Matematika A4 (Valószínűségszámítás) 1. pótzh, 2012. máj. 09.

1. **Én 3-at dobok, barátom 4 szabályos érmét dob fel.**
   a) Mennyi az esélye, hogy legalább 2 fejet dob?
   BINOM
   p=0.5 n=4 k=2,3,4

$$\sum_{k=2}^{4}\binom{4}{k}0.5^k(1-0.5)^{4-k}=\binom{4}{2}0.5^2(1-0.5)^{4-2}+\binom{4}{3}0.5^3(1-0.5)^{4-3}+$$
$$+\binom{4}{4}0.5^4(1-0.5)^{4-4}=\frac{3}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{11}{16}$$

b) Ugyanannyi fejet dob, mint én?

$$P(ugyanannyit\ dobunk)=P(\text{én}\ pont\ 0)*P(\text{ő}\ pont\ 0)+$$
$$+P(\text{én}\ pont\ 1)*P(\text{ő}\ pont\ 1)+P(\text{én}\ pont\ 2)*P(\text{ő}\ pont\ 2)+$$
$$+P(\text{én}\ pont\ 3)*P(\text{ő}\ pont\ 3)+P(\text{én}\ pont\ 4)*P(\text{ő}\ pont\ 4)=$$
$$=\frac{1}{8}*\frac{1}{16}+\frac{3}{8}*\frac{1}{4}+\frac{3}{8}*\frac{3}{8}+\frac{1}{8}*\frac{1}{4}=\frac{35}{128}$$

$$P(\text{én}\ pont\ 0)=\binom{3}{0}0.5^0(1-0.5)^{3-0}=\frac{1}{8}$$
$$P(\text{én}\ pont\ 1)=\binom{3}{1}0.5^1(1-0.5)^{3-1}=\frac{3}{8}$$
$$P(\text{én}\ pont\ 2)=\binom{3}{2}0.5^2(1-0.5)^{3-2}=\frac{3}{8}$$
$$P(\text{én}\ pont\ 3)=\binom{3}{3}0.5^3(1-0.5)^{3-3}=\frac{1}{8}$$
$$P(\text{én}\ pont\ 4)=0$$

aztán

$$P(\text{ő}\ pont\ 0)=\binom{4}{0}0.5^0(1-0.5)^{4-0}=\frac{1}{16}$$
$$P(\text{ő}\ pont\ 1)=\binom{4}{1}0.5^1(1-0.5)^{4-1}=\frac{1}{4}$$
$$P(\text{ő}\ pont\ 2)=\binom{4}{2}0.5^2(1-0.5)^{4-2}=\frac{3}{8}$$
$$P(\text{ő}\ pont\ 3)=\binom{4}{3}0.5^3(1-0.5)^{4-3}=\frac{1}{4}$$
$$P(\text{ő}\ pont\ 4)=\text{lényegtelen}$$

2. **Évente átlag 3,7 buszbaleset.**
   a) fél év alatt pontosan 3 buszbaleset esélye?
   várható érték fél évre = λ = 1,85
   POISSON

$$P(x=3)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}=\frac{1.85^3}{3!}e^{-1.85}=0{,}166$$

b) az év első felében pontosan 2 és a második felében pontosan 1 baleset esélye?
függetlenek egymástól, ezért P(A*B)=P(A)*P(B)

$$P = P(x = 2) * P(x = 1) = \frac{1.85^2}{2!} e^{-1.85} * \frac{1.85^1}{1!} e^{-1.85} = 0{,}269 * 0{,}291 = 0{,}078$$

3. **Villanykörte. 1/3 valószínűséggel 700 óra átlagéletű, 2/3 valószínűséggel 1000 óra átlagéletű. Mi a valószínűsége, hogy él még mostantól 950 órát**
   a) ha tudjuk, hogy a gyengébb villanykörte van használatban
   várható érték=700 óra

$$várható\ érték = \frac{1}{\lambda} \quad => \quad \lambda = \frac{1}{700}$$

$$ha\ rosszabbik\ típus\ P(x > 950) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda x}\right) = 1 - e^{-\frac{1}{700} * 950} = 0{,}257$$

b) ha nem tudjuk, melyik típus van éppen használatban
Egyik már megvan, a másik:
várható érték=1000 óra

$$várható\ érték = \frac{1}{\lambda} \quad => \quad \lambda = \frac{1}{1000}$$

ha jobbik típus $P(x > 950) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda x}\right) = e^{-\frac{1}{1000} * 950} = 0{,}387$
tehát összegezve (teljes valószínűség):

$$P(x > 950) = \frac{1}{3} * 0{,}257 + \frac{2}{3} * 0{,}387 \approx \frac{1}{3}$$