Kísérleti fizika 1. zárthelyi segédlet

Nem tankönyv, inkább csak a fontos fogalmak és képletek gyűjteménye

Tartalomjegyzék

Frissítve: 2021. március 18., 20:45

1. Kinematika

1.1. Alapfogalmak és képletek

1.1.1. Paraméterek

Jel	Megnevezés	Mértékegység
s / $s(t)$	**elmozdulás** / t idő alatt megtett távolság	m
t	**idő**	s
v_0	**kezdősebesség**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
v_t / $v(t)$	**végsebesség** / sebesség t időben	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
a	**gyorsulás**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

1.1.2. A 4 alapegyenlet

Mindegyik egyenletből hiányzik egy komponens, így ha azt keressük, akkor jól látható, hogy melyik képletet kell felhasználni.

1. $s = ?$

$$\boxed{v_t = v_0 + at}$$

2. $t = ?$

$$\boxed{v_t^2 = v_0^2 + 2as}$$

3. $a = ?$

$$\boxed{s = \frac{(v_0 + v_t)t}{2}}$$

4. $v_t = ?$

$$\boxed{s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

1.1.3. Átlagos gyorulás Δt idő alatt

$$[t_1, t_2] : \boxed{\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}}$$

1.2. Egyenletek átrendezése

1.2.1. Elmozdulás kiszámítása

$$v_t^2 = v_0^2 + 2as \quad \xrightarrow[-v_0^2]{} \quad v_t^2 - v_0^2 = 2as \quad \xrightarrow[/2a]{} \quad \boxed{s = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a}}$$

1.2.2. Idő kiszámítasa

- Általános megoldás

$$v_t = v_0 + at \quad \xrightarrow[-v_0]{} \quad v_t - v_0 = at \quad \xrightarrow[/a]{} \quad \boxed{t = \frac{v_t - v_0}{a}}$$

- Adott $v_0 > 0$, s és a

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad \xrightarrow[-s]{} \quad \underbrace{\frac{1}{2}at^2 + v_0 t - s = 0}_{\text{másodfokú egyenlet}} \quad \xrightarrow[x_1,\, x_2]{} \quad \boxed{t = \frac{x_1 + x_2}{2}}$$

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{1}{2}a \\ b &= v_0 \\ c &= -s \end{aligned}\right\} \quad \longrightarrow \quad \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = x_1,\ x_2$$

- Adott $v_0 = 0$, s és a

$$s = \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2}gt^2 \quad \xrightarrow[\cdot 2]{} \quad 2s = gt^2 \quad \xrightarrow[/g]{} \quad \frac{2s}{g} = t^2 \quad \xrightarrow[\sqrt{\ }]{} \quad \boxed{t = \sqrt{\frac{2s}{g}}}$$

1.2.3. Kezdősebesség kiszámítasa

- Adott v_t, a és t

$$v_t = v_0 + at \quad \xrightarrow[-at]{} \quad \boxed{v_0 = v_t - at}$$

- Adott s, a és t

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad \xrightarrow[\text{kiemelünk } t\text{-vel}]{} \quad s = t\left(v_0 + \frac{1}{2}at\right) \quad \xrightarrow[/t]{}$$

$$\xrightarrow[/t]{} \quad \frac{s}{t} = v_0 + \frac{1}{2}at \quad \xrightarrow[-\frac{1}{2}at]{} \quad \boxed{v_0 = \frac{s}{t} - \frac{1}{2}at}$$

1.2.4. Gyorsulás kiszámítása

- Általános megoldás

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow[\text{kiemelünk } t\text{-vel}]{} s = t\left(v_0 + \frac{1}{2}at\right) \xrightarrow[/t]{} \frac{s}{t} = v_0 + \frac{1}{2}at \xrightarrow[-v_0]{}$$

$$\xrightarrow[-v_0]{} \frac{s}{t} - v_0 = \frac{1}{2}at \xrightarrow[\cdot 2]{} \frac{2s}{t} - 2v_0 = at \xrightarrow[/t]{} \boxed{a = \frac{2s}{t^2} - \frac{2v_0}{t}}$$

- $s = ?$

$$v_t = v_0 + at \xrightarrow[-v_0]{} v_t - v_0 = at \xrightarrow[/t]{} \boxed{a = \frac{v_t - v_0}{t}}$$

