása? c) Milyen irányban gyorsul a b) kérdés szerint mozgó részecske?

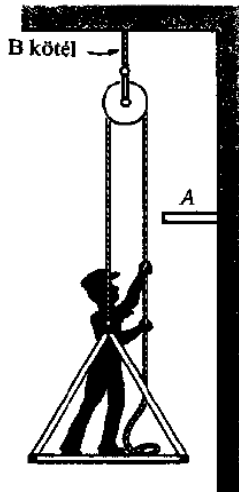
5A-23 Hintában ülő 30 kg-os gyereket vízszintes F erővel oldalra húzva egyensúlyban tartunk, miközben a hinta kötele 30° -os szögben áll a függőlegeshez képest. a) Mekkora az F erő? b) Mekkora erő feszíti ezalatt a hinta kötelét?

5B-20 Egy gépkocsi 18 m sugarú, függőleges síkú, kör alakú domboldalon mozog felfelé. A domb tetején a vezető tapasztalja, hogy éppen csak érinti az ülést. Mekkora sebességgel haladt a gépkocsi?

5B-56 Az 5-49 ábrán látható, vízszintes síkon fekvő 3 kg-os hasáb és a sík közötti súrlódási együttható 0,260. Mekkora F erő szükséges ahhoz, hogy a hasáb $1,2 \text{ m/s}^2$ gyorsulással mozogjon, ha a csiga tömege és a tengelysúrlódás elhanyagolható? (Megjegyzés: adott F erő esetében mekkora a kötél feszítő erő?)

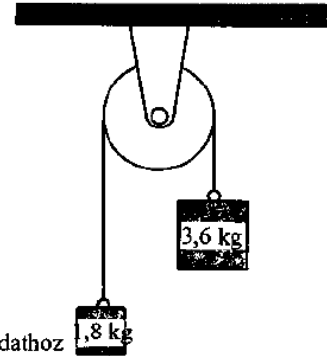
5B-62 Az 5-53 ábra szerint két érintkező hasáb fekszik a vízszintes, súrlódásmentes talajon. a) Mekkora vízszintes F erővel toljuk az 5 kg tömegű testet, hogy a rendszer 2 m/s^2 gyorsulással mozogjon? b) Mekkora erővel hat ezalatt a 7 kg-os hasáb az 5 kg-os testre?

5B-34 Egy épület oldalának befestéséhez a festő az 5-38 ábrán látható módon csigán átvetett kótéllel húzza fel magát. Egy adott helyzet rögzítésére a festő a húzott, szabad kótélágot is az állványhoz szokta erősíteni. (A festő és az állvány együttes súlya 900 N, a kótél szakítószilárdsága 1350 N.) Egy alkalommal azonban az épület falából kiállt, különlegesen erős és biztonságos csővéget (az ábrán A -val jelölve) talált, s a kótélvéget ehhez erősítette. Milyen katasztrofális következménnyel járt ez és miért?



5B-35 Az 5-39 ábrán látható módon, súrlódásmentesen forgó csigán átvetett, elhanyagolható tömegű kótél végeire 1,8 és 3,6 kg-os tömeget erősítettünk, majd nyugalomból indítva magára hagytuk a rendszert.

a) Newton második törvényének alkalmazásával határozzuk meg a testek gyorsulását! b) Mekkora erő feszíti a fonalat, miközben a testek gyorsulnak? c) Mekkora sebességgel érik le 15 cm magasból a 3,6 kg-os test?



5-39 ábra

Az 5B-35 feladathoz

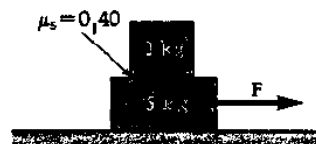


5-45 ábra

Az 5B-50 feladathoz

5B-50 Két, vízszintes síkon fekvő testet az 5-45 ábra szerint fonallal kötöttünk össze. A testek és a sík közötti csúszási súrlódási együttható 0,5. a) Mekkora vízszintes irányú F erővel mozgathatjuk a testeket 2 m/s^2 gyorsulással? b) Mekkora erő feszíti ezalatt az összekötő fonalat?

5B-61 Az 5-52 ábra szerinti elrendezésben a felső és az alsó hasáb között a tapadási súrlódási együttható 0,4, a vízszintes sík súrlódásmentes. Mekkora maximális vízszintes F erővel húzhatjuk az alsó testet, ha azt akarjuk, hogy a felső test ne csússzon meg rajta?



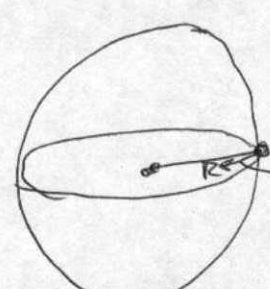
14A-12 Egy 120 méter átmérőjű nagy, kerékalakú űrállomás a peremén lévő személyek 3 m/s^2 „mesterséges gravitációval” való ellátása céljából forgásban van. Határozzuk meg, mekkora (fordulat per perc egységben mért) fordulatszámmal lehet ezt a hatást elérni!

14A-15 Határozzuk meg a 60 méter sugarú versenypálya szakasz ideális dőlésszögét arra az esetre, ha a kocsik 96 km/h sebességgel veszik a kanyart. Oldjuk meg a feladatot egy gépkocsihoz rögzített koordinárendszerben.

14C-33 Mesterlövész balról jobbra haladó célpontra céloz. A célt követő puskacső vízszintes síkban mozog. A puska szögsebessége $1,5 \text{ rad/s}$ abban a pillanatban, amikor az 5 gramm tömegű lövedék 500 m/s sebességgel éppen kilép a csőből. A forgó rendszerben mekkora Coriolis erő hat a lövedékre a cső elhagyásának pillanatában? Milyen irányú ez az erő?

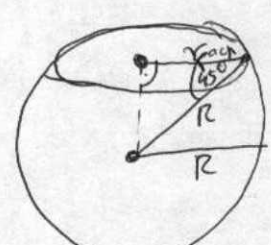
4B13: $R = 40 \text{ km} = 40 \cdot 10^3 \text{ (m)}$
 $f = 1 \text{ fordulát / mp} \Rightarrow \omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \text{ (rad/sec)}$

a) $a_{\text{q}} = \omega^2 \cdot R = (2\pi)^2 \cdot 40 \cdot 10^3 = \overset{1577536}{\text{m/s}^2}$

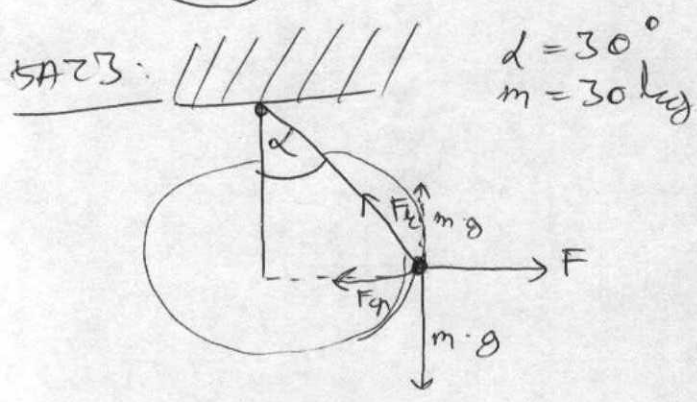


a_{q} (középpont felé mutat)

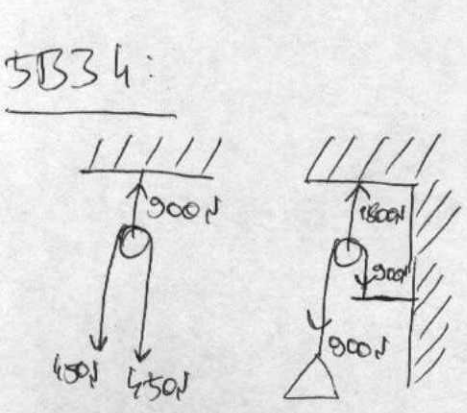
b) $r = R \cdot \cos 45^\circ = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{2} = 20 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2} \text{ (m)}$



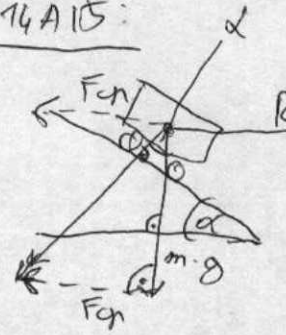
$a_{\text{q}} = \omega^2 \cdot r = (2\pi)^2 \cdot 20 \cdot 10^3 \sqrt{2} = 1,115 \cdot 10^6 \text{ (m/s}^2\text{)}$



$F_{Ly} = m \cdot g = 300 \text{ (N)}$
 $\cos \alpha = \frac{|m \cdot g|}{F_L} \Rightarrow F_L = \frac{F_{Ly}}{\cos 30^\circ} = \frac{300}{\cos 30^\circ} = 346,41 \text{ (N)}$
 $\sin \alpha = \frac{F_{Lx}}{F_L} \Rightarrow F_{Lx} = F_L \cdot \sin \alpha = 346,41 \cdot \sin 30^\circ = 173,205 \text{ (N)}$
 $|F| = F_{\text{q}} = F_{Lx} = 173,205 \text{ (N)}$



14A15: $v = 96 \text{ km/h} = 26,7 \text{ m/s}$



$R = 60 \text{ m}$
 $F_{\text{q}} = m \cdot a_{\text{q}} = m \cdot \frac{v^2}{R}$
 $\tan \alpha = \frac{F_{\text{q}}}{m \cdot g} = \frac{m \cdot \frac{v^2}{R}}{m \cdot g} = \frac{v^2}{R \cdot g} = \frac{(26,7)^2}{60 \cdot 10}$
 $= 1,18815 \Rightarrow \alpha \approx \underline{\underline{49,91^\circ}}$

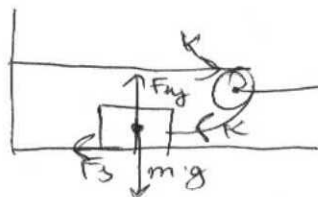
5B30: $F_{ch} = m \cdot g$ $r = 18m$

$$m \cdot a_{ch} = m \cdot g$$

$$a_{ch} = g = 10 (m/s^2)$$

$$a_{ch} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{a_{ch} \cdot r} = 13,42 (m/s)$$

5B56:



$m = 3 kg$
 $\mu = 0,26$
 $a = 1,2 m/s^2$
 $F = ?$

$$F_{Ny} - m \cdot g = 0$$

$$F_{Ny} = m \cdot g$$

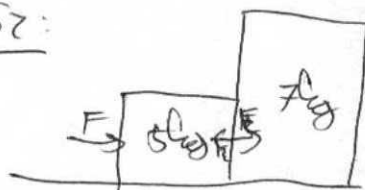
$$k - F_s = m \cdot a$$

$$k - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

$$k = m(a + g\mu) = 3(1,2 + 10 \cdot 0,26) = 11,4 (N)$$

$$F = 2k = 2 \cdot 11,4 = 22,8 (N)$$

5B67:

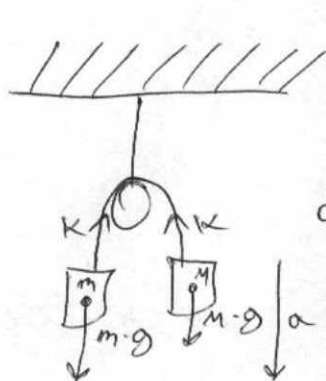


$$a = 2 m/s^2$$

$$F = (m + M)a = 12 \cdot 2 = 24 (N)$$

$$F_2 = M \cdot a = 7 \cdot 2 = 14 (N)$$

5B35:



$$m = 1,8 kg$$

$$M = 3,6 kg$$

$$a) M \cdot g - k = M \cdot a$$

$$(+k) - m \cdot g = m \cdot a$$

$$\frac{M \cdot g - m \cdot g = (M + m) a}{3,6 \cdot 10 - 1,8 \cdot 10 = 5,4 a}$$

$$3,33 (m/s^2) = a$$

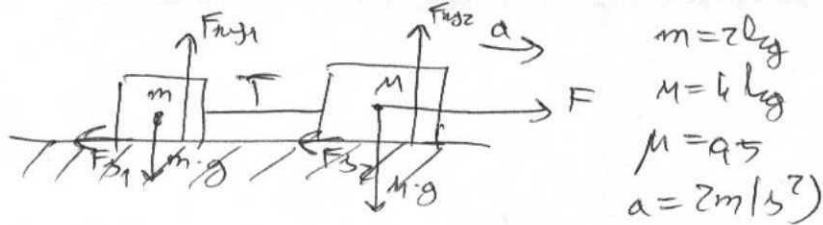
$$3,33 (m/s^2) = a$$

$$b) k = ma + mg = m(a + g) = 1,8(3,33 + 10) = 23,994 \approx 24 (N)$$

$$c) h = \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5}{3,33}} = 0,3 (s)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = v = a \cdot t = 0,3 \cdot 3,33 \approx 1 (m/s)$$

5B50:



$$\begin{aligned} m &= 2 \text{ kg} \\ M &= 4 \text{ kg} \\ \mu &= 0,5 \\ a &= 2 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} F - F_{s2} - T = M \cdot a \\ T - F_{s1} = m \cdot a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} F_{s2} &= F_{N2} \cdot \mu = M \cdot g \cdot \mu = 0,5 \cdot 4 \cdot 10 = 20 \text{ (N)} \\ F_{s1} &= F_{N1} \cdot \mu = m \cdot g \cdot \mu = 2 \cdot 10 \cdot 0,5 = 10 \text{ (N)} \end{aligned}$$

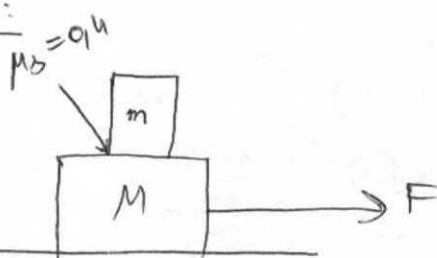
$$\begin{aligned} F - 20 - T &= 8 \\ (+) T - 10 &= 20 \end{aligned}$$

$$F - 30 = 28$$

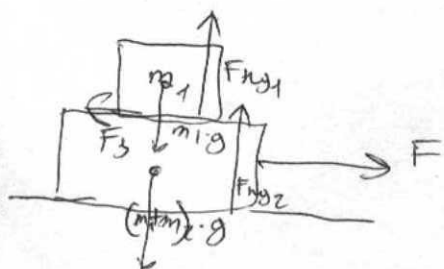
$$F = 58 \text{ (N)}$$

$$T = 20 + 10 = 30 \text{ (N)}$$

5B61:



$$\begin{aligned} m &= 3 \text{ kg} \\ M &= 5 \text{ kg} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} F_3 &= F_{N1} \cdot \mu \\ F_3 &= 3 \cdot 10 \cdot 0,4 = 12 \text{ (N)} \end{aligned}$$

$F \leq F_3$ esetén nem fog megcsúszni a felső test.

14A12:

$$\begin{aligned} r &= 120 \text{ m} \\ a_{ch} &= 3 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\left(a_{ch} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{a_{ch} \cdot r} = 18,97 \text{ (m/s)} \right)$$

$$a_{ch} = \omega^2 \cdot r \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_{ch}}{r}} = \sqrt{\frac{3}{120}} = 0,158$$

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0,158}{2\pi} = 0,025 \left(\frac{1}{\text{sec}} \right) = 1,51 \left(\frac{1}{\text{perc}} \right)$$

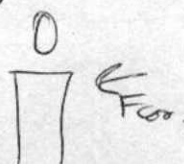
pusztán mozgás

14C33: $\omega = 1,5 \text{ rad/s}$

$$v = 500 \text{ m/s}$$

$$m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$F_{cor} = 2m \cdot \omega \cdot v = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ (N)}$$



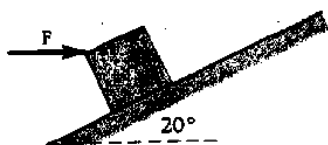
3. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

6B-10 Egy rugó által kifejtett erő a Hooke-törvény helyett az $F = -kx^3$ törvény szerint változik, ahol $k = 200 \text{ N/m}^3$. Mennyi munkát végzünk, míg 0,1 m-ről 0,3 m-re nyújtjuk?

6A-12 Egy 15 g tömegű golyó a fegyver 72 cm hosszúságú csővében 780 m/s sebességre gyorsul fel. A munkatétel felhasználásával határozzuk meg a golyót gyorsító átlagos erőt!

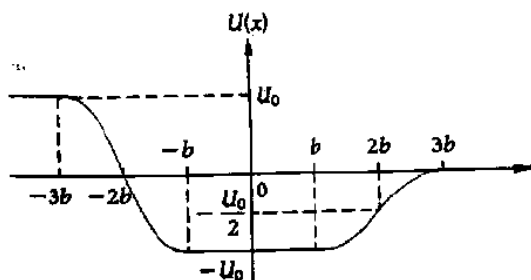
6B-23 A 6-34 ábra szerint 2 kg-os testet vízszintes, 27 N nagyságú erővel tolunk fel egy 20° -os lejtőn. A csúszási súrlódási együttható a lejtő és a test között 0,180. a) Mekkora a test gyorsulása? b) Határozzuk meg a kinematikai egyenletek felhasználásával a nyugalomból induló test sebességét abban a pillanatban, amikor 3 m-t tett meg a lejtőn felfelé! c) Válaszoljunk a b) kérdésre a munkatétel alkalmazásával!



6-34 ábra

6B-40 Egy 1500 kg tömegű gépkocsi 10 másodperc alatt fékez le 100 km/ó sebességről megállásig. Határozzuk meg a) a fék által végzett munkát! b) a fékek által kifejtett átlagos teljesítményt!

6C-76 A 15 m/s állandó sebességű, 1500 kg-os gépkocsi motorja a súrlódás és a légellenállás leküzdésére 15 kW teljesítménnyel dolgozik. a) Mekkora az átlagos ellenállóerő (súrlódás és légellenállás együtt)? b) Mekkora átlagos teljesítményt kellene leadnia a motornak ahhoz, hogy a gépkocsi ugyanezzel a sebességgel 8%-os (8 m függőleges emelkedés 100 méterenként) emelkedőn mozogjon felfelé?

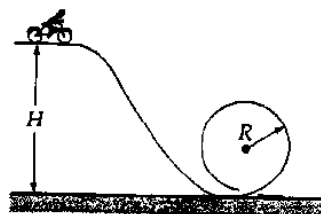


7-17 ábra

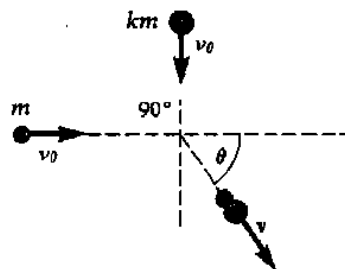
A 7B-4 feladathoz

7B-4 Egy részecske az x tengelyen pozitív és negatív irányban mozoghat. A 7-17 ábra a potenciális energia változását mutatja. A grafikon görbült részei olyan parabola ívek, amelyek az x tengely b hosszúságú szakaszaihoz tartoznak. Készítsük el a részecskére ható $F(x)$ erő változását x függvényében.

