

**Bevezetés a Számításelméletbe I. vizsgatételek**  
**2013/2014. tanév első félév**

1. Térbeli koordinátageometria: sík egyenlete, egyenes egyenletrendszerei. Metszéspontok, metszéspontok számítása. Vektortér definíciója, a definíció egyszerű következményei, példák.
2. Altér, lineáris kombináció, generált altér, generátorrendszer, lineáris függetlenség.
3. Bázis és dimenzió fogalma, kicserélési tétel és következményei.
4. Lineáris egyenletrendszer megoldása Gauss-eliminációval, redukált lépcsős alak és előállítása. Megoldhatóság, a megoldás egyértelműségének feltétele.
5. Permutációk inverziószáma. Determináns definíciója, alaptulajdonságai, kiszámítása. Kifejtési tétel. Mátrixok, műveletek mátrixokkal, ezek tulajdonságai. Determinánsok szorzástétele (biz. nélkül).
6.  $n \times n$ -es lineáris egyenletrendszer egyértelmű megoldhatóságának jellemzése a determináns segítségével. Lineáris egyenletrendszerek leírása mátrixokkal. Mátrix inverze, létezésének szükséges és elégséges feltétele. Inverz meghatározása Gauss-eliminációval.
7. Mátrix rangja, a rangfogalmak egyenlősége, rang meghatározása Gauss-eliminációval. Lineáris leképezés fogalma, egyszerű tulajdonságai, példák.
8. Lineáris leképezés adott bázispárra vett mátrixának definíciója, vektor képének meghatározása a mátrix segítségével. Lineáris leképezések szorzata, szorzat mátrixa.
9. Lineáris leképezések magtere, képtere, példák. Dimenziótétel.
10. Lineáris transzformációk, illetve négyzetes mátrixok sajátértékei, sajátvektorai, ezek meghatározása, példák.
11. Komplex számok: algebrai (kanonikus) és trigonometrikus alak, alpműveletek algebrai alakban, abszolút érték (hossz), konjugált. Komplex számok szorzatának, hatványainak,  $n$ -edik gyökeinek kiszámítása trigonometrikus alakban, egységgyökök.
12. Kombinatorikus leszámplálási alapfeladatok: ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció, kombináció; példák. Egyszerű összefüggések a binomiális együtthatók között, Pascal-háromszög. Binomiális tétel. Gráfelméleti alapfogalmak: gráf, egyszerű gráf, komplementer, fokszám, részgráf, feszített részgráf.
13. Gráfok izomorfiája. Összefüggőség, séta, út, kör, komponens, fa. Fák egyszerű tulajdonságai. Feszítőfa, létezésének szükséges és elégséges feltétele.
14. Síkbarajzolhatóság, kapcsolat a gömbre rajzolhatósággal, Euler-formula, Kuratowski-tétel (bizonyítás csak a könnyebbik irányban). Síkbarajzolható gráf duálisának fogalma. Példa olyan gráfra, melynek léteznek nem izomorf duálisai.
15. Halmazok számossága:  $|A| = |B|$ ,  $|A| \leq |B|$  és  $|A| < |B|$  definíciója, Cantor-Bernstein-tétel (biz. nélkül). Megszámplálhatóan végtelen és kontinuum számosságú halmaz fogalma. Példák:  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  számossága. Hatványhalmaz számossága (Cantor tétele),  $\mathbb{N}$  hatványhalmazának számossága.