- $t = ?$

$$v_t^2 = v_0^2 + 2as \xrightarrow[-v_0^2]{} v_t^2 - v_0^2 = 2as \xrightarrow[/2s]{} \boxed{a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2s}}$$

1.3. Függőleges mozgás

1.3.1. Fontos jellemzők

- Függőleges mozgásnál a gyorsulás a **gravitáció**: $a = \boxed{g = 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$
- A gravitáció ismert érték és állandó, így ezt jellemzően nem kell kiszámolni.
- Az elmozdulás valamilyen magasságot jelent, továbbá, lehet megadva egy **kezdeti magasság** is, jele: $\boxed{h}$, mértékegysége méter.
- A test által elért **maximum magasság** képlete:

$$\boxed{h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} + h}$$

1.3.2. Hasznos tipp

Ha a feladat kérdése az, hogy összesen hány métert esett a test, ha az esés utolsó másodpercében megtett x métert és nincs kezdősebesség, akkor az alábbi általános képlet használható kiindulási alapnak:

$$\boxed{x = \frac{1}{2}g(2t - 1)}$$

Ezt kell megoldani t-re, amit visszahelyettesítünk az **elmozdulás** (s) képletébe.

Teljes levezetés:

1. Először vegyük az eredeti elmozdulás képletét és egyszerűsítsük:

$$s = \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{s = \frac{1}{2}gt^2}$$

2. Ha a teljes megtett s útból kivonjuk az ismert x métert, valamint a teljes t időből kivonjuk az utolsó 1 másodpercet, akkor a következőt kapjuk:

$$\boxed{s - x = \frac{1}{2}g(t-1)^2}$$

3. Mivel a két egyenletnek együttesen kell teljesülnie, ezért foglaljuk ezeket egy **egyenletrendszerbe** és vonjuk ki az eredeti (1.) egyenletből az újonnan kapott (2.) egyenletet:

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}gt^2 \\ s - x = \frac{1}{2}g(t-1)^2 \end{cases}$$

$$\overline{s - (s - x) = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t-1)^2}$$

4. Jól látható, hogy bal oldalt az s kiesik, valamint jobb oldalt ki tudunk emelni $\frac{1}{2}g$-vel:

$$x = \frac{1}{2}g\Big(t^2 - (t-1)^2\Big)$$

5. Bontsuk fel a belső zárójelet és egyszerűsítsünk, ekkor t^2 kiesik:

$$x = \frac{1}{2}g\Big(t^2 - (t^2 - 2t + 1)\Big) \quad \rightarrow \quad x = \frac{1}{2}g\Big(\cancel{t^2 - t^2} + 2t - 1\Big)$$

6. Ezzel megkaptuk az **út egyenletét**, viszont t-re kell megoldanunk:

$$x = \frac{1}{2}g(2t-1) \xrightarrow[\cdot 2]{} 2x = g(2t-1) \xrightarrow[/g]{} \frac{2x}{g} = 2t - 1 \xrightarrow[+1]{}$$

$$\xrightarrow[+1]{} \frac{2x}{g} + 1 = 2t \xrightarrow[/2]{} \boxed{t = \frac{x}{g} + \frac{1}{2}}$$

7. Az így kapott t értéket helyettesítsük vissza az eredeti **elmozdulás** egyenletébe és megkapjuk a keresett s értékét.

1.4. Ferde hajítás és lejtő

1.4.1. Fontos jellemzők

- Ferde hajításnál a gyorsulás a **gravitáció**: $a = \boxed{g = 9.81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$
- A gravitáció ismert érték és állandó, így ezt jellemzően nem kell kiszámolni.
- Az elmozdulás immár **kétdimenziós**, nem merőleges vagy párhuzamos a talajhoz képest.
- Lehet megadva egy **kezdeti magasság** is, jele: $\boxed{h}$, mértékegysége méter.

1.4.2. Alapegyenletek

1. Mivel a test mozgási iránya a talajhoz képest valamilyen α szöget zárhat be, így azt **vízszintes** és **függőleges komponenseire** kell bontani:

   $$\boxed{v_x = v_0 \cos(\alpha), \qquad v_y = v_0 \sin(\alpha)}$$

   Ezt lényegében egy derékszögű háromszögként foghatjuk fel, ahol az átfogó a kezdősebesség, a két befogó v_x és v_y, valamint a hajítás szöge α, ami a v_y befogóval szemközti szög.