7B-12 Egy vásári akrobata kerékpáros álló helyzetből indulva súrlódásmentes pályán gurul le, amely függőleges síkú kör alakú hurokban végződik, amint ez a 7-20 ábrán látható. Határozzuk meg azt a minimális H magasságot, amely szükséges ahhoz, hogy a kerékpár minden időpontban érintkezésben maradjon a pályával. A hurokot közelítő körpálya sugara R . (Útmutatás: a hurok legfelső pontja a kritikus helyzet.)

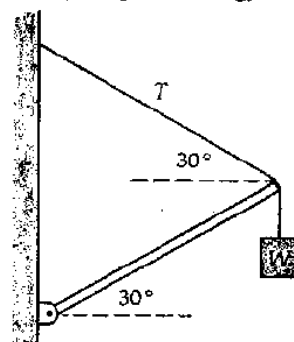


8B-11 Két m , ill. km (k állandó) tömegű test egyenlő v_0 nagyságú kezdősebességgel merőleges irányból a 8-15 ábrán látható módon közeledik egymáshoz és összetükköz, majd összeragadva mozog tovább. Fejezzük ki a végsebességük irányát meghatározó θ szöget k segítségével.

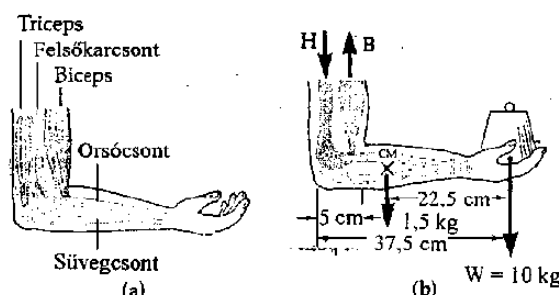


8B-27 Egy 5 kg tömegű kezdetben nyugalomban lévő testre 5 másodpercig 6 N állandó erő hat, majd az erő 3 s alatt egyenletesen zérusra csökken. Mekkora sebességet ér el a test?

10A-15 A 10-34 ábrán a súly 200 N, és a rúd súlya elhanyagolható. Határozzuk meg (a) a kötélen ébredő erőt, (b) annak az erőnek vízszintes és függőleges komponensét, amelyet a csukló gyakorol a rúdra!



10C-42 A 10-51b ábrán egy ember vízszintes alkarral 10 kg-os terhet tart. Az alkar 1,5 kg-os, tömegközéppontjának helyét az ábra mutatja. A bicepsz izom az alkart a könyöktől 5 cm-re függőlegesen felfelé húzza, míg a felsőkarcsont H erővel lefelé nyomja az ízületet. (a) Készítsünk vektorábrát az alkarról (egyszerűen vízszintes rúdként ábrázolva), tüntessük fel rajta az összes erővektort, mindegyiknek végét az erő támadáspontjába helyezve! (b) Határozzuk meg azt a B erőt, amelyet a bicepsz fejt ki az orsócsontra! (c) Amikor a kéz a terhet tartja, akkor a felsőkarcsont kompresszió (összenyomás) alatt van. Határozzuk meg azt a H erőt, amelyet a felsőkarcsont a könyöki ízületre gyakorol!



Otthoni gyakorlásra:

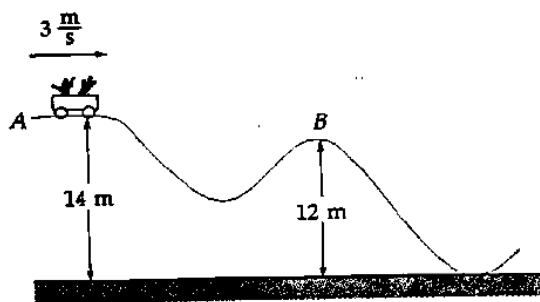
6B-6 Egy ember 30 kg-os dobozt emelt a földről 1,5 m magasba, állandó sebességgel. a) Mennyi munkát végzett az ember? b) Mennyi munkát végzett a gravitációs erő? c) Mennyi az ember és a gravitációs erő munkájának összege?

6B-15 Egy 5 g tömegű, 600 m/s sebességű golyó fátörzsbe csapódva 4 cm mélyen hatol a fába. a) Energetikai megfontolások alapján határozzuk meg a golyót lassító átlagos súrlódási erőt! b) Feltéve, hogy a súrlódási erő állandó, határozzuk meg, hogy mennyi idő telt el a golyónak a fába való behatolásába megállásáig!

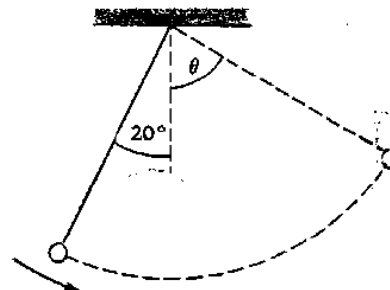
6A-25 Egy asszony 1300 J munka árán húz fel egy 12 kg-os vödört a 10 m mély kútból. Mekkora mozgási energiával érkezik a vödör a felszínre?

6A-39 Egy 48 km/ó sebességgel egyenletesen haladó gépkocsira a légellenállás 900 N erővel hat. Mekkora teljesítménnyel dolgozik a motor a légellenállás leküzdésére?

7A-6 A hullámvasútkocsi sebessége, amikor a kocsit a 7-18 ábrán látható A helyen van, 3 m/s a) Mekkora a kocsit sebessége a pálya B pontján ha a súrlódás elhanyagolhatóan kicsiny? b) Mekkora az a minimális görbület a B pontban, amelynél még biztonsági öv használata nélkül sem repülnek ki az ülésről az utasok?



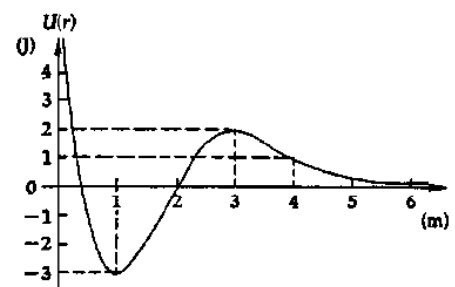
7B-23 Egy egyszerű inga egy 2 m hosszú fonálból és egy 3 kg tömegű ingatestből áll. Az ingatestet $v_0 = 2,4$ m/s kezdősebességgel elindítjuk midőn a fonál a függőlegessel 20° -os szöget zár be (7-28 ábra). Az inga ezután szabadon leng. a) Határozzuk meg a maximális θ szöget, amelyet a fonál függőlegessel bezár, midőn az inga kitérése maximális. b) Mekkora a fonál feszítő ereje, midőn az ingatest visszalendül az eredeti 20° -os helyzetébe?



7-28 ábra

8B-29 Egy 5 g tömegű 700 m/s sebességű golyó behatol egy rögzített fakockába és megáll benne. Tegyük fel, hogy a fakocka $8 \cdot 10^3$ N nagyságú állandó erőt fejt ki a golyóra, míg az meg nem áll. Határozzuk meg a) mennyi idő alatt áll meg a golyó, b) milyen mélyen hatol be a fába, c) mennyi munkát végez a fakocka, míg a golyó megáll, d) mennyivel változik a golyó mozgási energiája.

7C-52 A 7-39 ábrán egy 400g-os részecske $U(r)$ helyfüggő potenciális energiafüggvénye látható. a) Hol maximális a részecskére ható vonzóerő? (Vonzóerőn itt az origó felé mutató, azaz $-r$ irányú erőt értünk.) b) Hol zérus a részecskére ható eredő erő? c) Milyen r tartományban hat taszító erő a részecskére? (Taszító erőn a $+r$ irányú erőt értjük) d) Mekkora az a maximális E energia, amellyel a részecske rendelkezhet, és mozgása még mindig véges tartományra korlátozódik. e) Abban az esetben, amikor a részecske kötött állapotban van, mint például a d) feladatban, becsüljük meg, hogy a potenciálgödörbe befogott részecske milyen r tartományban mozoghat? f) Tégezzük fel, hogy a részecske az $r = 3$ m helyen instabilis egyensúlyi állapotban nyugalomban van, s egy nagyon kicsit r irányában kimozdítjuk. Határozzuk meg a részecske sebességét az $r = 4$ m helyen. Végül vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a részecske nagyon nagy r távolságból, ahol kinetikus energiája 3 J, az origó felé tart. A következő kérdések a részecske további $-r$ irányú mozgására vonatkoznak. g) Hol a legnagyobb az origó felé tartó részecske sebessége? h) Mekkora a maximális sebesség? i) Becsüljük meg (a lehető legpontosabban), hogy az origót mennyire tudja megközelíteni a részecske?



7-39 ábra

A 7C-52 feladathoz.

Ha $r \rightarrow \infty$, akkor $U(r)$ zérushoz tart.

A. 2 kg tömegű test 100 méterrel a Föld felszíne felett 30 m/s sebességgel közeledik a talajhoz. Földet éréskor sebessége 50 m/s. Mekkora a közegellenállás munkavégzése? (400 J)

B. Mekkora az $\mathbf{F} = -7\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ (N) erő forgatónyomatéka az $\mathbf{r} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ (m) helyvektorral kijelölt pontra vonatkozóan? (34 Nm)

C. 40 kg tömegű test 5m/s sebességét 100N nagyságú állandó erő 150m egyenes úton 20 m/s nagyságúra növeli. Mekkora szöget zár be az erő a sebességgel? (60°)

D. 1,25 m magasból a 0,1 kg tömegű golyó a 0,1 s időtartamú kölcsönhatás után 80 cm magasra pattan vissza. ($g=10 \text{ m/s}^2$) Mekkora átlagos erőt fejtett ki a talaj a golyóra? (9N)

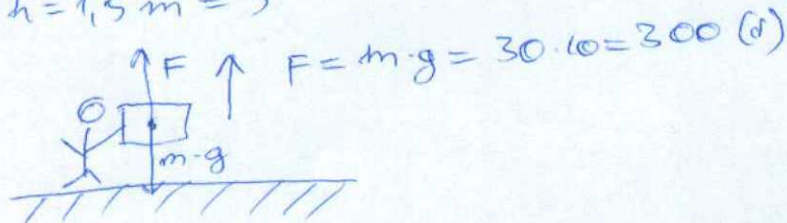
E. 100 N súlyú testet 120 N nagyságú erővel emelünk. Mekkora az emelő erő átlag- teljesítménye az első 2 másodpercben? (240 W)

F. Egy 800 N súlyú testet nyugalmi helyzetéből indítva állandó gyorsulással, kötéllal húzunk függőlegesen felfelé. A test így módon 5s alatt 50 m magasra jut. Mekkora munkát végzett az emelő erő? (56000 J)

G. Az 1000 m magasan lebegő léggömből 70 kg tömegű bombát ejtenek le. A bomba 400 m esés után két részre robban szét. Az egyik, 30 kg tömegű rész a robbanás pillanatában vízszintes irányban 200 m/s sebességet kap. Hol éri el a talajt a másik rész? (A légellenállástól tekintsünk el.)

H.

6B36: $m = 30 \text{ kg}$
 $h = 1,5 \text{ m} = 1,5$



$$F = m \cdot g = 30 \cdot 10 = 300 \text{ (N)}$$

a) $W = F \cdot \cos 0^\circ \cdot 1,5 = 450 \text{ (J)}$

b) $W_g = m \cdot g \cdot h = 300 \cdot 1,5 = 450 \text{ (J)}$

c) $W + W_g = 450 + 450 = 900 \text{ (J)}$

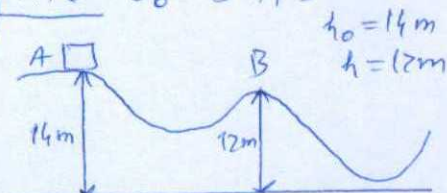
6A39: $v = 48 \text{ km/h} = 13,3 \text{ m/s}$

$F_{\text{gesamtes}} = 900 \text{ N}$

$P = ?$

$P = F_{\text{gesamtes}} \cdot v = 900 \cdot 13,3 = 12000 \text{ (W)}$

7A6: $v_0 = 3 \text{ m/s}$

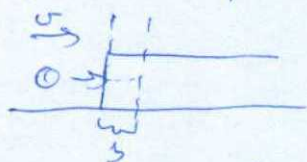


a) $\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = m g h_0 - m g h$

6B45: $m = 5 \text{ g} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

$v = 600 \text{ m/s}$

$s = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$



a) $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$W = F \cdot s$

$\frac{1}{2} m v^2 = F \cdot s$

$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 600^2 = F \cdot 0,04$

$22500 \text{ (N)} = F$

$\frac{1}{2} v^2 - \frac{1}{2} v_0^2 = g h_0 - g h$

$\frac{1}{2} v^2 - \frac{1}{2} 3^2 = 140 - 120$

$v^2 = 49$

$v = 7 \text{ (m/s)}$

b) $F_{\text{cn}} = m \cdot g$

$m \cdot a_{\text{cn}} = m \cdot g$

$\frac{v^2}{R} = g$

$\frac{49}{R} = 10$

$R = 4,9 \text{ (m)}$

$\rho = \frac{1}{R} = \frac{1}{4,9} \text{ (görcület)}$

$v = 7 \text{ m/s}$
 $w = \frac{v}{R}$
 $a_{\text{cn}} = w^2 \cdot R$ } $\Rightarrow a_{\text{cn}} = \frac{v^2}{R}$

b) $F = m \cdot a$

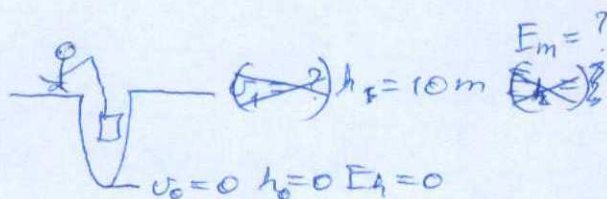
$a = \frac{F}{m} = \frac{22500}{5 \cdot 10^{-3}} = 4500000 \text{ (m/s}^2\text{)}$

$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{600}{4500000} = 0,00013 \text{ (s)}$

6A25: $W = 1300 \text{ J}$

$m = 12 \text{ kg}$

$h = 10 \text{ m}$



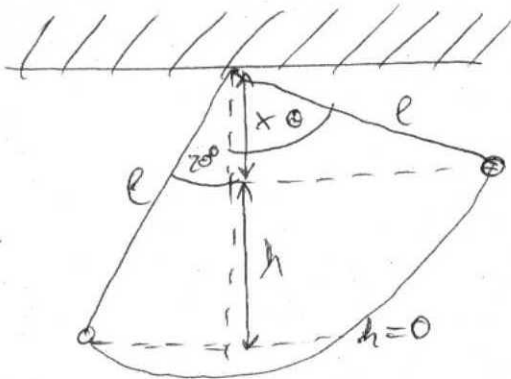
$\frac{1}{2} m v_0^2 + m g h_0 = 0$

$\frac{1}{2} m v_1^2 + m g h = W = 1300 \text{ J}$

$E_m = ?$

$E_m = 1300 - 12 \cdot 10 \cdot 10 = 100 \text{ (J)}$

7B23:



$$l = 2 \text{ m}$$

$$m = 3 \text{ kg}$$

$$v_0 = 2,4 \text{ m/s}$$

a) $\theta = ?$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = m g h$$

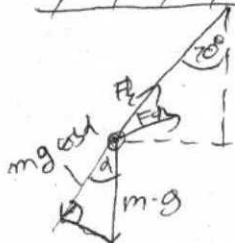
$$\frac{1}{2} \cdot 2,4^2 = 10 h$$

$$0,288 \text{ (m)} = h$$

$$\lambda = l \cdot \cos 20^\circ - h = 2 \cdot \cos 20^\circ - 0,288 = 1,59 \text{ (m)}$$

$$\cos \theta = \frac{\lambda}{l} \Rightarrow \arccos\left(\frac{\lambda}{l}\right) = \theta = \underline{\underline{37,34^\circ}}$$

b)



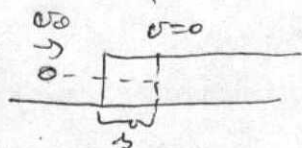
$$F_g = m \cdot a_g = m \cdot \frac{v^2}{l} = 3 \cdot \frac{2,4^2}{2} = \underline{\underline{8,64 \text{ (N)}}}$$

$$F_l = F_g + m g \cos \theta = \frac{8,64}{2} + 3 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ = \underline{\underline{36,83 \text{ (N)}}}$$

8B28: $m = 5 \text{ g} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

$$v_0 = 700 \text{ m/s}$$

$$F = 8 \cdot 10^3 \text{ N}$$



a) $\epsilon = ?$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = F \cdot s$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 700^2 = 8 \cdot 10^3 \cdot s$$

$$0,153125 = s$$

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{8 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,6 \cdot 10^6 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$s = \frac{a}{2} \epsilon^2 \Rightarrow \epsilon = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,153125}{1,6 \cdot 10^6}} = \underline{\underline{0,0004375 \text{ (s)}}}$$

$$b) s = 0,153125 \text{ (m)}$$

$$c) W = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 700^2 = 1225 \text{ (J)}$$

$$d) \Delta E_h = W = \underline{\underline{1225 \text{ (J)}}}$$

A: $m = 2 \text{ kg}$

$v_0 = 30 \text{ m/s}$

$v = 50 \text{ m/s}$

$h = 100 \text{ m}$

$\downarrow v_0 = 30 \text{ m/s}$

$\text{||||| } v = 50 \text{ m/s } F_A = 0$

$W_{\text{res}} = ?$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + m g h = \frac{1}{2} m v^2 + W_{\text{res}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 30^2 + 2 \cdot 10 \cdot 100 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 50^2 + W_{\text{res}}$$

$400 \text{ (J)} = W_{\text{res}}$

B: $F = -7i + 3j$

$r = 2i + 4j$

$$M = |F \times r| = \begin{vmatrix} -7 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -7 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = -34 \text{ (Nm)}$$

C: $m = 40 \text{ kg}$

$d = ?$

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = F \cdot \cos d \cdot s$$

$F = 100 \text{ N}$

$s = 150 \text{ m}$

$v_0 = 5 \text{ m/s}$

$v = 20 \text{ m/s}$

$$\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 20^2 - \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 5^2 = 100 \cdot \cos d \cdot 150$$

$\frac{1}{2} = \cos d \Rightarrow d = \underline{60^\circ}$

E: $t = 2 \text{ s}$

$F_{\text{em}} = 120 \text{ N}$

$F_g = 100 \text{ N} = m \cdot g$

$P_{\text{em}} = ?$

$$F_{\text{em}} - F_g = m \cdot a$$

$20 = 10a$

$2 = a \Rightarrow v_0 = 4 \text{ (m/s)}$

$\Rightarrow v_{\text{all}} = \frac{v_0}{t} = \frac{4}{2} = 2 \text{ (m/s)}$

$P_{\text{em, all}} = F_{\text{em}} \cdot v_{\text{all}} = 120 \cdot 2 = \underline{240 \text{ (W)}}$

