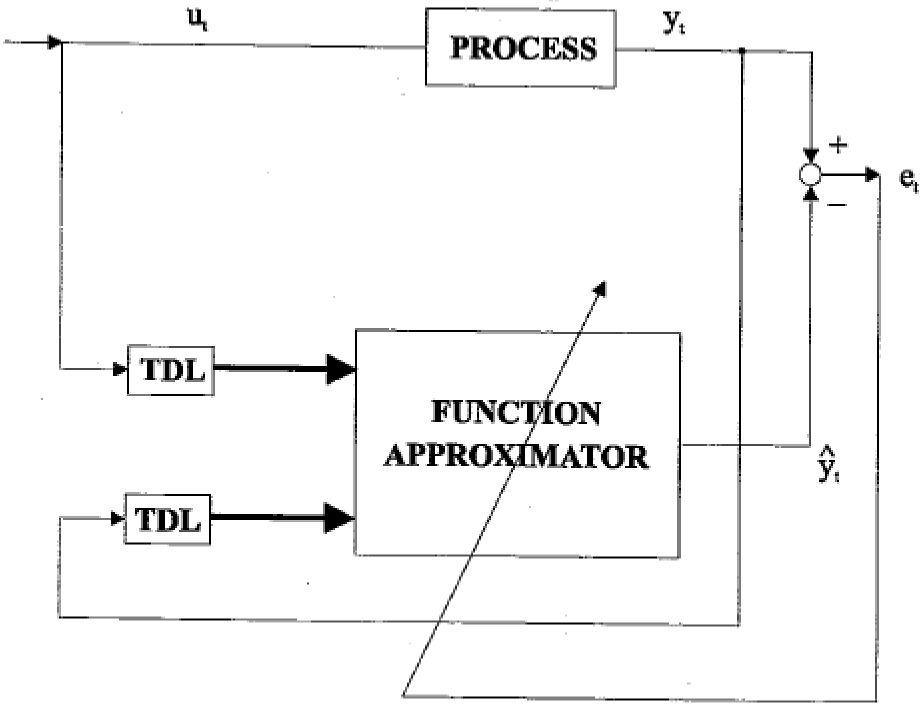
1. Rajzolja fel a SISO nemlineáris diszkrétidejű rendszer identifikációjának sémáját soros/párhuzamos struktúrában. Sorolja fel a javasolható függvényapproximációs módszereket és a paraméterek hangolására alkalmazható numerikus technikákat.

Egy egyszerű $y_{t+1} = f(y_t, \dots, y_{t-n+1}, u_t, \dots, u_{t-m+1})$ nemlineáris dinamikus rendszer identifikációjának sémája soros/párhuzamos struktúrában:



TDL egy szoftverrel megvalósított késleltető vonal, time delay line, a dinamikus rendszer memóriája.

Függvényapproximációs módszerek: FS (ANFIS), NN, radial basis functions stb.

Paraméterek hangolása: A hangolás célja minimalizálni a hibanégyzet összeget a rendszer mért és approximált kimenete között. GA-val kezdődik és pl. konjugált gradiens módszerrel fejezhető be.

2. Adja meg a Wang (nulladrendű Sugeno) típusú fuzzy rendszer esetén a reláció alakját, a tagsági függvény alakját, a függvény approximáció alakját. Adja meg a paraméterek gradiens technikán alapuló hangolásának szabályát. Adja meg a kimeneti és a tagsági függvény paraméterek szerinti parciális deriváltakat.

A rendszer feltételezett differenciálegyenlete:

$$y^{(n)} = f(x) + g(x)u \quad (\, u \in R^1,\ y \in R^1,\ g(x) > 0 \,)$$

Az állapotvektor: $x = \left(y, y', \ldots, y^{(n-1)}\right)^T$

Az előírt alapjel: $y_d(t)$

A szabályozási hiba: $e = y_d - y$

A hibaderiváltak vektora: $\tilde{e} = \left(e, e', \ldots, e^{(n-1)}\right)^T$

Feltevés: Első típusú indirekt adaptív fuzzy irányítás esetén a dinamikus rendszer modelljében az $f(.)$, $g(.)$ függvényeket nulladrendű Sugeno-rendszerrel írjuk le:

$$\hat{f} = \sum_i y^i \frac{w_i}{\sum_k w_k} = \sum_i y^i \varphi_i(x)$$

A feltétel rész fix, csak a konzekvencia rész $y^i,\ i = 1 \ldots m$ paramétereit hangoljuk.