2. A **megtett távolság** v_x-től függ, v_y-tól független (vízszintes elmozdulás):

   $$\boxed{d = v_x t}$$

3. A **maximális magasság** v_y-tól függ, v_x-től független (függőleges elmozdulás):

   $$\boxed{h_{\max} = \frac{v_y^2}{2g} + h}$$

4. A hajítás **időtartama**:

   $$h > 0 : \boxed{t = \frac{v_y + \sqrt{v_y^2 + 2gh}}{g}} \qquad\qquad h = 0 : \boxed{t = \frac{2v_y}{g}}$$

5. Egy α dőlésszögű súrlódásmentes **lejtő** mentén a test **gyorsulása**:

   $$\boxed{a = g \sin(\alpha)}$$

1.5. Körmozgás

1.5.1. Paraméterek

Jel	Megnevezés	Mértékegység
r	**sugár**	m
T	**periódusidő**	s
f	**frekvencia**	Hz
ω	**szögsebesség** / körfrekvencia	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
v_t	**kerületi sebesség**	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
a_{cp}	**centripetális gyorsulás**	$\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

1.5.2. Alapegyenletek

1. $$\boxed{f = \frac{1}{T} \qquad \Longleftrightarrow \qquad T = \frac{1}{f}}$$

2. $$\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$$

3. $$\boxed{v_t = \omega r = 2\pi f r = \frac{2\pi r}{T}}$$

4. $$\boxed{a_{cp} = \frac{v_t^2}{r} = \omega^2 r}$$

1.5.3. Fontos jellemzők

- Két forgásban lévő test végponti sebbességeinek arányát a **kerületi sebességek** hányadosa adja meg (tipikus példa: óramutatók).
- A kerületi sebesség mindig **érintőirányú** a forgási pályához képest.

2. Dinamika

2.1. Munka és energia

2.1.1. Paraméterek

Jel	Megnevezés	Mértékegység
W	**munkavégzés**	J
F	**erő**	N
s	**elmozdulás**	m
h	**felszíntől vett magasság**	m
α	**erő-elmozdulás szöge**	rad
E_p	potenciális / **helyzeti energia**	J
E_k	kinetikus / **mozgási energia**	J
P	**teljesítmény**	W

2.1.2. Alapegyenletek

1. $$\boxed{W = Fs\cos(\alpha) = \Delta E_m}$$

2. $$\boxed{E_p = mgh}$$

3. $$\boxed{E_k = \frac{1}{2}mv^2}$$

4. $$\boxed{P = \frac{W}{\Delta t}}$$

2.1.3. Fontos jellemzők

- Ha a testre a felszínhez képest $90° > \alpha > 0$ bezárt szögben fejtünk ki erőt, akkor a végzett munka **pozitív**, értéke $W = Fs\cos(\alpha)$.
- Ha a testre a felszínre merőlegesen, a nyomóerővel egyező irányban $(\alpha = 90°)$ fejtünk ki erőt, akkor **nincs munkavégézés**, azaz $W = 0$.
- Ha a testre a $\alpha > 90°$ szögben fejtünk ki erőt, akkor a végzett munka értéke **negatív**, lényegében **húzzuk** a teset, nem toljuk.

2.2. Rugó

2.2.1. Paraméterek

Jel	Megnevezés	Mértékegység
F	**erő**	N
D	**rugóállandó** / merevség	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$
x	**megnyulás** / elmozdulás	m
m	**test tömege**	kg
a	**gyorsulás**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
W	**munka**	J
E	**energia**	J

2.2.2. Alapegyenletek

1. $$\boxed{F = Dx = ma}$$

2. $$\boxed{W = \Delta E = \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}mv^2}$$

3. $$\boxed{x = \frac{F}{D} = \sqrt{\frac{2W}{D}}}$$

2.3. Rugócsoportok

Kapcsolás	**Soros**	**Párhuzamos**
Erő	$F_{1,2} = F_1 = F_2$	$F_{1,2} = F_1 + F_2$
Megnyúlás	$x_{1,2} = x_1 + x_2$	$x_{1,2} = x_1 = x_2$
Rugóállandó	$D_{1,2} = \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2}$	$D_{1,2} = D_1 + D_2$
Energia	$\frac{E_1}{E_2} = \frac{D_2}{D_1}$	$\frac{E_1}{E_2} = \frac{D_1}{D_2}$

2.3.1. Hasznos dolgok

- Ha egy rugót x távolsággal nyújtunk meg W munkavégzéssel, akkor a $2x$ távolsággal való megnyújtásához $4W$ munka szükséges.