F: $F_g = m \cdot g = 800 \text{ (N)}$

$t = 5 \text{ s}$

$h = 50 \text{ m}$

$a = \text{all.}$

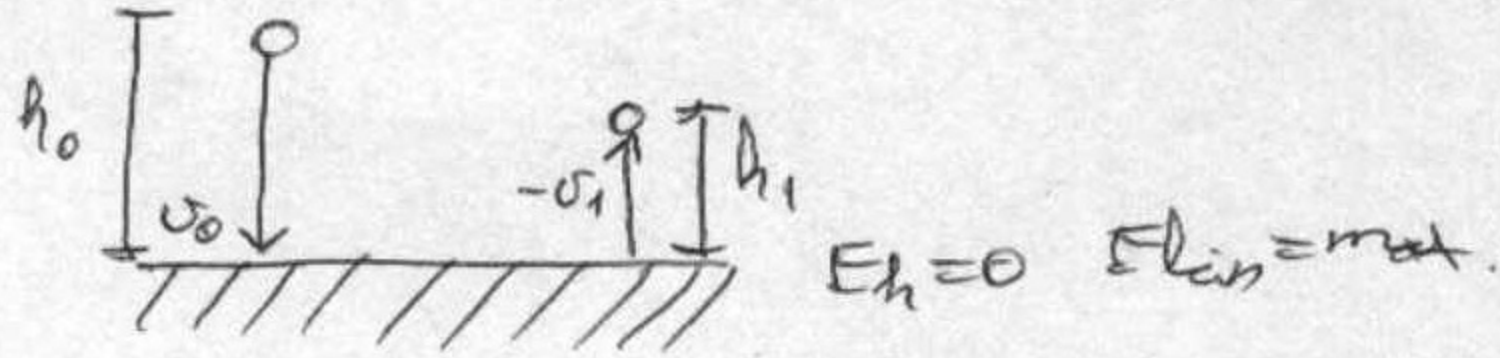
$W_{\text{em}} = ?$

$50 = \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow a = 4 \text{ (m/s}^2\text{)}$

$F_{\text{em}} = m \cdot a + m \cdot g = 80 \cdot 4 + 80 \cdot 10 = 1120 \text{ (N)}$

$W_{\text{em}} = F_{\text{em}} \cdot h = 1120 \cdot 50 = \underline{56000 \text{ (J)}}$

$D: h_0 = 1,25 \text{ m}$
 $h_1 = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$
 $t = 0,1 \text{ s}$
 $m = 0,1 \text{ kg}$
 $F_{\text{át}} = ?$



$v_0: mgh_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$
 $12,5 = \frac{1}{2}v_0^2$
 $25 = v_0^2 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ (m/s)}$ (elcsúszó sebességgel csapódik be a földre)

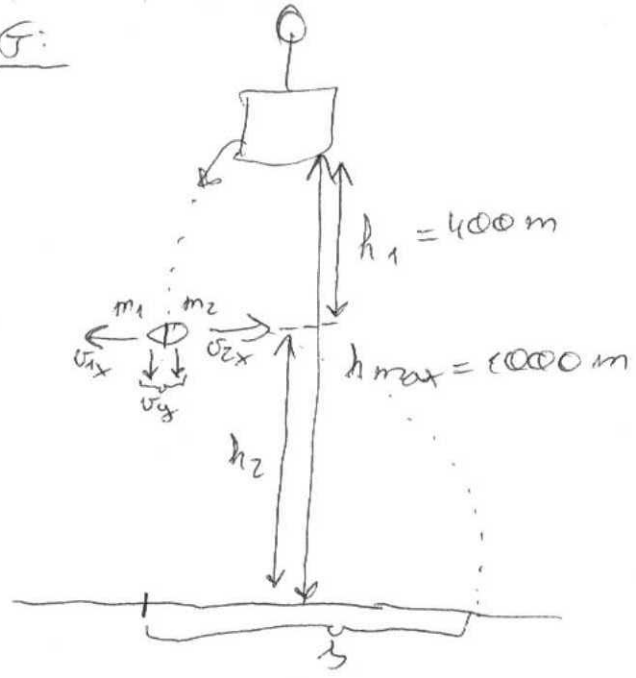
$v_1: h_1 = \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow 0,8 = \frac{v_1^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow v_1^2 = 16 \Rightarrow v_1 = 4 \text{ (m/s)}$ (elcsúszó sebességgel felindul, hogy $0,8 \text{ m}$ magasságra ugrógyakorlat)

$I_0 = mv_0 = 0,1 \cdot 5 = 0,5 \text{ (kg m/s)}$
 $I_1 = mv_1 = -0,1 \cdot 4 = -0,4 \text{ (kg m/s)}$ (negatív előjellel kell venni, mert v_1 ellentétes irányú v_0 -al)

$\Delta I = I_0 - I_1 = 0,5 - (-0,4) = 0,9 \text{ (kg m/s)}$

$F_{\text{át}} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{0,9}{0,1} = \underline{\underline{9 \text{ (N)}}}$ (DEB-ben, rögzített felületre esik, tehát lehet találni 1 s -os végrehajtású is, de az a hibás, mert nem veszik figyelembe a sebességváltozás irányát, így az impulzusváltozás hibásan számolt)

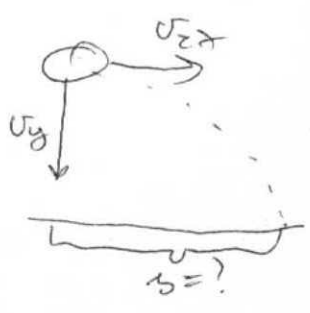
G:



$h_2 = 600 \text{ m}$
 $m_1 = 30 \text{ kg}$
 $m_2 = 40 \text{ kg}$
 $v_{1x} = 200 \text{ m/s}$
 $s = ?$

~~I~~ I: $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400}{10}} = 4\sqrt{5} \text{ (s)}$
 $v_{y1} = g \cdot t_1 = 40\sqrt{5} \text{ (m/s)}$

II: $m_1 \cdot (-v_{1x}) + m_2 \cdot v_{2x} = 0$
 $m_2 v_{2x} = m_1 v_{1x}$
 $v_{2x} = 150 \text{ (m/s)}$



$h_2 = \frac{g}{2} \cdot t^2 + v_{y1} \cdot t$
 $600 = \frac{10}{2} \cdot t^2 + 40\sqrt{5} \cdot t$
 $t_{\#} = \frac{-40\sqrt{5} \pm \sqrt{(40\sqrt{5})^2 + 20 \cdot 600}}{10} = \frac{-40\sqrt{5} \pm 141,42}{10} = \begin{cases} -23,09 \text{ s} \\ 5,2 \text{ (s)} \end{cases}$

$s = v_{2x} \cdot t = 150 \cdot 5,2 = \underline{\underline{780 \text{ (m)}}}$

7C52: Ahogy a gyakorlaton is szerepelt, egy adott potenciál esetén a részecskére ható erő a potenciál negatív deriváltja (hely szerint). Mivel itt nincs megadva a potenciál képlettel, ezért csak szemre tudjuk leolvasni. A lényeg az, hogy a derivált az adott pontbeli meredekségnek felel meg.

a) Akkor hat a részecskére vonzó erő, ha a potenciál növekszik pozitív r irányban haladva, és ott a legnagyobb ahol a legmeredekebb. Ez ránézésre $2m$ -nél van.

b) kérdésben akkor nem hat erő, ha a potenciál deriváltja zérus, ez $1m$ és $3m$ -nél áll fenn.

c) Taszító erő ott hat, ahol a potenciál csökken, illet $(0,1)$ és $(3,\text{végtelen})$ tartományokban láthatunk.

d) Egy rendszert akkor nevezünk kötöttnek, ha mozgási és potenciális energia összege negatív (hiszen ekkor nem tud a részecske végtelen messze eltávolodni). Viszont figyelembe kell venni, hogy a teljes energia időben állandó, azaz, ha egy magasabb potenciálú rész felé halad a részecske (pl $1 \rightarrow 2m$), akkor visszahúzó erő hat rá, ezáltal csökken a mozgási energia, a potenciális pedig nő. Akkor lehet maximális a mozgási energiája, amikor a potenciális minimális, illetve ahhoz, hogy a végtelenbe szökjön a részecske meg kell másznia a $3m$ -nél lévő potenciál dombot, így akkor lenne szabad a rendszer, ha $5 J$ -től nagyobb lenne a mozgási energiája. Az, hogy kötött esetben mekkora távon mozoghat, meg kell nézni, hogy mennyi az összenergiája, pl. $3 J$ maximális kinetikus energia esetén (az összenergia nulla) kb 0.5 és 2 méter között mozoghat. $5 J$ esetén pedig $0.x$ és $3 m$ közt mozoghat.

Az f) feladatban célszerű energia megmaradásból kiindulni. kezdetben áll a részecske, a potenciális energiája $2 J$, a $4 m$ helyet $1 J$ a potenciális energiája, ezért a kinetikus energiája is $1 J = m v^2 / 2$, ebből adott a sebesség.

g) Ha a végtelenből (nulla potenciális energia) jön a részecske $3 J$ kinetikus energiával, azaz a teljes energiája is $3 J$. Az látszik, hogy ezzel a $3 m$ -nél lévő potenciál dombon át tud menni. A részecske sebessége akkor maximális ismét, ha minimális a potenciális energiája. Ez $1 m$ -nél van, ekkor a kinetikus energia $6 J$, a sebességet a fenti képlet adja meg.

i) Az origót pedig annyira közelíti meg, ahol megáll, az az $U=3 J$ -nál van, sacc per kábé $1/4 m$ -re.

Scherübl Zoltán kidolgozása

4. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

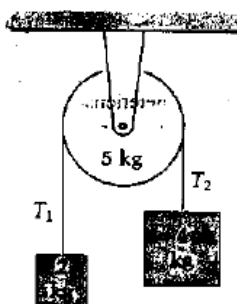
11A-5 Egy lemezjátszó tányérja kezdetben $33\frac{1}{3}$ fordulát per perc sebességgel forog. Ha a lemezjátszó áramát kikapcsoljuk, akkor a tányér állandó $0,20 \text{ rad/s}^2$ szöggyorsulással lassul le. (a) Hány másodperc telik el, amíg a lemezjátszó leáll? (b) Hány fordulatot tesz meg a lemezjátszó a megállásig?

11B-6 Egy kerék forgásának irányát egy olyan berendezés fordítja meg, amely 100 rad/s^2 állandó szögsebesség-változást hoz létre. A kerék kezdetben percenként 2000 fordulatot tesz meg. (a) Határozzuk meg, mennyi idő kell ahhoz, hogy a kerék szögsebessége *ellenkező irányú* 2000 fordulat/percre változzon. (b) Határozzuk meg, hányat fordul a kerék addig, amíg a teljes visszafordulási folyamat felénél egy pillanatra megáll! (Vegyük észre a hasonlóságot e feladat és a függőlegesen feldobott labda esete között!)

11B-13 Egy D átmérőjű labda vízszintes asztallapon csúszás nélkül v sebességgel gördül. A labda legördül az asztal széléről, és h magasságból a földre esik. Hányat fordul, mielőtt a levegőben van?

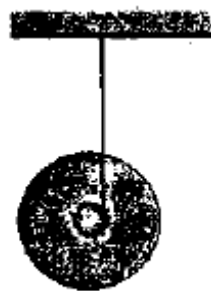
12B-13 Az $(5\text{m}, 12\text{m}, 0)$ koordinátákkal megadott pontban $\mathbf{F} = 4\mathbf{\hat{x}} + 3\mathbf{\hat{y}} + 0\mathbf{\hat{z}}$ (newtonban kifejezett) erő hat. Határozzuk meg a koordinátarendszer origójára vonatkoztatott forgatónyomaték nagyságát és irányát.

12B-19 A 12-28 ábrán látható homogén tömör henger sugara 10 cm , tömege 5 kg , és vízszintes sűrűdásmentes tengelyre van szerelve. A 2 kg -os és a 4 kg -os hasábkot nyugalmi helyzetből elengedjük. A kötélt és a henger között csúszás nem lép fel. Newton törvényeinek alkalmazásával a két hasábra és a hengerre határozzuk meg (a) a T_1 és a T_2 kötélerőt.



13A-3 Homogén tömör gömb csúszás nélkül gördül le a vízszintessel 25° -os szöget bezáró lejtőn. Határozzuk meg a nyugalmi helyzetből induló gömb sebességét 6 m út befutása után!

13B-10 A jójó zsinórja a 2 mm sugarú belső tengelyre van felcsavarva, ahogyan a 13-20 ábra mutatja. A jójó tömege 200 g és inerciasugara 2 cm . (A zsinór vastagsága elhanyagolható.) (a) Mennyi idő alatt tekeredik le 1 m hosszú zsinór, midőn a jójót nyugalmi helyzetéből elengedjük? (b) Mekkora a forgási kinetikus energia és a haldadási kinetikus energia aránya a jójó süllyedése közben?



13-20 ábra.

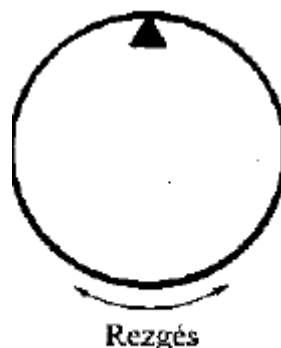
15A-1 20 g tömegű részecske egyszerű harmonikus rezgő mozgást végez 3 rezgés/másodperc frekvenciával és 5 cm amplitúdóval. (a) Mekkora teljes távolságot fut be a részecske egy teljes periódus folyamán? (b) Mekkora a legnagyobb sebessége? Hol lép ez fel? (c) Határozzuk meg a részecske legnagyobb gyorsulását. Hol lép fel a mozgás során a legnagyobb gyorsulás?

15B-5 f frekvenciával és A amplitúdóval egyszerű harmonikus rezgőmozgást végző vízszintes felületre pénzérmét teszünk. Határozzuk meg f és g függvényében a felület és az érme között azt a legkisebb μ_s nyugalmi súrlódási együtthatót, amely mellett az érme nem csúszik meg a felületen.

15B-6 Egy test egyszerű harmonikus rezgő mozgást végez az alábbi egyenlet szerint: $x = 2 \cos(10t + \pi/4)$, ahol minden adat SI egységben van. Határozzuk meg a) az amplitúdót, b) a frekvenciát és c) a mozgás T periódusidejét! Határozzuk meg az idő függvényében d) a sebességet és e) a gyorsulást SI egységekben. f) Mekkora a test kitérése a $t = 0,2 \text{ s}$ időpontban? Határozzuk meg azt az időtartamot, ami alatt a test az $x = 0$ kitéréstől az $x = 1,5 \text{ m}$ kitérésre jut.

15B-13 Egy 2 kg -os test 240 N/m rugóállandójú rugón függ. Most ráteszünk még egy 1 kg tömegű testet, és az együtttest a 2 kg -os test nyugalmi helyzetéből kezdősebesség nélkül elengedjük. a) Mekkora az a legnagyobb távolság, amelyre ebből a pontból a testek az elengedés után süllyednek? b) Mennyi a rezgés frekvenciája?

15B-26 Vékony, 20 cm sugarú karikát vízszintesen álló késélre helyezünk (15-31 ábra) úgy, hogy fizikai ingaként a karika síkjában leng. a) Határozzuk meg kis amplitúdójú lengéseinek periódusidejét. b) Mekkora annak a fonálingának a hossza, amelynek azonos a lengésideje?



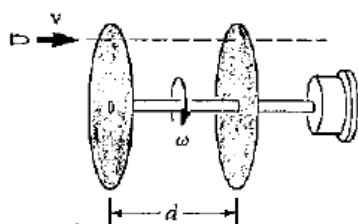
15-31 ábra

15B-28 Egy 2 kg tömegű testet 200 N/m rugóállandójú rugóra függesztünk. Súrlódás miatt a test csillapított harmonikus mozgást végez. A testet nyugalmi helyzetéből 0,20 m-rel kitérítjük, és kezdetsebesség nélkül elengedjük. 6 másodperc múlva amplitúdója 0,16 m-re csökken. a) Határozzuk meg a súrlódási erőből származó csillapítási együtthatót. b) Határozzuk meg a rendszer rezonanciafrekvenciáját.

Otthoni gyakorlásra:

11B-7 Egy kerék 2 rad/s^2 állandó szöggyorsulással forog. Egy 3 másodperces időtartam alatt a kerék 90 radián szögelfordulást végez. Ha a kerék nyugvó helyzetből indult, mennyi ideig forgott a 3 másodperces időtartam előtt?

11B-8 Egy mozgó lövedék sebességét meg tudjuk határozni, ha a lövedéket két olyan forgó papírkorongon lövük át, amelyek egymástól d távolságban közös tengelyre vannak szerelve. (11-8 ábra.) A korongokon lévő golyóütőtte lyukak $\Delta\theta$ szögeltolódásából és a korong ω szögsebességéből a lövedék sebessége meghatározható. Állapítsuk meg a lövedék sebességét a következő adatok mellett: $d = 80 \text{ cm}$, $\omega = 900$ fordulat per perc, és $\Delta\theta = 31^\circ$.



11-8 ábra.

11B-12 Egy gépkocsi 30 m/s sebességgel halad, kerekeinek átmérője 90 cm. a) Határozzuk meg a kerekek tengely körüli forgásának szögsebességét! b) Határozzuk meg a szöggyorsulást, ha egyenletes fékezés esetén a kerekek 40 fordulat után megállnak. c) Mekkora utat tesz meg a kocsi a megállásig?

12B-17 Egy 0,75 kg tömegű repülőgép-modell huzalon kipányvázva 30 m sugarú körpályán repül. A repülőgép motorja 0,80 N erőt fejt ki, a huzalra merőlegesen. a) Határozzuk meg a kör középpontjára vonatkoztatva a motor által kifejtett forgatónyomatékot! b) Határozzuk meg a repülőgép szöggyorsulását a repülés folyamán. c) Határozzuk meg a repülőgép pályae érintő irányú gyorsulását!

12A-18 Egy tárcsa alakú homogén tömör kőszörűkő sugara 7 cm, tömege 2 kg. Nyugalomból indul és egyenletesen gyorsul annak az állandó, 0,6 N·m forgatónyomatéknak hatására, amelyet a motor fejt ki a kerekre. a) Mennyi ideig tart, amíg a kerék eléri 1200 fordulat per perc végső üzemi fordulatszámát? Hány fordulatot tesz meg a kerék a gyorsulás időtartama alatt?

12B-23 Elhanyagolható tömegű, 1 m hosszú merev rúd egyik vége függőleges tengelyhez van csapágyazva úgy, hogy a vízszintes síkban szabadon foroghat. Szabad végére 0,4 kg-os testet erősítették. A rúd középpontjára a rúdra merőlegesen vízszintes irányú 5 N erőt alkalmaznak. a) Határozzuk meg a rúdnak a csapágy körüli szöggyorsulását! b) Nyugalomból indulva hány radiánnal fordul el 4 s alatt? (Az erő a mozgás folyamán merőlegesen marad a rúdra.)

