ANALÍZIS (2), A kurzus | **ÖSSZEVONT VIZSGADOLGOZAT** | **2001. június. 7.**
Műszaki Informatika szak | Munkaidő: 90 perc

I. rész

1) Feladat (10 pont).
Írja le a gömbi transzformáció geometriai jelentését! Határozza meg a gömbi transzformáció Jacobi determinánsát!

2) Feladat (10 pont).
Számolja ki az alábbi komplex mennyiségek valós és képzetes részét:

$$e^{\pi(1+i/3)} \qquad \ln(-3) \qquad \sin i$$

3) Feladat (20 pont).

$$\oint_{|z-3i|=1} \frac{z^4 - 3iz^3}{(z-3i)^n} dz = ? \qquad n = 0, 1, 2, 3, 4$$

Milyen típusú szakadásai vannak az integrandusnak $n = 1,\ 2,\ 3,\ 4$?

II. rész

1) Feladat (20 pont).
Legyen $f(n+1) = \alpha f(n) + \beta f(n-1), \alpha^2 > 4\beta$. Mi a megoldások alakja? (Állítását bizonyítsa be!)

2) Feladat (20 pont).
Bizonyítsa be a függvénysorozat határfüggvényének folytonosságára vonatkozó tételt!! Mit jelent az, hogy a $C^0_{[a,b]}$ tér teljes?

3) Feladat (18 pont).
Mit nevezünk Taylor polinomnak, Lagrange maradéknak?
Mutassa meg, hogy e^x megegyezik a Taylor-sorával!
A felhasznált elégséges tételt bizonyítsa be!

4) Feladat (20 pont).
Legyen

$$f(x,y) = \begin{cases} 2+y, & \text{ha} x = 0, \\ 2, & \text{ha} x \neq 0 \end{cases}$$

Hol folytonos, hol differenciálható az f?
Számolja ki f origóbeli iránymenti deriváltjait!
Hol vannak lokális szélsőértékei f-nek?

5) Feladat (10 pont).
Legyen V az $O(0,0,0), A(2,0,0), B(0,3,0), C(0,0,1)$ csúcspontú tetraéder. Mutassa meg, hogy V normáltartomány az x, y síkra nézve!

6) Feladat (12 pont).
Hogyan számolható ki a residuum másod illetve harmadrendű pólus esetén? Indokoljon!

(pdf by Syntern)