$$W = \frac{1}{2}Dx^2 \quad \overset{?}{\Longleftrightarrow} \quad \boxed{4W = \frac{1}{2}D(2x)^2}$$

$$4W = \frac{1}{2}D(2x)^2 \quad \underset{/4}{\longrightarrow} \quad W = \frac{1}{8}D(2x)^2 \quad \rightarrow \quad W = \frac{1}{\cancel{8}_2}D\cancel{4}x^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{W = \frac{1}{2}Dx^2}$$

- Egy D_1 erősségű rugót D_2 erősségűre cserélve az új rugó $\sqrt{\frac{D_2}{D_1}}$-szeres sebességgel képes megmozdítani egy m tömegű testet ugyanazon x távolság alatt.

$$\boxed{\frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}mv^2} \quad \underset{\cdot 2}{\longrightarrow} \quad Dx^2 = mv^2 \quad \underset{/m}{\longrightarrow} \quad \frac{Dx^2}{m} = v^2 \quad \underset{\sqrt{\ }}{\longrightarrow} \quad \boxed{v = \sqrt{\frac{Dx^2}{m}}}$$

Mivel D_1 és D_2 skalárszorosai egymásnak, valamint x és m állandó (tehát $\frac{x^2}{m}$ is), így a gyök alatti tényező csak az erősségek arányában fog változni.

2.4. Földkörüli keringés

2.4.1. Paraméterek

Jel	Megnevezés	Mértékegység
d	**felszintől mért távolság**	m
T	**keringési idő** / periódusidő	s
v	**keringési sebesség**	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
a_{cp}	**centripetális gyorsulás**	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
γ	**gravitációs állandó**	$\frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$
$M_\odot$	**a Föld tömege**	kg
$R_\odot$	**a Föld sugara**	m

2.4.2. Fontos jellemzők

- **Konstans értékek** (mértékegységek nélkül):

$$\boxed{\gamma = 6.6743 \cdot 10^{-11}, \qquad M_\odot = 5.972 \cdot 10^{24}, \qquad R_\odot = 6.371 \cdot 10^{6}}$$

- Az ilyen számításoknál szinte mindenhol előfordul γ és $M_\odot$ szorzata, amit szokás μ-nek jelölni, ez az **alap gravitációs paraméter**:

$$\boxed{\mu = \gamma M_\odot = 3.9859 \cdot 10^{14}}$$

- Továbbá, gyakori elem még a testek közti **teljes távolság**, azaz $R_\odot$ és d összege is, amit jelöljünk r-nek:

$$\boxed{r = R_\odot + d}$$

- A keringési pályákat jó közelítéssel **körpályának** vesszük, így a sugár állandó.

2.4.3. Alapegyenletek

1. $$\boxed{v = \sqrt{\frac{\mu}{r}}}$$

2. $$\boxed{a_{cp} = \frac{\mu}{r^2}}$$

   Megjegyzés: Innen ered a $9.81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ gravitációs gyorulás, amely egyedi a Földhöz.

3. $$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{\mu}} = \frac{2\pi r}{v}}$$

4. $$\boxed{d = \sqrt[3]{\frac{\mu T^2}{4\pi^2}} - R_\odot}$$

2.5. Inga

2.5.1. Paraméterek

Jel	Megnevezés	Mértékegység
L	**fonál hossza**	m
α	**függőlegessel bezárt szög**	rad
m	**test tömege**	kg
v	**sebesség**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
a_{cp}	**centripetális gyorsulás**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
T	**periódusidő**	s
r	**kúp sugara**	m
h	**kúp magassága**	m

2.5.2. Fontos jellemzők

- **Síkinga** $(\alpha = 0)$ esetében a mozgásnak indított test **függőleges** síkban mozog.
- **Kúpinga** $(\alpha > 0)$ esetében a mozgásnak indított test **vízszintes** síkban mozog, a fonál egy kúpfelületet súrol.