13B-6 Egy homogén tömör gömb és egy homogén tömör henger nyugalmi helyzetből egyszerre indulva csúszás nélkül gördül le egy lejtőn. Mindkettő tömege M , sugara R . Melyik ér hamarabb a lejtő aljára? Indokoljuk a választ!

15B-4 Egy test az $x = 0,04 \cos(2t)$ függvény szerint (minden mennyiség SI egységben) egyszerű harmonikus rezgő mozgást végez. Határozzuk meg a) a maximális gyorsulást, b) a mozgás periódusidejét és c) a kitérést 0,5 s-mal azután, hogy a test negatív irányban áthalad a középponton.

15B-15 Egy könnyű, 35 N/m rugóállandójú rugóra erősített 50 g tömegű test 4 cm-es amplitúdóval vízszintes felületen rezeg. A súrlódás elhanyagolható. Határozzuk meg a) a rezgő rendszer összes energiáját és b) a test sebességét 1 cm-es kitérésnél. Határozzuk meg a 3 cm-es kitéréshez tartozó c) kinetikus energiát és d) potenciális energiát.

15A-19 Határozzuk meg a 2,3 m hosszú fonálinga a) frekvenciáját és b) lengésidejét a Hold felszínén, ahol a gravitációtól származó gyorsulás $1,67 \text{ m/s}^2$.

11A5: $f = 33 \frac{1}{3}$ fordulát/perc $\Rightarrow \omega = \frac{2\pi \cdot f}{60} = 3,49 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$

$\beta = 0,7 \text{ rad/s}^2$ a) $t = 0$
 $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\omega}{\beta} = \frac{3,49}{0,7} = 5,13 \text{ (s)}$

b) $\varphi = \omega_0 \cdot t - \frac{\beta}{2} t^2 = 3,49 \cdot 5,13 - \frac{0,7}{2} \cdot 5,13^2 = 30,45$

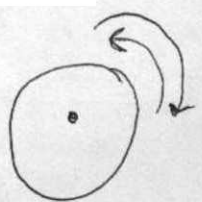
$n = \frac{\varphi}{2\pi} = 4,85$

11B6: $\beta = 1000 \text{ rad/s}^2$

$f_0 = 2000$ fordulát/perc $\Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi \cdot f_0}{60} = 209,3 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$

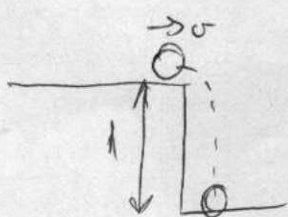
$t_{\text{loss}} = \frac{\Delta\omega_0}{\beta}$
 $t = 2 \cdot \frac{\Delta\omega_0}{\beta} = 2 \cdot \frac{209,3}{100} = 4,187 \text{ (s)}$

$\omega_1 = \omega_0$



$\varphi = \omega_0 \cdot t_{\text{loss}} - \frac{\beta}{2} t_{\text{loss}}^2 = 209,3 \cdot \frac{4,187}{2} - \frac{1000}{2} \cdot \left(\frac{4,187}{2}\right)^2 = 219,032$
 $t_{\text{loss}} = \frac{t}{2}$ $n = \frac{\varphi}{2\pi} = 34,88$

11B13:



$v = r \cdot \omega$
 $h = \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
 $n = f \cdot t = \frac{\omega}{2\pi} \cdot t = \frac{v}{r} \cdot \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2h}{g}}$

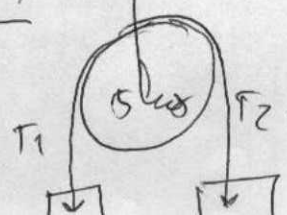
12B13: $r(5, 12, 0)$

$F = 4\hat{x} + 3\hat{y} + 0\hat{z} = 4e^x + 3e^y + 0e^z$

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 5 & 12 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \end{vmatrix} = x \cdot \begin{vmatrix} 12 & 0 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} + y \cdot \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} + z \cdot \begin{vmatrix} 5 & 12 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = z(5 \cdot 3 - 12) = z(-3) = -3z \text{ (Nm)} \cdot e^z$

12B19:



$m_1 = 2 \text{ kg}$ $T_1 = ?$
 $m_2 = 4 \text{ kg}$ $T_2 = ?$
 $M = 5 \text{ kg}$

$\theta = \frac{1}{2} \omega^2$
 $a = \beta \cdot r \Rightarrow \beta = \frac{a}{r}$
 $\omega = r \cdot \omega$

$T_1 - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$
 $m_2 \cdot g - T_2 = m_2 \cdot a$

$\theta \cdot \beta = \alpha = (T_1 - T_2) \cdot r = \frac{1}{2} \cdot M \cdot r \cdot \frac{a}{r} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot a$

$T_1, T_2 = \frac{M \cdot a}{2}$

$$\begin{cases} T_1 - m_1 g = m_1 a \\ m_2 g - T_2 = m_2 a \\ T_1 - T_2 = \frac{M a}{2} \end{cases}$$

$$T_1 (m_2 - m_1) g + \underbrace{(T_1 - T_2)}_{\frac{M a}{2}} = (m_1 + m_2) a$$

$$(4-2)20 + \frac{5a}{2} = 6a$$

$$6a - \frac{5a}{2} = 20 \Rightarrow a = 5.71 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

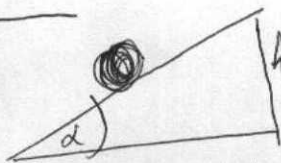
$$T_1 = m_1(a+g) = 2(19.71) = 39.42 \text{ (N)}$$

$$T_2 = m_2 \left(\frac{g-a}{2} \right) = 4(10 - 5.71) = 17.16 \text{ (N)}$$

13A3:

$$s = 6 \text{ m} \quad \sin \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow s = \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$\Delta h = s \cdot \sin \alpha = 6 \cdot \sin 18^\circ = 1.854 \text{ m}$$



$$m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

$$m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m r^2 \cdot \frac{v^2}{r^2}$$

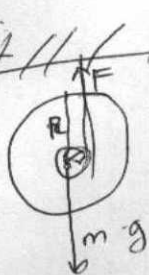
$$g \cdot 1.854 = \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{4} v^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) v^2$$

$$\frac{1.854 \cdot 9.8}{1.5} = v^2$$

$$\underline{6.02 \text{ (m/s)} = v}$$

$$\begin{cases} \omega = \frac{v}{r} \\ \omega = \frac{v}{r} \quad (v = r \cdot \omega) \end{cases}$$

13B10:



$$r = 2 \text{ mm} = a \quad h = 1 \text{ m}$$

$$R = 2 \text{ cm} = a \quad t = ?$$

$$m = 200 \text{ g} = 200 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 0.2 \text{ kg}$$

$$\text{I. } \sum m \cdot g - F = m \cdot a$$

$$\text{II. } \sum \tau = M = F \cdot r$$

$$\omega = \frac{1}{2} m R^2 \quad a = \beta \cdot r \rightarrow \beta = \frac{a}{r}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m R^2 \cdot \frac{a}{r} = F \cdot r$$

$$m \cdot g - \frac{\omega \cdot a}{r^2} = m \cdot a$$

$$a = \frac{m \cdot g}{m + \frac{\omega}{r^2}} = 0.196 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2}{0.196}} = 3.19 \text{ (s)}$$

$$\begin{aligned}
 E_{tr} &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (a t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,12 (0,196 \cdot 3,19)^2 = 0,039 \text{ (J)} \\
 E_{rot} &= \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,12 \cdot 0,02 \cdot \frac{(0,196 \cdot 3,19)^2}{0,002^2} = 97,73 \text{ (J)} \\
 \omega &= \frac{v}{r} \quad \Theta = \frac{1}{2} m R^2 \\
 v &= a \cdot t
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} E_{tr} \\ E_{rot} \end{aligned}} \right\} I.E. = \underline{\underline{97,77 \text{ (J)}}}$$

11B12: $v = 30 \text{ m/s}$ $\omega = \frac{v}{r}$
 $d = 90 \text{ cm} = 0,9 \text{ m} \Rightarrow r = 0,45$

a) $\omega = \frac{30}{0,45} = 66,6 \text{ (rad/s)}$

b) $\beta = ?$ $0,45$ $\beta = \frac{a}{r}$

$n = 40 \text{ fordulát}$

$\varphi = n \cdot 2\pi = \boxed{751,2}$

$n = 40 \text{ fordulát} \rightarrow s = 40 \cdot 2\pi r = 113,04 \text{ (m)}$

$\varphi = \frac{\beta}{2} \cdot t^2 + \omega \cdot t$

$s = v \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2$ $a = \frac{v}{t}$

$113,04 = 30t - \frac{v}{2} \cdot t$

$t = 7,536 \text{ (s)}$

$a = \frac{30}{7,536} = 3,98 \text{ (m/s}^2\text{)}$

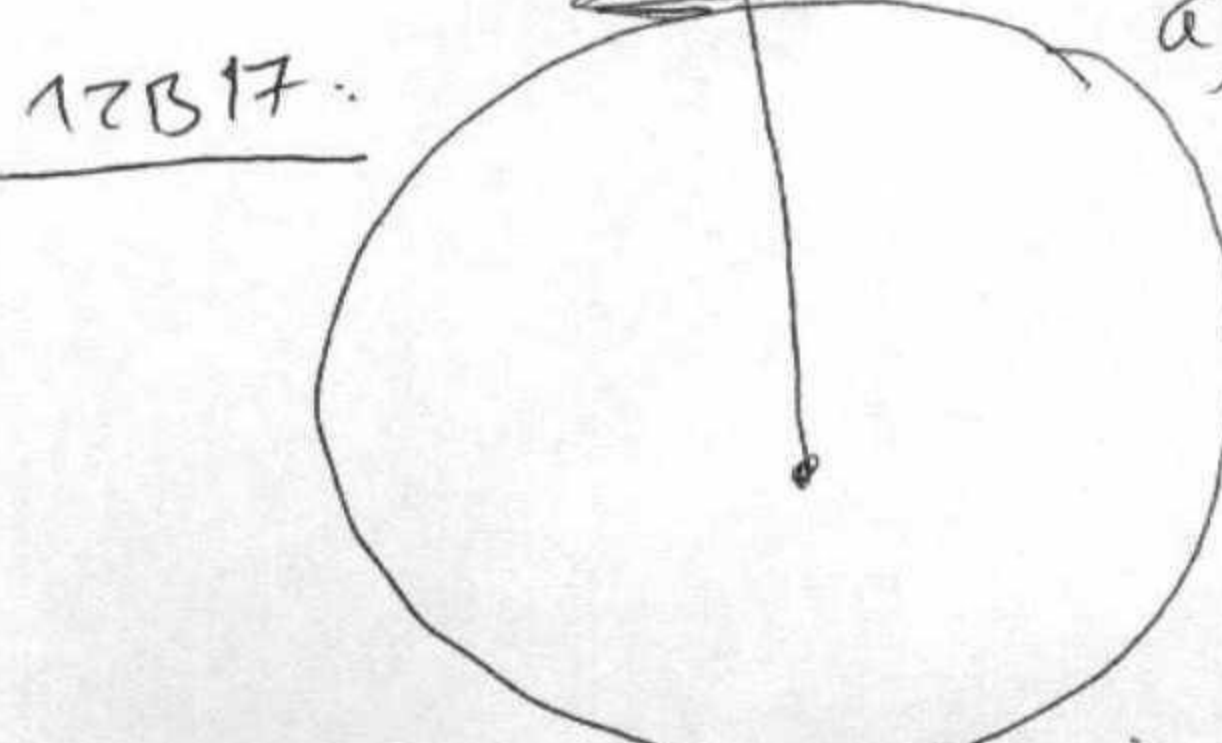
$\beta = \frac{3,98}{0,45} = 8,846 \text{ (rad/s}^2\text{)}$

$-\frac{\beta}{2} \cdot t^2 + \omega \cdot t = \varphi = 750,6876 \Rightarrow n = 39,92 \approx \underline{\underline{40}}$

$M = I \cdot \alpha = \Theta \cdot \beta$

$\Theta = \frac{1}{2} m r^2$

$-\frac{\beta}{2} \cdot t^2 + \omega \cdot t = \varphi = 750,6876 \Rightarrow n = 39,92 \approx \underline{\underline{40}}$



a) $M = r \times F = r \cdot F \cdot \sin \alpha = 24 \text{ (Nm)}$

$m = 0,75 \text{ kg}$

$r = 30 \text{ m}$

$F = 0,8 \text{ N}$

b) $\beta = ?$

$\beta = \frac{a}{r}$

$I \cdot \beta = \Theta \cdot \beta = F \cdot r = M = 24$

$\beta = \frac{24}{I} = 0,05 \text{ (rad/s}^2\text{)}$

c) $a_t = \beta \cdot r = 0,05 \cdot 30 = 1,05 \text{ (m/s}^2\text{)}$

15B15: $D = 35 \text{ N/m}$
 $m = 50 \text{ g} = 0,05 \text{ kg}$
 $A = 0,01 \text{ m}$

a) $E = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} D A^2 = 0,028 \text{ (J)}$

b) $\Delta = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$

$$\frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} D A^2$$

$$\frac{1}{2} 35 (0,01)^2 + \frac{1}{2} 0,05 v^2 = 0,028$$

$$v = 1,025 \text{ (m/s)}$$

$x = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$

d) $\frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} 35 (0,03)^2 = 0,01575 \text{ (J)}$

c) $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} D A^2 - \frac{1}{2} D x^2 = 0,028 - 0,01575 = 0,01225 \text{ (J)}$

15A19: $e = 23 \text{ m}$ $g = 1,67 \text{ m/s}^2$

a) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{23}{1,67}} = 0,18657 \text{ (Hz)}$

b) $T = \frac{1}{f} = 5,35 \text{ (s)}$

15B26: $T = 2\pi \sqrt{\frac{e}{mge}}$

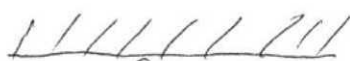
$e = 20 \text{ cm} = R = 0,2 \text{ m}$

$\Theta_0 = m r^2$
 $\Theta = \Theta_0 + m R^2 = m r^2 + m r^2 = 2 m r^2$

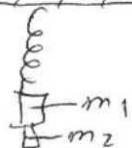
$T = 2\pi \sqrt{\frac{2 m r^2}{mge}} = 2\pi \sqrt{\frac{2e}{g}} = 1,256 \text{ (s)}$



c) $1,256 = 2\pi \sqrt{\frac{e}{g}} \Rightarrow e = 0,4 \text{ (m)}$



15B13: $m_1 = 2 \text{ kg}$
 $m_2 = 1 \text{ kg}$
 $D = 240 \text{ N/m}$



a) $D x_0 = m_1 g \Rightarrow x_0 = \frac{1}{12} \text{ (m)}$
 $D x_1 = (m_1 + m_2) g \Rightarrow x_1 = \frac{1}{8} \text{ (m)}$
 $\Delta x = x_1 - x_0 = \frac{1}{24} \text{ (m)}$

c) $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{240}{3}} = \sqrt{80} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{80}}{2\pi} \approx 1,11 \text{ (Hz)}$

11B7

$$\varphi = \frac{\beta}{2} \cdot t^2 + \omega t$$

$$90 = \frac{2}{2} \cdot 3^2 f \omega \cdot 3$$

$$\omega = 27 (\text{rad/s})$$

$$t = \frac{\omega}{\beta} = \frac{27}{2} = \underline{\underline{13.5 \text{ s}}}$$

12A18: $r = 7 \text{ cm} = 0.07 \text{ m}$
 $m = 7 \text{ kg}$

$$M = 0.06 \text{ Nm}$$

$$f = 1200 \text{ fordulát/perc} = 20 \text{ fordulát/sec} \Rightarrow \omega = 2\pi \cdot f = 125.6 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$\theta \beta = M$$

$$\frac{1}{2} m r^2 \cdot \beta = 0.06$$

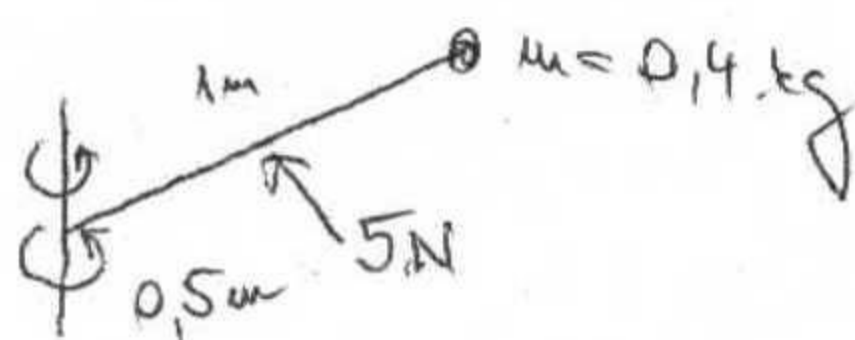
$$\beta = \frac{0.06}{\frac{1}{2} m r^2} = \frac{0.06}{\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 0.07^2} = 127.45 (\text{rad/s}^2)$$

$$t = \frac{125.6}{127.45} = 1.026 (\text{s})$$

$$\varphi = \frac{\beta}{2} t^2 = \frac{127.45}{2} \cdot 1.026^2 = 64.41 (\text{rad})$$

$$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \underline{\underline{10.26 (\text{fordulát})}}$$

12B23:



$$M = Q \cdot \beta$$

$$Q = m \cdot r^2$$

$$M = 5 \cdot 0,5 = 2,5 (\text{Nm})$$

$$\varphi = \beta \cdot \frac{1}{2} \cdot t^2 =$$

$$\beta = \frac{M}{m \cdot r^2} = \frac{2,5 (\text{Nm})}{0,4 \cdot 1^2 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)} = 6,25$$

$$\varphi = \frac{6,25}{2} \cdot 4^2 = 50 \text{ rad}$$

$$\Delta\varphi = 31^\circ = 0,5407 (\text{rad}) \quad [11B8]$$

$$\lambda = 0,8 \text{ m}$$

$$f = 800 \text{ periodat/sec} = 800 \text{ periodat/sec} \rightarrow \omega = 2\pi f = 3000 (\text{rad/s}) = 94,2 (\text{rad/s})$$

$$v = \frac{\lambda}{t}$$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \Rightarrow t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{0,5407}{94,2} = 0,00574 (\text{s})$$

$$v = \frac{\lambda}{t} = \frac{0,8}{0,00574} = \underline{\underline{139,35 (\text{m/s})}}$$

15B28: $m = 2 \text{ kg}$
 $D = 200 \text{ N/m}$
 $\Delta x = 0,2 \text{ m}$
 $t = 6 \text{ s}$
 $A_1 = 0,16 \text{ m}$

a) $l = ?$

$$x_{\text{sz.}}(t) = A \cdot e^{-\beta \cdot t} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \begin{cases} x(0) = A \cdot \sin(\varphi) = 0,2 (= \Delta x) \\ v(0) = A \cdot \omega \cdot \cos(\varphi) = 0 \end{cases}$$

(A_0 és φ kiszámítása, felhasználva, hogy kezdetben $0,2 \text{ m}$ kitéréssel indul a test)

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ és } A = 0,2 = A_0$$

$$x_{\text{sz.}}(6) = 0,2 \cdot e^{-\beta \cdot 6} = 0,16 \Rightarrow \beta = \frac{1}{6} \cdot \ln \frac{0,2}{0,16} = 0,037 \left(\frac{1}{\text{s}} \right)$$

$$(A_1 = A_0 \cdot e^{-\beta t} \Rightarrow \beta = \frac{1}{t} \cdot \ln \frac{A_0}{A_1})$$

$$\beta = \frac{l}{2m} \Rightarrow l = 2m \cdot \beta = 0,148 \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right)$$

$$b) \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{10^2 - 0,037^2} = 9,99315$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10$$

↑
rendszer sajátfrekvenciája
rezonancia frekvencia

5. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

18A-2 Az emberi fül a kb. 20-tól 20000 Hz-ig terjedő frekvencia-intervallumba eső hanghullámokat érzékeli. Határozzuk meg ezek (centiméterben mért) hullámhosszát a levegőben.

18B-7 Egy húr mentén az x tengely pozitív irányában 200 m/s sebességgel haladó transzverzális hullám amplitúdója 0,7 mm, hullámhossza 20 cm. Határozzuk meg (SI egységekben) a hullámot leíró $y = A \sin(kx - \omega t)$ egyenletben szereplő A , k és ω mennyiségek számértékét.

18B-13 Egy szerelőmunkás ütemesen szegget kalapál. A kalapács-ütések 0,8 s időközszel követik egymást. A munkástól bizonyos távolságban lévő gyermek megfigyeli, hogy a kalapácsütések hangját az ütések között eltelt időtartam felében hallja. Határozzuk meg, milyen messze van a gyermek a szerelőmunkástól.

18B-22 A 18-23 ábrán látható fűrészfog alakú impulzus 100 m/s sebességgel halad egy kifeszített huzalon. (A transzverzális amplitúdót az ábra túlzottan nagyítva mutatja.) A $t = 0$ időpontban az impulzus vezető éle 6 méterre van a huzal rögzített végétől. Készítsünk vázlatot, amelyen a huzal 0,10 másodperccel későbbi alakja van feltüntetve. Jelöljük be az impulzus jellegzetes méreteit is!

18A-25 A piccolo (kisméretű fuvola) teljes hossza 32 cm. Rezonáló légoszlopa úgy rezeg, mint a mindkét végén nyitott síp légoszlopa. a) Határozzuk meg azt a legmélyebb hangot, amit a piccolóval játszani lehet, feltételezve, hogy a hang terjedési sebessége 330 m/s! b) A síp oldalában lévő lyukak a rezonáló légoszlop hosszát lerövidítik. A piccolo legmagasabb hangjának frekvenciája 4000 Hz; határozzuk meg az ennek megfelelően kialakuló állóhullám csomópontjainak egymástól való távolságát.

18A-34 Egy 20 m/s sebességgel haladó vonat utasai vasúti kereszteződéshez közelednek, ahol egy 400 Hz alapprofrendű gong figyelmeztet a vonat közeledésére. Ezen a napon a hang terjedési sebessége levegőben 330 m/s. a) Milyen frekvenciájú hangot hallanak az utasok, amikor a kereszteződéshez közelednek? b) Milyen frekvenciájú hangot hallanak az utasok, amikor a kereszteződést elhagyják és távolodnak a gongtól? c) Milyen frekvenciát hallana a földön álló megfigyelő, ha a 20 m/s sebességgel közeledő vonaton lenne a 400 Hz frekvenciájú hangot kibocsátó gong?

18A-38 Léglökéses vadászgép 1,2 Mach sebességgel (azaz a levegőben terjedő hang sebességénél 1,2-szer gyorsabban) vízszintesen repül. A földi megfigyelő a gépet mekkora szög alatt látja a vízszintes fölött, amikor a hangrobbanást hallja?

18B-40 Egy orgonasíp hangmagassága azonos a zongora 440 Hz frekvenciájú hangjával, ha a hangsebesség a levegőben 340 m/s. A hőmérséklet annyira megnő, hogy a sebesség 346 m/s-ra növekedik. Mekkora lebegési frekvencia lesz hallható, ha ezt a hangot mindkét hangszer egyszerre bocsátja ki? (Tegyük fel, hogy a zongora hangmagassága nem változott meg.)

8.26. Egyik végén zárt csőben 440 Hz frekvenciájú hangvillával rezgéseket keltünk. A rezgésnek a csőben a nyitott végén kívül még egy duzzadó helye van. A cső hossza 60 cm. Határozzuk meg a hanghullám hullámhosszát és a hang terjedési sebességét a csőben levő levegőben! Mennyi ennek a levegőnek a hőmérséklete, ha a hang terjedési sebessége 0°C-os levegőben 331 m/s, és a hőmérséklet emelkedésével ez a sebesség fokozottan 0,6 m/s értékkel növekszik?

Otthoni gyakorlásra:

18B-11 Egy követ elengedve egy kútba ejtünk. A csobbanást pontosan 2 másodperccel később halljuk. Milyen mély a kút?

18A-27 Egyik végén zárt orgonasíp alapprofrendűje 110 Hz. a) Ha a hangsebesség a levegőben 340 m/s, milyen hosszú a síp? b) Milyen hosszú lenne a síp, ha mindkét vége nyitott volna? Mekkora a síp következő állóhullámának frekvenciája az a), illetve a b) kérdés esetén.

18A-29 Vékony sárgaréz rúdban a longitudinális hullámok sebessége 3480 m/s. Határozzuk meg az egyik végén befogott 1 m hosszú sárgaréz rúd longitudinális rezgése során keletkező állóhullámok két legkisebb frekvenciáját. Készítsünk vázlatot az állóhullámok alakjáról.

18B-32 Függőlegesen álló 1,2 m hosszú üvegcsőben tetszőszerinti magasságra beállítható víz van. Rendelkezésünkre áll egy centiméter skála, hogy a vízszint és a cső (nyitott) felső vége közötti távolságot mérni tudjuk. A cső felső végéhez 528 Hz frekvenciával rezgő hangvillát tartunk. Határozzuk meg ezen a skálán azoknak a vízszintmagasságoknak megfelelő értékeket, amelyek mellett 20°C-os levegőben rezonancia jön létre!

18B-37 Egy napon, amikor a levegőben terjedő hang sebessége 330 m/s (és nem fúj a szél), egy hangforrás 1000 Hz frekvenciájú hangot ad ki. Milyen frekvenciát hall a megfigyelő az alábbi körülmények között: a) A megfigyelő 30 m/s sebességgel közeledik a forrás felé. b) A megfigyelő nyugalomban van, és a forrás közeledik a megfigyelő felé 30 m/s sebességgel. c) A megfigyelő is és a forrás is nyugalomban van, de most 30 m/s sebességű szél fúj a forrástól a megfigyelő felé.

18A-39 Az aerodinamikában használatos Mach szám a repülőgép sebességének és a gépet környező levegőben terjedő hang sebességének a hányadosa. Ha a szuperszónikus Concorde gép 2,1 Mach sebességgel repül ott, ahol a helyi hangsebesség 320 m/s, mekkora a keletkező kúp alakú lökéshullám fél kúpszöge?

8.20. Függőleges irányú harmonikus rezgéseket végző vízszintes fémlapon egy pénzdarab helyezkedik el. Megfigyelték, hogy első ízben akkor sikerült becsúsztatni egy vékony papírlapot a pénzdarab és a fémlap közé, amikor a rezgésszám elérte a 80-at másodpercenként. Mennyi volt a fémlap rezgésének amplitúdója?

8.48. Súlytalan merev rúd hossza 3 méter. Végére 1 kg tömegű, kis méretű golyókat erősítettek. Az egész rendszer a felső végétől 1 méterre levő vízszintes tengely körül kis kitérésű lengéseket végez. Mekkora a lengésszám?



B.2. Harmonikus rezgőmozgást végző részecske egy teljes periódus-idő alatt 20 cm utat tesz meg. Legnagyobb gyorsulása 4 cm/s². Mekkora a rezgésszám?

Fizika 1i

5.gyakorlat feladatai

Nagyfalusi Balázs
gyakorlatvezető

1. 18A-2-es feladat

Az emberi fül a kb...

A határfrekvenciák:

$$f_1 = 20 \text{ Hz}, f_2 = 20\,000 \text{ Hz}$$

A hang terjedési sebessége, $c = 330 \text{ m/s}$, és a terjedési sebesség, frekvencia és hullámhossz között a következő összefüggés igaz: $c = \lambda f$. Ez alapján a két határhullámhossz:

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = 1650 \text{ cm}$$

$$\lambda_2 = \frac{c}{f_2} = 1,65 \text{ cm}$$

2. 18B-7

Egy húr mentén az x tengely ...

A megadott adatok, $c = 200 \text{ m/s}$, $A = 0,7 \text{ mm}$, $\lambda = 20 \text{ cm}$. Az előző feladatban használt összefüggés és korábbi ismeret alapján:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda} = 62831/s$$

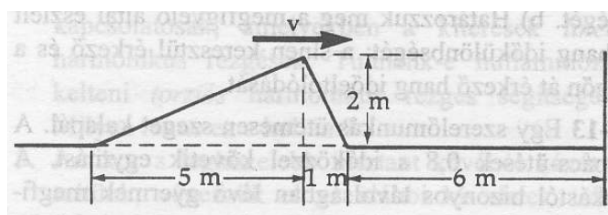
A hullámszám pedig:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 31,41/m$$

3. 18B-22

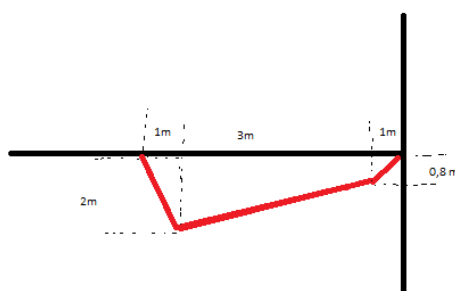
A 18-23 ábrán látható fűrészfog ...

A hullám sebessége $v = 100 \text{ m/s}$. Az eltelt idő $\Delta t = 0,1 \text{ s}$, vagyis a hullám pontjai által megtett út $s = v\Delta t = 10 \text{ m}$



1. ábra. Fűrészfog impulzus

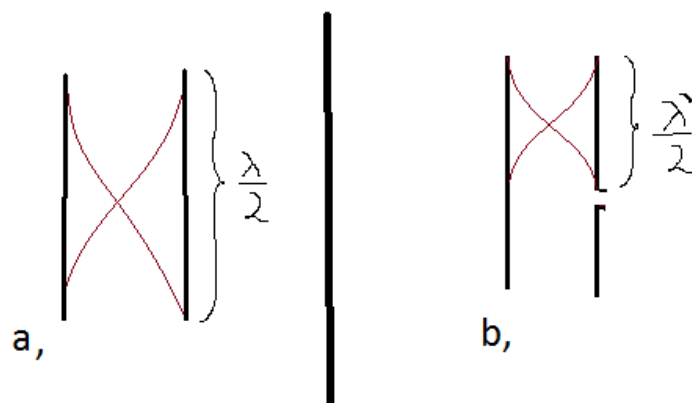
Ekkora távolságot a pontok úgy tunak megtenni, hogy visszaverődnek a faltól. Rögzített végről való visszaverődésnél a visszavert hullám a beérkezővel ellentétes fázisú lesz, ami jelen esetben azt jelenti, hogy „lefelé fog dudorodni”. Az ábra megrajzolásánál már csak azt kell figyelembe venni, hogy az impulzus utolsó egy métere a faltól több mint 10 méterre van tehát ennyi idő alatt nem ér oda, és nem verődik vissza, hanem a már visszavert utolsó előtti méterrel összeadóik. Ez alapján a 2. ábrán látható képet várhatjuk.



2. ábra. A visszavert impulzus

4. 18A-25

A piccolo(kisméretű fuvola) teljes hossza ...



a, Mindkét végén nyitott húr $\rightarrow$ fél hullámhossz fér bele minimálisan. Vagyis $l = \frac{\lambda}{2} = 32 \text{ cm}$, és $c = 330 \text{ m/s}$, a frekvencia:

$$f = \frac{c}{\lambda} = 515,62 \text{ Hz}$$

b, Most $f' = 4000 \text{ Hz}$, ez alapján az új hullámhossz:

$$\lambda' = \frac{c}{f'} = 8,25 \text{ cm}$$

5. 18A-34

Egy 20 m/s sebességgel közeledő ...

a, Doppler effektus közeledő megfigyelő, álló hangforrás esete:

$$f' = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) = 424,6 \text{ Hz}$$

b, Doppler effektus távolodó megfigyelő, álló hangforrás esete:

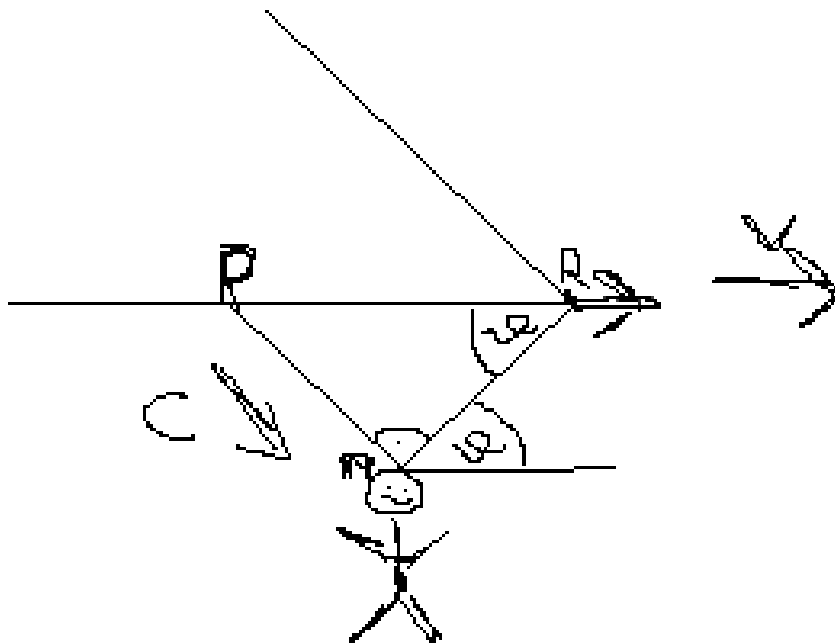
$$f'' = f_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right) = 375,3 \text{ Hz}$$

c, Doppler effektus álló megfigyelő, közeledő hangforrás esete:

$$f''' = f_0 \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} = 425,8 \text{ Hz}$$

6. 18A-38

Léglökéses vadászgép 1,2 Mach sebességgel ...



A repülő a P pontból indult, és az észlelésig $PR = s = vt$ utat tett meg. Ezalatt a hang által megtett PM távolság $PM = ct$. A 6. ábra alapján felírható az alábbi összefüggés a szög és a sebesség között:

$$\sin \vartheta = \frac{ct}{vt} = \frac{c}{v}$$

Vagyis a szög:

$$\vartheta = \arcsin\left(\frac{c}{v}\right) = 56,4^\circ$$

7. 18B-40

Egy orgonasíp hangmagassága azonos a zongora ...

Tudjuk, hogy $c = 340 \text{ m/s}$ -os sebességnél, és $f_{\text{zong}} = f_{\text{org1}} = 440 \text{ Hz}$ -es frekvenciával $\lambda = \frac{c}{f_{\text{org1}}} = 0,772 \text{ m}$. A hőmérsékletváltozás hatására változik a terjedési sebesség $c_2 = 346 \text{ m/s}$ -ra. Emiatt az orgona légoszlopába más frekvenciájú hanghulám fér be:

$$f' = \frac{c_2}{\lambda} = 447 \text{ Hz}$$

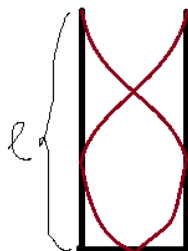
Emiatt a zongora és az orgona együttes játékát kíséri a lebegés jelensége, melynek frekvenciája:

$$f_{lebeg} = f' - f_{zong} = 7 \text{ Hz}$$

8. 8.26

Egyik végén zárt csőben 440 Hz ...

A cső a 3. ábrán látható, $l = 60 \text{ cm}$, $f = 440 \text{ Hz}$. A hullám felrajzolásakor azt kell figyelembe venni, hogy níltnél végnél duzzadóhely, míg zártnál csomópont kell, hogy legyen.



3. ábra. Egyik végén zárt cső

a, Az ábráról jól látszik, hogy $l = \frac{3}{4}\lambda$, vagyis $\lambda = \frac{4}{3}l = 80 \text{ cm}$. A terjedési sebesség $c = \lambda f = 352 \text{ m/s}$

b, A terjedési sebességre az alábbi összefüggés igaz:

$$c = c_0 + 0,6(T - T_0),$$

ahol $c_0 = 331 \text{ m/s}$, és $T_0 = 0^\circ\text{C}$. Ez alapján $T = T_0 + \frac{c-c_0}{0,6} = 35^\circ\text{C}$

9. 18B-11

Egy követ elengedve ...

A hallás ideje két részből áll, a leesés és a hang felérése, vagyis $t = 2 \text{ s} = t_{le} + t_{fel}$. A le- és felfelé megtett út ugyanannyi, vagyis:

$$\frac{g}{2}t_{le}^2 = h = ct_{fel}$$

Így két egyenletünk van t_{le} és t_{fel} időkre, amik így meghatározhatóak, és ezekből h is kijön.

10. 18A-27

Egyik végén zárt orgonasíp ...

a, lásd 8.26 feladat a, része, de most más ábra kell! b, mint 18A-25 b része

11. 18A-29

Vékony sárgaréz rúdban a longitudinális ...

A feladat ugyanaz, mint a 8.26-ban

12. 18B-32

Függőlegesen álló 1,2 m hosszú üvegcsőben ...

A víz zárt vég, a levegő nyílt. A $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -os sebesség legyen $c = 330\text{ m/s}$, így a hullámhossz már kiszámolható. A feladat márcsak az, hogy megnézzük a lehetséges negyed-, háromnegyed-, ...-hullámhosszú levegőszintek beférnek-e az 1,2 m-be.

13. 18B-37

Egy napon, amikor a levegőben ...

Doppler-effektus→18A-34-es feladat

14. 18A-39

Az aerodinamikában használatos Mach szám ...

A 18A-38-as feladatban kiszámolt szög pont a Mach szög, vagyis ...

6. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

19A-2 15,24 m hosszú acél vasúti síneket úgy raknak le, hogy végeik között kis réseket hagynak a hőtágulásra. Ha 10 °C-os hőmérsékleten fektették le a síneket, mekkora minimális réssel lehet megakadályozni, hogy 50 °C-os hőmérsékleten összeérjenek? A lineáris hőtágulási tényező a sínekre $1,1 \times 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$.

19A-13 Egy 2 kg-os, 90 °C-os bronz tárgyat 1 liter 20 °C-os vízbe merítenek. Az egyensúlyi hőmérséklet 32 °C lesz. Határozzuk meg a bronz fajhőjét!