2.5.3. Alapegyenletek

1. $$\boxed{r = L\sin(\alpha), \qquad h = L\cos(\alpha), \qquad L = \sqrt{r^2 + h^2}}$$

2. $$\alpha > 0 : \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}} \qquad \alpha = 0 : \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

3. $$\boxed{v = \frac{2\pi r}{T}}$$

4. $$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{r}}$$

2.6. Rugalmas ütközés

2.6.1. Paraméterek

Jel	Megnevezés	Mértékegység
m	**test tömege**	kg
u	**ütközés előtti sebesség**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
v	**ütközés utáni sebesség**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
I	**impulzus**	$\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
E	**energia**	J

2.6.2. Fontos jellemzők

- **Tökéletesen rugalmas** ütközésnél a helyzeti és mozgási energia is megmarad a rendszerben, azaz **nincs energiaveszteség**.
- Az impulzus megmarad.

2.6.3. Alapegyenletek

Az ütközés **előtti** paraméterek piros, az ütközés **utáni** paraméterek pedig kék színnel vannak jelölve a könnyebb átláthatóság végett.

1. $$I_1 + I_2 = I_1 + I_2 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2}$$

2. $$E_{k_1} + E_{k_2} = E_{k_1} + E_{k_2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2}$$

3. $$m_1 \neq m_2 : \boxed{v_1 = \frac{(m_1 - m_2)u_1 + 2m_2 u_2}{m_1 + m_2}} \quad \boxed{v_2 = \frac{2m_1 u_1 - (m_2 - m_1)u_2}{m_1 + m_2}}$$

$$m_1 = m_2 : \boxed{v_1 = u_2} \quad \boxed{v_2 = u_1}$$

2.7. Rugalmatlan ütközés

2.7.1. Paraméterek

Jel	Megnevezés	Mértékegység
m	**test tömege**	kg
u	**ütközés előtti sebesség**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
v	**ütközés utáni sebesség**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
I	**impulzus**	$\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
E	**energia**	J

2.7.2. Fontos jellemzők

- **Tökéletesen rugalmatlan** ütközésnél a testek összetapadnak, tömegük egyesül és fellép **energiaveszteség** (pl. belső energiává alakul, amitől deformálódik a test az ütközésnél).
- Az impulzus megmarad.

2.7.3. Alapegyenletek

Az ütközés **előtti** paraméterek piros, az ütközés **utáni** paraméterek pedig kék színnel vannak jelölve a könnyebb átláthatóság végett, E_v az **energiaveszteség**.

1. $$I_1 + I_2 = I_{1,2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2)v}$$

2. $$E_{k_1} + E_{k_2} = E_{k_{1,2}} + E_v \quad \Longrightarrow \quad \boxed{E_v = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2}$$

3. $$m_1 \neq m_2 : \boxed{v = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}} \qquad m_1 = m_2 : \boxed{v = \frac{u_1 + u_2}{2}}$$

3. Statika

3.1. Súrlódás

3.1.1. Paraméterek

Jel	Megnevezés	Mértékegység
m	**test tömege**	kg
μ	**súrlódási együttható**	nincs
α	**felszín dőlésszöge**	rad
F_N	**nehézségi erő**	N
$F_\perp$	**felszínre merőleges erő**	N
$F_\parallel$	**felszínnel párhuzamos erő**	N
F_t	**tapadási erő** / súrlódási erő	N
F_h	**húzóerő**	N
ΣF	**eredő erő**	N
a	**gyorsulás**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

3.1.2. Fontos jellemzők

- Minden testre folyamatos hatással van a **nehézségi erő**, avagy a **gravitáció**.
- A felület lehetséges dőlésszöge miatt a nehézségi erőt a felületre **merőleges** és a felülettel **párhuzamos komponenseire** kell bontani:

$$\boxed{F_\perp = F_N \cos(\alpha) = mg\cos(\alpha), \qquad F_\parallel = F_N \sin(\alpha) = mg\sin(\alpha)}$$

- Vízszintes felület ($\alpha = 0$) esetében a nehézségi erő teljes egészében hat a testre, mivel nincs párhuzamos komponense, csak merőleges.
- A testre mindig hat egy **nyomóerő** is, ami azonos nagyságú, de ellentétes irányú, mint a felszínre merőleges erő. Az eredő erőnél ezek kioltják egymást.
- Amíg a test el nem mozdul nyugalmi állapotából, addig a **nehézségi** és **tapadási** erők tartják helyben, valamint a **tapadási súrlódási együttható** van rá hatással. Amint elmozdul (pl. elég nagy húzóerő hatására), már a **csúszászi súrlódási együttható** lesz rá hatással.