19A-15 Mennyi vizet kellene egy 70 kg-os ember bőréből elpárologtatni ahhoz, hogy teste 1 °C-kal lehűljön, ha feltételezzük, hogy az emberi test fajhője megegyezik a vízéval? A 37 °C-os (a felnőtt ember „normál” hőmérséklete) víz párolgáshője 2427 kJ/kg.

19A-25 Egy épület téglafalának mérete: 4 m $\times$ 10 m és a fal 15 cm vastag. ($\lambda = 0,8 \text{ W/(m } ^\circ\text{C)}$). Mennyi hő áramlik át a falon 12 óra alatt, ha az átlagos belső hőmérséklet 20 °C, a külső pedig 5 °C?

19B-28 A kereskedelmi forgalomban kapható „hőszállító cső” olyan zárt, légmentes, 28 cm hosszú, 0,95 cm átmérőjű cső, amiben a munkafolyadékot tartalmazó kapilláris szál található. Az egyik végét melegítve, a folyadék elpárolog, miközben a cső gyorsan megtelik gőzzel. A gőz – a nem melegített felülettel érintkezve, – lecsapódik és párolgáshőjét átadja a falnak. Azt állítják, hogy ez a cső „százszor” jobb hővezető, mint a legjobb fémes vezető. Határozzuk meg az ekvivalens hővezetési tényezőt a következő adatokból: maximális hőmérséklet-gradiens 9,84 °C/m, a hőáramerősség 60 W. Hasonlítsuk össze az eredményt a 19-4 táblázat értékeivel!

19-4 táblázat Hővezetési tényező (0 °C-on és $\approx 10^5 \text{ Pa}$ nyomáson)

Anyag	(W/m $\cdot$ °C)	(cal/m $\cdot$ s $\cdot$ °C)
Szilárd anyagok		
Polisztirol hab	0,01	0,002
Fa *	0,09	0,02
Üveg *	0,8	0,2
Beton *	0,9	0,2
Jég	2,21	0,528
Acél *	48	11
Vas	86,5	20,7
Alumínium	236	56,4
Vörösréz	403	96,3
Ezüst	429	102
Folyadékok		
Víz	0,566	0,135
Gázok		
Széndioxid	0,0145	0,00346
Száraz levegő	0,0237	0,00566
Hélium	0,141	0,0337
Hidrogén	0,167	0,0398

* Az anyag összetételének megfelelően változó

20A-2 Egy autó kerekét $1,655 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ nyomására fűjték fel 27 °C-on. Rövid ideig tartó vezetés után a nyomás $2,34 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ -ra nőtt. Mekkora a levegő hőmérséklete az autógumi belsejében?

20A-5 Egy nitrogén-tartályban a nyomás 21 °C-on $1,86 \cdot 10^7 \text{ Pa}$. Mekkora a tartály térfogata, ha 10^5 Pa nyomáson és 21 °C hőmérsékletnél a nitrogén térfogata $8,5 \text{ m}^3$ lenne?

20A-12 A Föld népességét 2000-re 6,3 milliárdra becsülik. Hány mólnyi ember ez?

20A-14 a) Hány mól H_2O van a 200 g vizet tartalmazó pohárban? b) Hány vízmolekula van a pohárban?

20B-17 a) Határozzuk meg az 500 literes tartályban tárolt 10 mól széndioxid (CO_2), 25 °C hőmérsékleten felvett nyomását! b) Mekkora a tartályban levő gáz sűrűsége?

20A-31 A deutérium (atomtömege 2u) fúziós reakciója csak akkor megy végbe, ha a deutérium kinetikus energiája nagyobb, mint $1,2 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. Határozzuk meg azt a hőmérsékletet, amelynél a deutérium atommagjainak átlagos kinetikus energiája éppen megindítaná a fúziós reakciót!

21A-2 Tételizzük fel, hogy $0,2 \text{ mól } 20 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ nyomású és 27 °C hőmérsékletű egyatomos gáz, izotermikusan tágul eredeti térfogatának kétszeresére. a) Határozzuk meg a gáz által végzett munkát. b) Mennyi a gázzal közölt hő? c) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása? d) Határozzuk meg a gáz végső térfogatát.

21B-11 Egyatomos ideális gázt 27 °C-ról hirtelen kisebb térfogatra nyomunk össze. Ezután állandó térfogaton eredeti hőmérsékletére hűtjük, majd izotermikusan eredeti térfogatáig tágítjuk. a) Vázoljuk a folyamat p - V diagramját! b) Mekkora a ciklus alatt a gázon végzett összes munka, ha a folyamat alatt a hőserék eredménye $2,09 \cdot 10^4 \text{ J}$ elvont hő?

22A-3 Hőerőgép 1000 J munkát végez, miközben 6000 J hőt ad le a hidegebb hőtartálynak. Határozzuk meg a hőerőgép hatásfokát.

22B-12 Egy bizonyos hőerőgép, amely 300 °C és 9 °C között működik, 25 % maximális elméleti hatásfokot ér el. Mekkora befektetett hőmennyiség szükséges 10^4 J munkavégzéshez?

Otthoni gyakorlásra:

19A-4 1971-ben a világ leghosszabb hajója az acélból készült *Europoort* olajszállító tartályhajó volt, amelynek hossza 347,8 m. Mekkora hőmérsékletváltozás okozna raita év 28 cm-es hossznövekedést?

19A-10 Mennyi hőt kell közölni egy 40 g-os, 0 °C-os jégkockával ahhoz, hogy 27 °C-os vízzé alakuljon?

19B-18 Hideg napokon testünk termikus energiájának egy részét a belélegzett levegő felmelegítésére fordítjuk. Nyugalomban lévő felnőtt ember percenként kb. 11-szer lélegzik, minden légzés térfogata 0,5 l. Számoljuk ki az óránkénti hővesztés egy –18 °C-os hideg napon, feltételezve, hogy a tüdő a beszívott levegőt a 37 °C-os normál testhőmérsékletre melegíti fel.

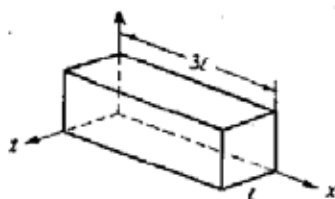
19A-24 Alumínium edény fenekének átmérője 20 cm, vastagsága 1 mm. A tűzhelyre helyezett edény aljának külső és belső felülete között állandó, 4,2 °C hőmérséklet-különbség áll fenn. Hány joule energia áramlik át az edény fenekén 1 perc alatt?

20A-4 Nagy magasságokban végzett kutatásokra használt nagy méretű léggömb térfogata 500 m^3 . Ha a hélium $150 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ nyomású, 40 literes tartályokban kapható, hány tartályra van szükség ahhoz, hogy a léggömböt $1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ nyomásra feltöltsük?

20A-7 Mekkora 2 mól ideális gáz térfogata $4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ nyomáson és 20°C hőmérsékleten?

20A-32 Egy p_0 nyomású, T_0 hőmérsékletű ideális gázt tartalmazó tartályt addig fűtenek, amíg a molekulák átlagos kinetikus energiája megkétszereződik. a) Határozzuk meg az új hőmérsékletet T_0 -al kifejezve. b) Határozzuk meg az új nyomást p_0 -al kifejezve.

20B-34 Részecskék egy csoportjának sebességértékei a következők: 3, 4, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 10, 13. a) Mekkora az átlagsebesség? b) Mekkora a négyzetes középsebesség?



20-10 ábra

A 20B-37 feladathoz

20B-37 A 20-10 ábrán látható doboz $6 \cdot 10^{12}$ hidrogén molekulát tartalmaz. Használjuk fel azt az egyszerűsítő feltevést, hogy a molekulák egyharmada mozog a $\pm x$ tengely mentén, egyharmada a $\pm y$ tengely mentén, és egyharmada a $\pm z$ tengely mentén. Tegyük fel azt is, hogy minden molekula a 27°C -nak megfelelő négyzetes középsebességgel mozog. Határozzuk meg a falra gyakorolt nyomást az l élhosszúsággal kifejezve.

21A-4 0,4 mól egyatomos ideális gázt $6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ állandó nyomáson, 27°C kezdeti hőmérsékletéről addig melegítünk, amíg térfogata megkétszereződik. a) Határozzuk meg a gáz által végzett munkát! b) Mennyi hőt közlünk a gázzal? c) Mennyivel változott a gáz belső energiája?

21B-7 Két mól normál állapotú egyatomos ideális gázt állandó nyomáson melegítünk, míg térfogata megkétszereződik. a) Határozzuk meg a végső hőmérsékletet! b) Mekkora a gáz által végzett munka? c) Határozzuk meg a gázzal közölt hőt! d) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása?

21B-10 4 mól egyatomos ideális gáz a kezdeti 1 m^3 térfogatról és 300 K hőmérsékletéről adiabatikusan 10 m^3 végső térfogatra tágul. a) Mennyi munkát végez a gáz? b) Mekkora a végső hőmérséklet? c) Mekkora munkát végez a gáz, ha izotermikusan tágul 10 m^3 -re? d) A c) pontban honnan származik a munkavégzéshez szükséges energia?

22A-1 Egy Carnot-gép a 400 K és 300 K hőmérséklet között működik. Mekkora a hőerőgép által végzett munka, ha 600 J hőt vesz fel a magasabb hőmérsékletű hőtartályból?

22A-6 Határozzuk meg annak a hőerőgépnek a maximális hatásfokát, amely egy 100°C -os szén-savas melegvízű forrás és az 5°C -os levegő között működik.

22A-7 Egy energiatakarékos hőerőgépre tett javaslat a trópusokon az óceán felszíni vizét magasabb hőmérsékletű (22°C -os) hőtartályként, a 700 m mélységben lévő, 5°C -os víznek pedig alacsonyabb hőmérsékletű hőtartályként való felhasználását ajánlja. Határozzuk meg az ilyen hőerőgép maximális termikus hatásfokát.

22B-9 Egy bizonyos termodinamikai gép 100°C és 400°C között működik. a) Határozzuk meg, az elméletileg elérhető maximális hatásfokot! b) Mekkora a tényleges hatásfok, ha a hőerőgép háromszor annyi hőt ad le, mint amekkora a végzett munka nagysága?

Feladatok

19A-2

$$l_0 = 15,24 \text{ m}$$

$$T_1 = 10^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 50^\circ\text{C}$$

$$\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\begin{aligned}\Delta l &= \alpha l_0 \Delta T = \alpha l_0 (T_2 - T_1) = \\ &= 1,1 \cdot 10^{-5} \cdot 15,24 \cdot 40 = \underline{\underline{6,7056 \cdot 10^{-3}}}\end{aligned}$$

19A-13

$$m_b = 2 \text{ kg}$$

$$T_b = 90^\circ\text{C}$$

$$m_{w/2} = 1 \text{ l} = 1 \text{ kg}$$

$$T_{w/2} = 20^\circ\text{C}$$

$$T_e = 32^\circ\text{C}$$

$$c_{w/2} = 4180$$

c_b

$$Q_{ce} = Q_{fel}$$

$$c_b \cdot m_b (T_b - T_e) = c_{w/2} m_{w/2} (T_e - T_{w/2})$$

$$c_b \cdot 2 (90 - 32) = 4180 \cdot 1 (32 - 20)$$

$$\underline{\underline{c_b \approx 4321,41}}$$

19A-15

$$m_e = 70 \text{ g}$$

$$\Delta T = 1^\circ\text{C}$$

$$c_e = c_r = 4180$$

$$L_p = 2,427 \cdot 1000 \text{ J/g}$$

m_r

$$Q_{ce} = c_r m_e \Delta T$$

$$Q_r = L_p m_r$$

$$c_r m_e \Delta T = L_p m_r$$

$$4180 \cdot 70 \cdot 1 = 2427000 m_r$$

$$m_r \approx 0,121 \text{ g}$$

19A-25

$$A = 4 \cdot 10 = 40 \text{ m}^2$$

$$\Delta x = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$\kappa = 0,18 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\Delta t = 12 \text{ s} = 43200 \text{ s}$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 5^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = 15^\circ\text{C}$$

ΔQ

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta Q}{43200} = -0,18 \cdot 40 \cdot \frac{15}{0,15}$$

$$\Delta Q = \cancel{-13200} \cdot \cancel{43200}$$

$$= -3200 \cdot 43200 =$$

$$= -138.240.000 \text{ J}$$

19B-28

$$\Delta x = 28 \text{ cm} = 0,28 \text{ m}$$

$$d = 0,95 \text{ cm} = 0,95 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Maximalis Wärmeleitfähigkeit - gradient

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} = 9,84 \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}}$$

Fouriers Gesetz: $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = 60 \text{ W}$

π

$$A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi = 2,25625 \cdot 10^{-5} \pi$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\pi A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$60 = -\pi \cdot 2,25625 \cdot 10^{-5} \cdot 9,84$$

$$\pi = 86024,26781 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

20A-2

$$p_1 = 11655 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$p_2 = 2,34 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} \approx \underline{\underline{151,169^\circ\text{C}}}$$

20A-5

$$T_1 = 21^\circ\text{C} = 294 \text{ K}$$

$$p_1 = 1,86 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 21^\circ\text{C} = 294 \text{ K}$$

$$V_2 = 8,5 \text{ m}^3$$

$$V_1 \quad T_1 = T_2 = \text{const}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$1,86 \cdot 10^7 V_1 = 10^5 \cdot 8,5$$

$$V_1 \approx \frac{1}{22} \approx \underline{\underline{0,045 \text{ m}^3}}$$

20A-12

$$N = 6,3 \text{ milliard} = 6,3 \cdot 10^9$$

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{6,3 \cdot 10^9}{6,02 \cdot 10^{23}} = \underline{\underline{1,05 \cdot 10^{-14} \text{ mol}}}$$

20A-14

$$m = 200 \text{ g}$$

$$M_r = 2 \cdot 1 + 16 = 18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$n = \frac{m}{M} = 11,11 \text{ mol}$$

$$n \cdot N_A = 11,11 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \approx \underline{\underline{6,68 \cdot 10^{24}}}$$

20B-17

$$V = 500 \text{ l} = 0,5 \text{ m}^3$$

$$n = 10 \text{ mol}$$

$$T = 25^\circ\text{C} = 298 \text{ K}$$

$$M_{\text{CO}_2} = 12 + 16 \cdot 2 = 44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$n = \frac{m}{M}$$

p
p

$$pV = nRT$$

$$pV = \frac{m}{M} \cdot RT$$

$$pM = \frac{m}{V} \cdot RT$$

$$\frac{pM}{RT} = \frac{m}{V} = \rho$$

$$pV = nRT$$

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{10 \cdot 8,314 \cdot 298}{0,5} = 49551,44 \text{ Pa}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = n \cdot M$$

}

$$\rho = \frac{n \cdot M}{V} = \frac{10 \cdot 44}{0,5} = 880$$

20A-31

$$E_{\text{kin}} > 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ J} \quad | \quad T = ?$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} kT \rightarrow \text{next equations} \Rightarrow \text{determine } T$$

$$1,2 \cdot 10^{-13} = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} T$$

$$T = 0,579 \cdot 10^{10} \text{ K}$$

21A-2

$$n = 0,2 \text{ mol}$$

$$p = 20 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$V_2 = 2V_1$$

W
Q
 ΔE_b

$$T = \text{all}$$

$$pV_1 = nRT$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{nRT}{p} = \frac{0,2 \cdot 8,314 \cdot 300}{20 \cdot 10^5} = 2,4942 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$W = -p \Delta V = -20 \cdot 10^5 \cdot 2,49 \cdot 10^{-4} = -498,84 \text{ J}$$

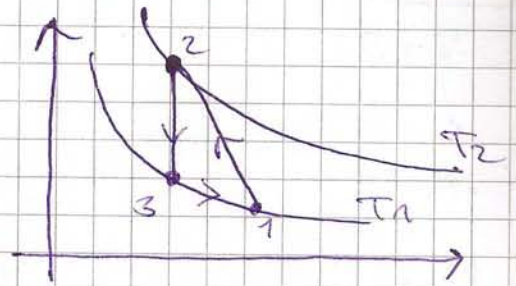
$$Q = -W = 498,84 \text{ J}$$

$$\Delta E_b = \frac{1}{2} N k \Delta T = \frac{1}{2} n R \Delta T = 0$$

21B-11

$$T = 27^\circ\text{C} = 300\text{K} \quad | \quad W$$

$$Q = 2109 \cdot 10^4 \text{ J}$$



1-2 adiabaticus

$$Q_1 = 0$$

$$\Delta E_{b1} = W$$

2-3 isochor $V = \text{all}$

$$Q_2 = \Delta E_{b2}$$

$$W = 0 = p \Delta V = p \cdot 0$$

3-1 isotherm

$$Q_3 = -W$$

$$\Delta E_{b3} = 0$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 409 \cdot 10^4$$

$$0 + Q_2 - W = 2109 \cdot 10^4$$

es

$$\Delta E_{b1} + \Delta E_{b2} + \Delta E_{b3} = 0$$

$$W + Q_2 + 0 = 0$$

$$W = -Q_2$$

$$Q_2 - W = 2109 \cdot 10^4$$

$$W = -Q_2$$

$$-2W = 2109 \cdot 10^4$$

$$W = -10450 \text{ J}$$

22A-3

$$W = 1000 \text{ J}$$

$$W_e = 6000 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{1000}{1000 + 6000} = \frac{1}{7}$$

22B-12

$$T_1 = 300^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 9^\circ\text{C}$$

$$\eta_{\text{max}} = 25\%$$

$$W_e = 10^4 \text{ J}$$

$$\Delta T = 291^\circ\text{C}$$

$$\frac{1}{\eta} \cdot W = Q_1$$

$$Q_1 = \frac{1}{0.25} \cdot 10^4 = \underline{\underline{40000 \text{ J}}}$$

19A-4

$$\begin{aligned} l_0 &= 347,8 \text{ m} \\ \Delta l &= 28 \text{ cm} = 0,28 \text{ m} \\ \alpha_{\text{steel}} &= 1,6 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad \Delta T$$

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta l}{\alpha l_0} = \frac{0,28}{1,6 \cdot 10^{-5} \cdot 347,8} = \underline{\underline{50,316^\circ \text{C}}}$$

19A-10

$$\begin{aligned} m &= 40 \text{ g} = 0,04 \text{ kg} \\ T_f &= 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} \\ T_r &= 27^\circ \text{C} = 300 \text{ K} \\ L_0 &= 335000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \\ c_r &= 4200 \end{aligned} \quad Q$$

$$\begin{aligned} Q &= L_0 m + c_r m \Delta T = \\ &= 335000 \cdot 0,04 + 4200 \cdot 0,04 \cdot 27 = \\ &= \underline{\underline{17936 \text{ J}}} \end{aligned}$$

19B-18

$$\begin{aligned} 1 \text{ eigeb} &\rightarrow 0,5 \text{ l} = 0,5 \text{ kg} = m \\ T_1 &= -18^\circ \text{C} \\ T_2 &= 37^\circ \text{C} \end{aligned} \quad \Delta T = 55$$

$$c_{\text{eigeb}} = 0,712$$

$$\begin{aligned} Q &= c_e \cdot m \Delta T = 19,58 \\ &\text{11/pers} \\ \text{11 Q} &= \underline{\underline{215,38 \text{ J}}} \end{aligned}$$

19A-24

$$\begin{aligned} d &= 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m} \\ \Delta x &= 1 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ \Delta T &= 1,2^\circ \text{C} \\ \Delta t &= 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \\ \kappa_{\text{Alu}} &= 236 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ \text{C}} \end{aligned} \quad \Delta Q$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta Q}{60} = -236 \cdot \left(\frac{0,2}{2}\right)^2 \pi \frac{1,2}{10^{-3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta Q = \underline{\underline{1868367,98 \text{ J}}}$$

20A-4

$$\begin{aligned} V_1 &= 590 \text{ m}^3 \\ p_1 &= 150 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ p_2 &= 10^5 \text{ Pa} \end{aligned} \quad V_2$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2}$$

$$V_2 = 75000 \text{ m}^3$$

$$V = 40 \text{ l} = 40 \text{ dm}^3 = 40 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\frac{V_1}{V} = \dots \text{ der}$$

20A-7

$$n = 2 \text{ mol}$$

$$p = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T = 20^\circ \text{C} = 293 \text{ K}$$

V

$$pV = nRT$$

$$V = \frac{nRT}{p} = \underline{\underline{0.1012 \text{ m}^3}}$$

20A-32

$$p_0, T_0$$

$$\epsilon_{e1} = 2 \epsilon_{e0}$$

$$\epsilon_e = \frac{3}{2} k T_0$$

$$\epsilon_{e1} = 2 \cdot \frac{3}{2} k T_0 = \frac{3}{2} k T_1$$

$$3k/T_0 = \frac{3}{2} k T_1$$

$$T_0 = \frac{1}{2} T_1 \Rightarrow \underline{\underline{T_1 = 2 T_0}}$$

$$b) V = \text{all}$$

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_1}{2 T_0}$$

$$p_0 = \frac{1}{2} p_1 \Rightarrow \underline{\underline{p_1 = 2 p_0}}$$

20B-34

$$a) \bar{v}_{\text{all}} = \frac{3 + 4 + 2 \cdot 6 + 7 + 3 \cdot 8 + 10 + 13}{10} = \underline{\underline{7.13}}$$

$$b) \bar{v}_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3^2 + 4^2 + 2 \cdot 6^2 + 7^2 + 3 \cdot 8^2 + 10^2 + 13^2}{10}} = \sqrt{60.1} \approx \underline{\underline{7.79}}$$

20B-37

$$\nu = 6 \cdot 10^{12} \text{ dB}$$

$$T = 27^\circ \text{C} = 300 \text{ K}$$

$$M_{H_2} = 2 \text{ g/mol}$$

$$\eta = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)$$

$$1 \text{ mol } 6 \cdot 10^{23} \text{ dB}$$

$$x \text{ mol } 6 \cdot 10^{12} \text{ dB}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ mol } 6 \cdot 10^{23} \text{ dB} \\ x \text{ mol } 6 \cdot 10^{12} \text{ dB} \end{array} \right\} x = \frac{10^{12}}{10^{23}} = 10^{-11} \text{ mol}$$

$$m = x = \frac{m}{M} \Rightarrow m = x M = 10^{-11} \cdot 2 = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-11} \text{ g}}}$$

$$\overline{v^2} = \frac{3 \cdot 2 T}{m} = \frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{2 \cdot 10^{-11}} = \underline{\underline{6,21 \cdot 10^{-10}}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p &= \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left(\frac{1}{3} m \overline{v^2} \right) = \frac{2}{3} \frac{6 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^3} \left(\frac{1}{3} 2 \cdot 10^{-11} \cdot 6,21 \cdot 10^{-10} \right) = \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{6 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^3} \cdot 6,21 \cdot 10^{-21} = \frac{2,484 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 10^3} = \\ &= \frac{8,28 \cdot 10^{-9}}{10^3} \\ V &= 1 \cdot 10^3 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

21A-4

$$n = 0,4 \text{ mol}$$

$$p = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 27^\circ \text{C} = 300 \text{ K}$$

$$V_2 = 2 V_1$$

W

Q

E_b

$$\left. \begin{aligned} p V_1 &= n R T_1 \\ p V_2 &= n R T_2 \\ &= 2 V_1 \end{aligned} \right\} V_1 = \frac{n R T_1}{p} = \frac{0,4 \cdot 8,314 \cdot 300}{6 \cdot 10^5} = \underline{\underline{1,66 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}}$$

$$T_2 = \frac{2 p V_1}{n R} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^5 \cdot 1,66 \cdot 10^{-3}}{0,4 \cdot 8,314} = \underline{\underline{600 \text{ K}}}$$

$$W = -p \Delta V = -6 \cdot 10^5 \cdot 1,66 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{-997,68 \text{ J}}}$$

$$\Delta E_b = \frac{3}{2} n R \Delta T = Q + W$$

$$\frac{3}{2} \cdot 0,4 \cdot 8,314 \cdot 300 = Q - 997,68$$

$$Q = \underline{\underline{2497,2 \text{ J}}}$$

$$\Delta E_b = \underline{\underline{1499,52 \text{ J}}}$$

21B-9

$$n = 2 \text{ mol}$$

$$p = \text{all}$$

$$V_2 = 2V_1$$

$$f = 3$$

$$T_1 = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$$

$$T_2$$

$$W$$

$$Q$$

$$\Delta E_b$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{2V_1}{T_2}$$

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2}{T_2}$$

$$\underline{T_2 = 2T_1 = 546 \text{ K}}$$

$$W = - \int p dV = -p(V_2 - V_1) = -p(2V_1 - V_1) = -pV_1 =$$

$$= -nR(T_2 - T_1) = -nRT_1 = \underline{-2RT_1 \approx -4539,4 \text{ J}}$$

$$Q = \Delta E_b + W = n \frac{5}{2} R \Delta T = 2 \cdot \frac{5}{2} R T_1 = \underline{5RT_1 \approx 11348,6 \text{ J}}$$

$$\Delta E_b = Q - W = 5RT_1 - (-2RT_1) = \underline{7RT_1 \approx 15888,05 \text{ J}}$$

21B-10

$$n = 4 \text{ mol}$$

$$V_1 = 1 \text{ m}^3$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$V_2 = 10 \text{ m}^3$$

$$W$$

$$T_2$$

W, der isotherm

$$n \frac{3}{2} RT_1 + (-2RT_1) =$$

$$= RT_1 (n \frac{3}{2} - 2)$$

a) adiabatisch $Q = 0$

$$\Delta E_b = W + Q = W + 0 = W$$

$$\frac{5}{2} nR \Delta T = -p \Delta V$$

$$\Delta T = -\frac{2}{3} \frac{p \Delta V}{nR} = -\frac{2}{3} \frac{p \cdot 9}{4 \cdot 8,314}$$

$$pV_1 = nRT_1$$

$$p \approx 9976,8 \text{ Pa}$$

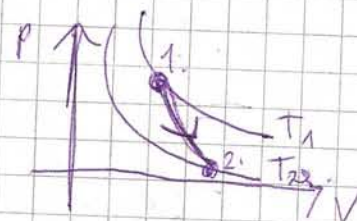
$$W = -p \cdot \Delta V =$$

$$= -9976,8 \cdot 9 = \underline{89791,2}$$

$$\Delta T = -1800 =$$

$$= T_2 - T_1$$

$$\underline{T_2 = -1800 \text{ K?}}$$



c) isotherm $T = \text{all}$

$$\Delta E_b = 0$$

$$Q = -W = -nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

22A-1 Carnot - gelp

$$\begin{array}{l} T_1 = 300 \text{ K} \\ T_2 = 400 \text{ K} \\ Q_1 = 600 \text{ J} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} W \\ \downarrow \end{array} \right.$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow Q_2 = \frac{3}{4} \cdot 600 = 450 \text{ J}$$

$$W = Q_1 - Q_2 = \underline{\underline{150 \text{ J}}}$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = n R T_1 \ln \frac{V_B}{V_A} \\ Q_2 = n R T_2 \ln \frac{V_B}{V_A} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 600 = 300 n R \ln \frac{V_B}{V_A} \\ Q_2 = -400 n R \ln \frac{V_B}{V_A} \end{array} \right\} Q_2 = -\frac{4}{3} \cdot 300 = \underline{\underline{-450 \text{ J}}}$$

$$W = Q_1 + Q_2 = 600 - 450 = \underline{\underline{150 \text{ J}}}$$

22A-6

$$\begin{array}{l} T_1 = 100^\circ \text{C} \\ T_2 = 5^\circ \text{C} \end{array} \quad \left| \quad \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - 278/373 = 0,255 \right.$$

22A-7

$$\begin{array}{l} T_1 = 22^\circ \text{C} \\ T_2 = 5^\circ \text{C} \\ W = 700 \text{ J} \end{array} \quad \left| \quad \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - 278/295 = 0,058 \right.$$

22B-9

$$\begin{array}{l} T_1 = 100^\circ \text{C} \\ T_2 = 400^\circ \text{C} \end{array} \quad \left| \quad \eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - 373/673 = 0,446 \right.$$

$$\eta_{\text{reelles}} = 1 - \frac{Q_2}{3 Q_1} \quad ?$$

7. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

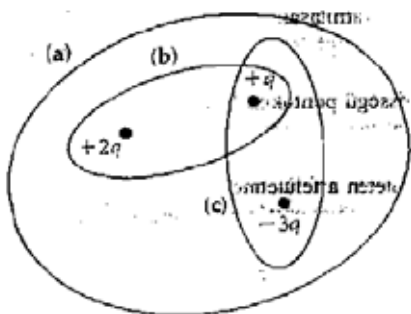
24A-1 Számítsuk ki, mennyi elektront kellene a Földre és a Holdra juttatni, hogy az ezek által létrehozott tasztítóerő éppen egyenlő legyen a Föld és a Hold közötti vonzóerővel?

24A-5 Tekintsünk egy $+3\ \mu\text{C}$ töltést, amely az $x = 4\ \text{cm}$, $y = 0$ pontban valamint egy $-2\ \mu\text{C}$ töltést, amely az $x = 0$, $y = 5\ \text{cm}$ koordinátájú pontban helyezkedik el. Számítsuk ki, mekkora erő hat az origóban lévő $+6\ \mu\text{C}$ nagyságú töltésre.

24B-15 Egy homogén elektromos erőter térerőssége (derékszögű koordináta-rendszerben) $\mathbf{E} = E_0 \hat{y}$, ahol E_0 konstans. Egy m tömegű és $+q$ töltésű részecskét juttatunk a koordináta-rendszer origójába, $\mathbf{v} = v_0 \hat{x}$ sebességgel. Számítsuk ki a részecske pályájának az egyenletét.

24A-16 Számos molekulának van elektromos dipólusmomentuma, mert a pozitív töltések (protonok) tömegközéppontja nem esik egybe a negatív töltésekével (elektronokéval). A vízmolekula dipólusmomentuma gázfázisban $6,24 \cdot 10^{-30}\ \text{Cm}$. a) Számítsuk ki a vízmolekulára ható maximális forgatónyomatékot $10\ \text{N/C}$ térerősségű elektromos erőterben. b) Számítsuk ki, hogy milyen nagyságrendű a vízmolekula dipólusának potenciális energiája ebben az erőterben.

25A-1 Számítsuk ki a Φ_E fluxust a 25-23 ábrán illusztrált töltéeloszlás esetére, az a , b és c zárt felületekre.



25-23 ábra

25A-5 Két végtelen, szigetelő sík mindegyikén egyenletes σ töltéssűrűség van. A síkok egymással párhuzamosak. A szuperpozíciós elv használatával határozzuk meg a két sík közötti, illetve az azokon kívül lévő elektromos térerősséget.

25A-10 Tekintsünk egy $10\ \text{cm}$ sugarú üreges fémgömböt, amelyen $+10\ \mu\text{C}$ töltés van. Legyen a gömb középpontja a koordináta-rendszer origójában. A gömb belsejében, az $x = 5\ \text{cm}$ pontban legyen egy $-3\ \mu\text{C}$ nagyságú pontszerű töltés. Számítsuk ki az elektromos térerősséget a gömbön kívül, az x tengely mentén. Vázoljuk fel az erővonalakat a gömbön kívül és azon belül.

26A-1 Két, egymással párhuzamos fémlemezt $12\ \text{V}$ -os elem pólusaihoz csatlakoztatunk. a) Egy nyugalmi helyzetű elektront a negatív lemez mellett elengedünk. Mekkora sebessége lesz a pozitív lemezbe történő becsapódásakor? b) Számítsuk ki az elektron maximális kinetikus energiáját, és adjuk meg eV és joule egységekben is. c) Ha a lemezek távolsága $4\ \text{mm}$, mennyi ideig repül az elektron a lemezek között? d) Ha a lemezek távolsága ettől különböző lenne, változna-e az a) és b) kérdésekre adandó válasz?

26B-7 Mutassuk meg, hogy két pozitív töltésű koncentrikus vezető gömbhéj közül mindig a belső a nagyobb potenciálú, függetlenül az egyes gömbhéjakon lévő (pozitív) töltés nagyságától.

26B-9 A tér egy tartományában a V olt egységekben kifejezett V potenciált a $V = (3\ \text{V/m}^2)x^2 + (0,2\ \text{V/m})y$ függvény adja meg, ahol x és y méterekben megadott távolságok. Számítsuk ki az $x = 10\ \text{cm}$, $y = 15\ \text{cm}$ koordinátájú helyen lévő elektronra ható erő nagyságát és irányát.

26B-11 Két izolált vezető gömbön egyenlő Q_0 töltés van. Az egyik gömb sugara R , a másiké $3R$. A két gömböt összeérintjük, majd elválasztjuk egymástól. Számítsuk ki, hogy ezután mekkora az egyes gömbök töltése.

27B-8 A $2\ \mu\text{F}$ és $3\ \mu\text{F}$ kapacitású kondenzátorra egyenként V_{max} maximális feszültség adható. Ha a két kondenzátort sorba kapcsoljuk, a két végpont közötti maximális feszültség $800\ \text{V}$. Mekkora V_{max} ?

27B-10 Sorba kapcsolt $2\ \mu\text{F}$ és $6\ \mu\text{F}$ kondenzátorok végpontjai között $200\ \text{V}$ feszültség van. a) Számítsuk ki az egyes kondenzátorok feszültségét és töltését. b) A feltöltött kondenzátorokat egymástól és a feszültségforrástól elválasztjuk, majd azonos polaritással párhuzamosan kapcsoljuk. Számítsuk ki ezután az egyes kondenzátorok feszültségét és töltését. c) Ha a b) pontban leírt eljárást úgy hajtuk végre, hogy a kondenzátorokat ellentétes polaritással kapcsoljuk párhuzamosan, mekkora lesz az egyes kondenzátorokon a feszültség és a töltés?

27B-15 Síkkondenzátort ($C = 5\ \text{pF}$) egy $20\ \text{V}$ -os feszültségforráshoz kapcsolunk, majd: 1) Egy szigetelő réteget illesztünk a lemezek közé, ($x = 4$) amely a lemezek közötti teret teljesen kitölti; 2) A kondenzátort elválasztjuk a feszültségforrástól; 3) A szigetelő réteget kihúzzuk. Számítsuk ki a) a kondenzátor Q töltését és b) a V feszültségét az eljárás végén.

27A-23 Egy $8\ \mu\text{F}$ kapacitású kondenzátort $20\ \text{V}$ -os feszültség-forráshoz kapcsolunk. a) Mekkora energia tárolódik a kondenzátorban? b) A feltöltött kondenzátort a feszültségforrástól elválasztjuk, és egy másik, töltetlen $8\ \mu\text{F}$ kapacitású kondenzátorhoz csatlakoztatjuk. Mekkora ezután a két kondenzátorban összesen tárolt energia? c) Magyarázzuk meg, miért kisebb ez az energia-mennyiség, mint az eredeti?

Otthoni gyakorlásra:

24A-3 Számítsuk ki a hidrogénatomban lévő proton és elektron között ható elektrosztatikus és gravitációs erők arányát.

24B-9 Két pontszerű töltés a következőképpen helyezkedik el: egy $-3\ \mu\text{C}$ töltés az origóban, és egy $+2\ \mu\text{C}$ töltés attól $x = 0,15\ \text{m}$ távolságban. Keressük meg azt a helyet, ahol egy pozitív q' ponttöltésre ható erő zérus.

24B-11 Egy tiszta ezüstből vert érem tömege 2,49 g. Adjuk meg, hogy 10^{12} elektronként hányat kell eltávolítani, hogy az éremnek $1 \mu\text{C}$ töltése legyen? Az ezüst atomsúlya 107,870, rendszáma 47.

24C-28 Vízszintes irányban mozgó és $v = 8 \times 10^6 \text{ m/s}$ sebességű elektron a 24-28 ábrán vázolt két vízszintes eltérítő lemez közé repül. A lemezek 3 cm hosszúak, és a közöttük lévő távolság 1,5 cm; közöttük 40 V potenciálkülönbség van. Számítsuk ki azt a θ szöveget, amelyet a lemezek közül éppen kilépő elektron sebességvektorának iránya a vízszintessel bezár. Hanyagoljuk el azt, hogy a lemezek szélénél az erőter inhomogén.

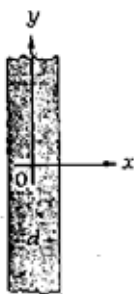


24-28 ábra

(25A5 az órai résznél!)

25A-6 Oldjuk meg az előző példát úgy is, hogy az egyik síkon a töltéssűrűség $-\sigma$.

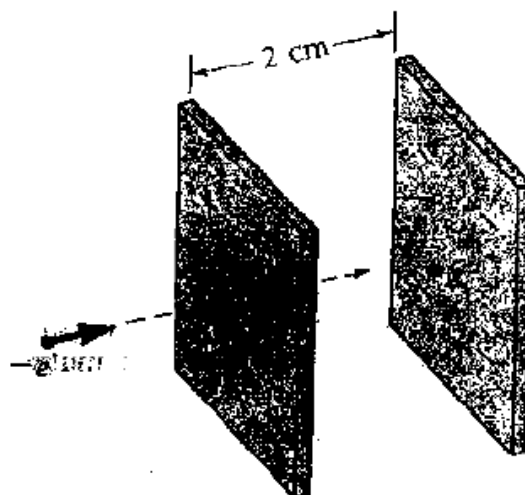
25B-7 Egy d vastagságú lemezben egyenletes ρ térfogatmenti töltés van. A lemez a $\pm y$ és $\pm z$ irányokban gyakorlatilag végtelen (25-25 ábra); az x tengely zéruspontját úgy választottuk meg, hogy az a lemez d szélességének a felénél legyen. Számítsuk ki az elektromos térerősség nagyságát x pozitív értékeire az a) $0 < x < d/2$; b) $x > d/2$ esetekre.