3.1.3. Alapegyenletek

1. $$\boxed{F_N = mg}$$

2. $$\boxed{F_t = \mu F_\perp = \mu mg\cos(\alpha)}$$

3. $$\Sigma F = \cancel{F_\perp + (-F_\perp)} + F_h - F_t \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\Sigma F = F_h - F_t}$$

   Ismételten tehát, a nehézségi erő **felszínre merőleges komponense** és az azonos nagyságú, de ellentétes irányú **nyomóerő** kioltják egymást, így az eredő erő csak az alkalmazott **húzóerő** és a **tapadási erő** különbsége lesz.

4. $$\boxed{a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_h - F_t}{m}}$$

3.2. Súrlódás görbületi sugárral

3.2.1. Paraméterek

Jel	Megnevezés	Mértékegység
v	**sebesség**	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
r	**pálya görbületi sugara**	m
μ	**súrlódási együttható**	nincs
α	**pálya dőlésszöge**	rad

Alapvetően ugyanazok a szabályok érvényesek, mint a közönséges súrlódásnál.

3.2.2. Alapegyenletek

1. $$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{r}}$$

2. A **maximális sebesség**, amivel az autó csúszás nélkül képes bevenni a kanyart:

$$\alpha > 0 : \boxed{v_{\max} = \sqrt{gr\left(\frac{\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)}{\cos(\alpha) - \mu\sin(\alpha)}\right)}} \qquad \alpha = 0 : \boxed{v_{\max} = \sqrt{gr\mu}}$$

Megjegyzés: Ha a feladatban úgy adják meg az autó sebességét, hogy ennyivel még pont be tudta venni a kanyart csúszás nélkül, akkor $\boxed{v = v_{\text{max}}}$

3. A **tapadási súrlódási együttható** kiszámítása maximális sebességnél:

$$\alpha = 0 : v = \sqrt{gr\mu} \xrightarrow[(\ )^2]{} v^2 = gr\mu \xrightarrow[/gr]{} \boxed{\mu = \frac{v^2}{gr}}$$

Nem valószínű, hogy lesz ilyen feladat, de íme a levezetés dőlt pálya esetén:

$$\alpha > 0 : v = \sqrt{gr\left(\frac{\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)}{\cos(\alpha) - \mu\sin(\alpha)}\right)} \xrightarrow[(\ )^2]{}$$

$$\xrightarrow[(\ )^2]{} v^2 = gr\left(\frac{\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)}{\cos(\alpha) - \mu\sin(\alpha)}\right) \xrightarrow[/gr]{}$$

$$\xrightarrow[/gr]{} \frac{v^2}{gr} = \frac{\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)}{\cos(\alpha) - \mu\sin(\alpha)} \xrightarrow[\cdot\left(\cos(\alpha) - \mu\sin(\alpha)\right)]{}$$

$$\xrightarrow[\cdot\left(\cos(\alpha) - \mu\sin(\alpha)\right)]{} \frac{v^2}{gr}\left(\cos(\alpha) - \mu\sin(\alpha)\right) = \sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha) \xrightarrow[(\ )\text{ felb.}]{}$$

$$\xrightarrow[(\ )\text{ felb.}]{} \frac{v^2}{gr}\cos(\alpha) - \frac{v^2}{gr}\mu\sin(\alpha) = \sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha) \xrightarrow[-\sin(\alpha)]{}$$

$$\xrightarrow[-\sin(\alpha)]{} \frac{v^2}{gr}\cos(\alpha) - \frac{v^2}{gr}\mu\sin(\alpha) - \sin(\alpha) = \mu\cos(\alpha) \xrightarrow[+\frac{v^2}{gr}\mu\sin(\alpha)]{}$$

$$\xrightarrow[+\frac{v^2}{gr}\mu\sin(\alpha)]{} \frac{v^2}{gr}\cos(\alpha) - \sin(\alpha) = \frac{v^2}{gr}\mu\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha) \xrightarrow[\text{kiemelünk } \mu\text{-vel}]{}$$

$$\xrightarrow[\text{kiemelünk } \mu\text{-vel}]{} \frac{v^2}{gr}\cos(\alpha) - \sin(\alpha) = \mu\left(\frac{v^2}{gr}\sin(\alpha) + \cos(\alpha)\right) \xrightarrow[/(...)]{}$$

$$\xrightarrow[/(...)]{} \boxed{\mu = \frac{\frac{v^2}{gr}\cos(\alpha) - \sin(\alpha)}{\frac{v^2}{gr}\sin(\alpha) + \cos(\alpha)}}$$