25-25 ábra

25B-12 Egy nagyon hosszú, R sugarú fémrúdon σ egyenletes felületmenti töltéssűrűség van. a) Elhanyagolva a rúd végeinek hatását, számítsuk ki az E térerősséget a henger felszínétől R távolságban. b) Számítsuk ki azt a v sebességet, amellyel egy elektron a rúd körül R távolságban stacionárius körpályán mozogná.

26A-2 Két, egymástól 2 cm távolságra elhelyezett, egymással párhuzamos fémlemez között 90 V potenciálkülönbség van (26-17 ábra). A pozitív lemezen lévő kis lyukon keresztül $5 \times 10^6 \text{ cm/s}$ sebességű elektron hatol be a lemezek közötti térbe. Számítsuk ki, milyen távolságra közelítheti meg az elektron a negatív lemezt.

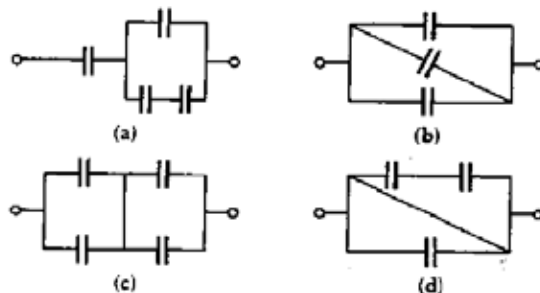


26-17 ábra

26B-10 Töltött vezető gömb felszínén az elektromos potenciál 200 V; a gömb középpontjától számított 10 cm távolságban 150 V. Számítsuk ki a) a gömb sugarát és b) a gömb töltését.

26B-13 Képzeljünk el két üreges, koncentrikus (egymásba helyezett) fémgömböt. A belső gömb sugara 30 cm, töltése $-80 \mu\text{C}$. A külső gömb sugara 50 cm, töltése $40 \mu\text{C}$. Számítsuk ki a) az elektromos térerősséget és b) a potenciált mindhárom tartományban: a külső gömbön kívül, a gömbök között, és a belső gömb belsejében. c) Ábrázoljuk az $E(r)$ és a $V(r)$ függvényeket.

26C-19 Elektromos térerősséget az $E = 2000\hat{x} + 3000\hat{y}$ képlet ad meg, ahol a mennyiségek SI mértékegységben adóttak. Számítsuk ki az A és B pontok közötti ($V_B - V_A$) potenciálkülönbséget, ahol az A és B pontok koordinátái a következők: $A: x = 0, y = 3 \text{ m}, z = 2 \text{ m}$; $B: x = 2 \text{ m}, y = 1 \text{ m}, z = 0$. (Útmutatás: minthogy E konzervatív erőter, a $V_B - V_A$ különbség bármely, a pontokat összekötő út mentén számítható.)



27-15 ábra

A 27A-3 feladathoz

27A-3 Határozzuk meg a 27-15 ábra áramköreinek eredő kapacitását. Minden kondenzátor C kapacitású.

27B-6 Ismeretlen kapacitású kondenzátort 100 V feszültségre töltünk fel, majd feltöltetlen, $10 \mu\text{F}$ -os kondenzátorral párhuzamosan kapcsoljuk. A kondenzátorok lemezein mérhető feszültség ekkor 30 V-ra csökken. Számítsuk ki az ismeretlen kapacitást.

27B-20 Egy $0,1 \mu\text{F}$ kapacitású sikkondenzátor lemezei $0,75 \text{ m}^2$ területűek, a szigetelő réteg dielektromos állandója 2,5. A kondenzátort 600 V-os feszültségre töltjük fel. a) Számítsuk ki a lemezek töltését. b) Számítsuk ki a szigetelő réteg felületén indukált töltést. c) Számítsuk ki a szigetelő rétegben az elektromos térerősséget.

Feladatok:

24A-1

$$F_G = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

$$m_F = 0,974 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$$

$$m_H = 7,347 \cdot 10^{-22} \text{ kg}$$

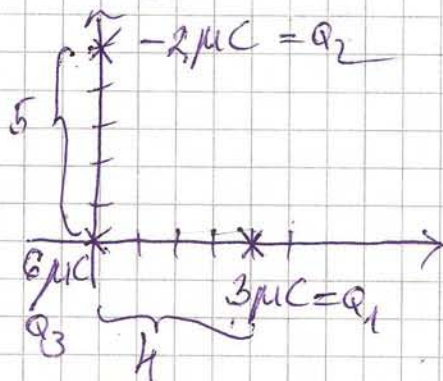
$$\gamma m_1 m_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2$$

$$q = 5,72 \cdot 10^{13} \text{ C}$$

↑

$$3,25 \text{ kg } e^- = 3,575 \cdot 10^{32} \text{ olv}$$

24A-5



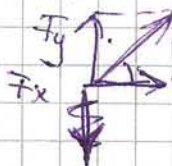
$$Q_1 = 3 \mu\text{C} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_2 = -2 \mu\text{C} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_3 = 6 \mu\text{C} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$



$$F_x = k \frac{Q_3 Q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(4 \cdot 10^{-2})^2} \text{ N}$$



$$F_y = k$$

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

24B-15

$$\underline{E} = E_0 \underline{e}_y$$

$$\underline{v} = v_0 \underline{e}_x$$

$$\underline{F} = m \underline{a} = Eq \rightarrow a = \frac{E_0 q}{m} \underline{e}_y = \text{const.}$$

24A-16

$$P = 6,24 \cdot 10^{-30} \text{ Cm} \quad \left| \begin{array}{l} M_{\max} \\ E_{\text{pet}} \end{array} \right.$$

$$E = 10 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

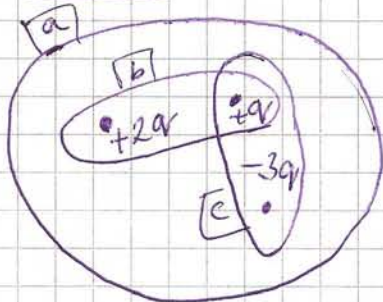
$$\underline{M} = \underline{E} \times \underline{P}$$

$M_{\max} \Rightarrow$ merőleges egymásra $\underline{E}$ és $\underline{P}$

$$M_{\max} = E \cdot P \cdot \sin 90^\circ = 10 \cdot 6,24 \cdot 10^{-30} = \underline{6,24 \cdot 10^{-29} \text{ Nm}}$$

$$\underline{W} = \underline{E} \cdot \underline{P} = 6,24 \cdot 10^{-29}$$

25A-1



$$\Phi = ?$$

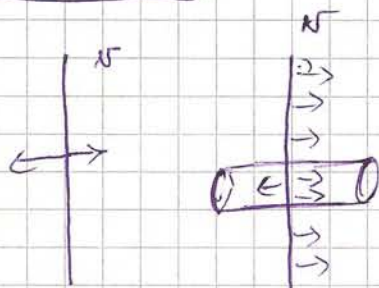
$$\oint \underline{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_E^{(a)} = 0$$

$$\Phi_E^{(b)} = \frac{3q}{\epsilon_0} = \frac{2q + q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_E^{(c)} = \frac{-2q}{\epsilon_0} = \frac{-3q + q}{\epsilon_0}$$

25A-5

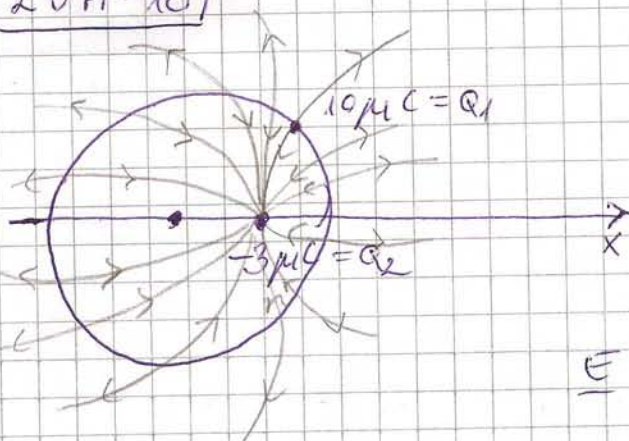


$$E \cdot 2A = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \left| \begin{array}{l} \leftarrow \\ E=0 \\ \rightarrow \end{array} \right.$$

25A-10



$$Q_1 = 10 \mu\text{C} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_2 = -3 \mu\text{C} = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

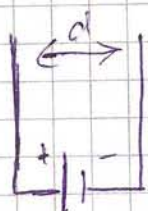
$$x_1 = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$x_2 = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$E = k \frac{Q_1}{x_1} + k \frac{Q_2}{(x_1 - x_2)} =$$

$$= k \left(\frac{10 \cdot 10^{-6}}{0,1} + \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0,1 - 0,05} \right) = 144000$$

26A-1



$$U = 12 \text{ V}$$

$$d = 4 \text{ mm}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$N_0 = 0$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

N

$E_{\text{kin max}}$

t

$$a) W = F \cdot d = U \cdot e = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 12}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 2,05 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$b) E_{\text{kin}} = W = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,05 \cdot 10^6 = 1,92 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1,92 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 12 \text{ eV}$$

$$c) F = E \cdot q = E \cdot e = m a$$

$$a = \frac{F e}{m} = \frac{3000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 5,27 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

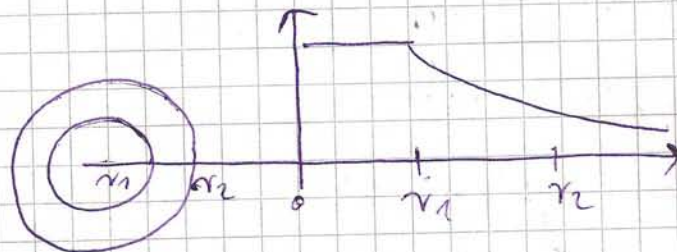
$$E = \frac{U}{d} = \frac{12}{4 \cdot 10^{-3}} = 3000$$

$$s = d = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}} \approx 3,89 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

26B-7

$$U = \int_{-\infty}^r E dr$$

$$E = -\frac{\partial U}{\partial r}$$



26B-9

$$U = 3x^2 + 0,2y$$

$$x = 0,1 \text{ m}$$

$$y = 0,15 \text{ m}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

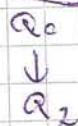
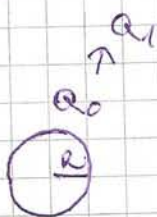
$$\underline{F} = e \cdot \underline{E}$$

$$\underline{E} = -\frac{\partial U}{\partial r} = \text{grad} U = (6x + 0,2) = -6x - 0,2$$

$$\underline{E}(0,1; 0,15) = (-0,6; -0,2; 0)$$

$$\underline{F} = e \cdot \underline{E} = 1,6 \cdot 10^{-19} (-0,6; -0,2; 0) =$$

26B-11



$$0,5 Q_0$$

$$1,5 Q_0$$

$$U = \frac{Q}{C} \rightarrow Q = C \cdot U$$

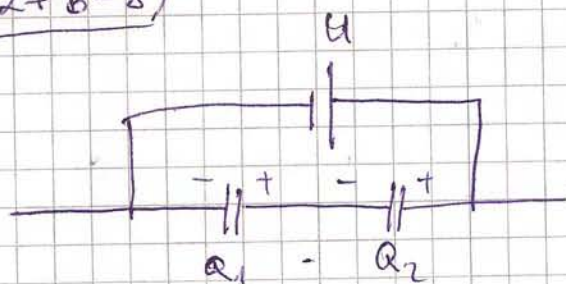
$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 3R}$$

$$Q_1 = \frac{Q_2}{3}$$

$$Q_1 + Q_2 = 2Q_0 \quad \left. \begin{array}{l} Q_1 = \frac{Q_2}{3} \\ Q_1 + Q_2 = 2Q_0 \end{array} \right\} \frac{4}{3} Q_2 = 2Q_0$$

27B-8



$$C_1 = 2 \mu F$$

$$C_2 = 3 \mu F$$

$$U_{max} = 800 V$$

Series $\Rightarrow Q_1 = Q_2$

$$U = U_1 + U_2$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \mu F$$

$$C_e = \frac{6}{5} \mu F = 1.2 \cdot 10^{-6} F$$

$$Q = C_e \cdot U = 1.2 \cdot 10^{-6} \cdot 800 = 9.6 \cdot 10^{-4} C$$

$$Q = C \cdot U \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$$

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{9.6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-6}} = 480 V$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{9.6 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-6}} = 320 V$$

$$U_1 + U_2 = 800$$

27B-10

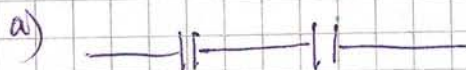
$$C_1 = 2 \mu F = 2 \cdot 10^{-6} F$$

$$C_2 = 6 \mu F = 6 \cdot 10^{-6} F$$

$$U = 100 V$$

$$U_1, U_2$$

$$Q$$



Series:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{2}{3} \mu F$$

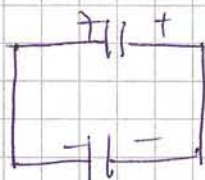
$$C_e = \frac{3}{2} = 1.5 \mu F = 1.5 \cdot 10^{-6} F$$

$$Q = C_e \cdot U = 3 \cdot 10^{-4} C$$

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = 150 V$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = 50 V$$

2b)



Parallelschaltung:

$$U_1 = U_2$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$C_e = C_1 + C_2 = \underline{\underline{8 \cdot 10^{-6} \text{ F}}}$$

27B-15

$$C_0 = 5 \mu\text{F} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$U = 20 \text{ V}$$

$$x = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} Q \\ U \end{array} \right\}$$

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C_r = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} = \epsilon_r \cdot C_0$$

$$Q = C \cdot U = \underbrace{\epsilon_r \cdot C_0}_{C_r} \cdot U =$$

$$U = \frac{Q}{C_0} = \epsilon_r \cdot U =$$

27A-23

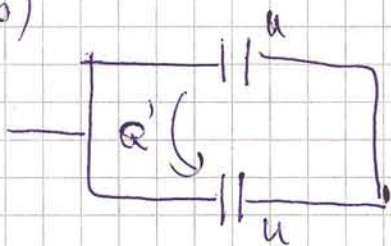
$$C = 8 \mu\text{F} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$U = 20 \text{ V}$$

$$\left. \begin{array}{l} W_1 \\ W_2 \end{array} \right\}$$

$$a) \quad W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2 = \underline{\underline{1,6 \cdot 10^{-3} \text{ J}}}$$

b)



$$Q' = \frac{Q}{2}$$

$$U \rightarrow \frac{U}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} Q' = \frac{Q}{2} \\ U \rightarrow \frac{U}{2} \end{array} \right\} \begin{aligned} W_2 &= 2 \cdot \frac{1}{2} C \left(\frac{U}{2} \right)^2 = \\ &= C \cdot \frac{1}{4} U^2 = \frac{W_1}{2} \end{aligned}$$

24A-3

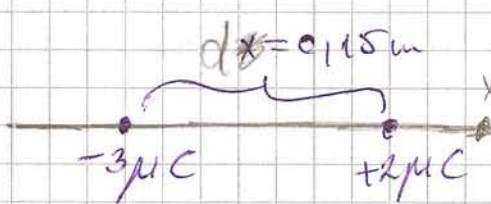
$$\begin{aligned} p^+ &= 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ e^- &= -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ m_p &= 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ m_e &= 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} F_e \\ F_g \end{array} \right.$$

$$F_e = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$F_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$k Q_1 Q_2 = \gamma m_1 m_2$$

24B-9

$$\begin{aligned} d &= 0.15 \text{ m} \\ Q_1 &= -3 \mu\text{C} = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \\ Q_2 &= 2 \mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \\ F_e &= 0 \end{aligned}$$


$$F_x = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0.15^2} = 214 \text{ N}$$

$$F_1 = F_2$$

$$k \frac{Q_1 Q_2}{(d+x)^2} = k \frac{Q_2 Q_1}{x^2}$$

$$Q_1 x^2 = Q_2 (d+x)^2$$

24B-11

$$\begin{aligned} m &= 214 \text{ g} \\ 10^{12} \text{ electrons} \\ Q &= 1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C} \end{aligned}$$

26B-10

$$U_1 = 200 \text{ V}$$

$$r_2 = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$U_2 = 150 \text{ V}$$

$$r_1 = R$$

$$Q$$



$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_0}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{0,1^2}$$

$$U = E \frac{Q}{r}$$

$$150 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{0,1} \Rightarrow Q = \frac{150 \cdot 0,1}{9 \cdot 10^9} = 1,66 \cdot 10^{-9}$$

$$200 = 9 \cdot 10^9 \frac{Q}{R} \Rightarrow R = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q}{200} = 13,39$$

26B-13

$$r = 30 \text{ cm}$$

$$q = 80 \mu\text{C} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

$$R = 50 \text{ cm}$$

$$Q = 40 \mu\text{C} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

$$E$$

$$U$$

$$E(r)$$

$$U(r)$$



$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad 0,3 - 0,5 \text{ m}$$

$$E_2 =$$

$$E_3 = \frac{Q+Q}{R^2}$$

$$U_1 =$$

$$U_2 =$$

$$U_3 =$$

26C - 19

$$\underline{E} = 2000 \underline{e}_x + 3000 \underline{e}_y$$

$$A = (0, 3, 2)$$

$$B = (2, 1, 0)$$

$$U_B - U_A = -4000 + 6000 = 2000 \text{ V}$$

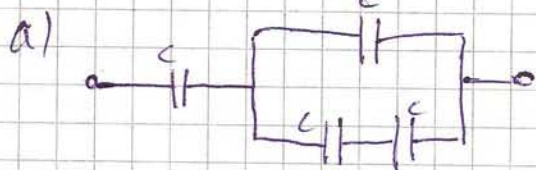
$$u = - \int \underline{E} \cdot d\underline{r}$$

$$U_x = - \int_0^2 E \, dx = - \int_0^2 [2000x] \, dx = -4000 \text{ V}$$

$$U_y = - \int_3^1 E \, dy = - [3000y]_3^1 = -3000 + 9000 = 6000 \text{ V}$$

27A-3

$C_e = ?$

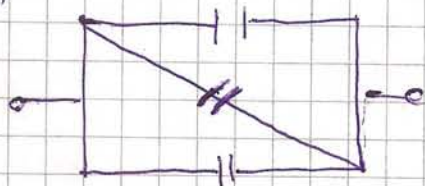


I. series : $\frac{1}{C_{e1}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_{e1} = \frac{C}{2}$

II. Parh. : $C_{e1} + C = \frac{C}{2} + C = \frac{3}{2} C$

III. series : $\frac{3}{2} C + C = \underline{\underline{\frac{5}{2} C}}$

b)



$C_e = ?$



$$C_n = 0,1 \mu F$$

$$A = 0,75 m^2$$

$$\epsilon_r = 2,5$$

$$U = 600 V$$

Q_1

Q_2

ϵ

a) $Q = C_n U = 0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 600 =$

lumen, nicht lösbar

b)

$$C_n = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C_0 = \frac{C_r}{\epsilon_r}$$

$$Q_0 = C_0 U$$

lumen, prüfen

$$E = \frac{U}{d}$$

c)

$$E_{\text{ing}} = \frac{U}{d}$$