Jelölések:

$$\vartheta_f = (y^1, \ldots, y^m)^T$$
$$\varphi^T = (\varphi_1, \ldots \varphi_m)$$

A függvények approximációja:

$$\hat{f}(x) = \varphi^T(x)\vartheta_f$$
$$\hat{g}(x) = \psi^T(x)\vartheta_g$$

A Wang-tétel értelmében létezik optimális nulladrendű Sugeno rendszerrel való approximáció. Legyenek ezek:

$$\vartheta_f^* = \arg\min_{\vartheta_f}\sup_x \left|\hat{f}(x) - f(x)\right| \ \Rightarrow\ \hat{f}^*(x),$$
$$\vartheta_g^* = \arg\min_{\vartheta_g}\sup_x \left|\hat{g}(x) - g(x)\right| \ \Rightarrow\ \hat{g}^*(x),$$

Az approximációs hiba:

$$w(x) := \hat{f}(x, \vartheta_f^*) - f(x) + [\hat{g}(x, \vartheta_g^*) - g(x)]u_c$$

Adaptációs/Hangolási törvény:

Koncepció: Olyan Ljapunov függvényt keresünk, amelyben az optimális paraméterektől való eltérést is büntetjük:

$$V := \frac{1}{2} < P\tilde{e}, \tilde{e} > + \frac{1}{2\gamma_1} < \Delta\vartheta_f, \Delta\vartheta_f > + \frac{1}{2\gamma_2} < \Delta\vartheta_g, \Delta\vartheta_g >$$

, ahol $\gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0$ alkalmasan választott konstansok (tanulási sebesség).

A Ljapunov függvény deriváltja:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} < Q\tilde{e}, \tilde{e} > - < b_c^T P\tilde{e}, u_s > + < b_c^T P\tilde{e}, w > +$$

$$+ < \varphi(x) b_c^T P\tilde{e} + \frac{1}{\gamma_1} \Delta\dot{\vartheta}_f, \Delta\vartheta_f > + < \psi(x) u_c b_c^T P\tilde{e} + \frac{1}{\gamma_2} \Delta\dot{\vartheta}_g, \Delta\vartheta_g >$$

Az utolsó két tag nullává tehető $\Delta\dot{\vartheta}_f$ és $\Delta\dot{\vartheta}_g$ megfelelő beállításával, így megszabadulhatunk dV / dt -t két potenciálisan pozitív irányba befolyásoló tényezőtől. Mivel $\Delta\vartheta_f := \vartheta_f - \vartheta_f{}^*$ és $\vartheta_f{}^*$ nem függ az időtől, így $\Delta\dot{\vartheta}_f = \dot{\vartheta}_f$, hasonlóan $\Delta\dot{\vartheta}_g = \dot{\vartheta}_g$. A hangolási szabály tehát:

$$\dot{\vartheta}_f = -\gamma_1 \varphi(x) b_c^T P\tilde{e}$$
$$\dot{\vartheta}_g = -\gamma_2 \psi(x) u_c b_c^T P\tilde{e}$$

Megjegyzés: Minél kisebb a $w(.)$ approximációs hiba, annál biztosabb, hogy dV / dt negatív és az irányítás stabilis.

3. Adja meg az indirekt 1. típusú fuzzy adaptív szabályozás esetén a SISO rendszerosztályt, a névleges szabályozó alakját ismert *f* ,*g* és közelítően ismert *g^* , *f ^* esetén. Mi a Ljapunov függvény alakja, és hogyan számítható Λ_c és *P* ? Adja meg a paraméterek hangolási szabályát. Adja meg az algoritmus módosítását az indirekt 2. típusú esetre.

Koncepció:

A valódi rendszert leíró függvények: f(.), g(.)

A rendszert egy modellel approximáljuk: $\hat{f}(.), \hat{g}(.)$

Az irányítási törvény (a névleges szabályozó alakja):

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}} \left(y_d^{(n)} - \hat{f} + < \tilde{k}, \tilde{e} > \right)$$

Tétel (Ljapunov stabilitás nemlineáris rendszerekre): A nemlineáris rendszer asszimptotikusan stabilis, ha létezik egy (állapotfüggő) pozitív definit Ljapunov függvény, amelynek *dV/dt* deriváltja negatív definit egy rendszertrajektória (az állapotegyenlet megoldása) mentén.

$$V = \frac{1}{2} < P\tilde{e}, \tilde{e} >$$

Megjegyzés: Ha mind a hiba, mind annak deriváltja nagy, akkor a Ljapunov függvény is nagy, ezért ha a hiba nagyságát korlátozni akarjuk, akkor V-t is korlátok közé kell szorítani. V egy adott V_0 korláton belül tartását egy u_s ún. felügyelő szabályozó tervezésével biztosíthatjuk.

Megjegyzés: Feltesszük, hogy V_0 korláton belül az $\hat{f}(.), \hat{g}(.)$ approximáció elegendően pontos ahhoz, hogy a hibadinamikában már csak a lineáris rész domináljon, ami az u_c , Λ_c-n keresztül biztosítja az exponenciális hibalecsengést.

Paraméterek hangolása: Ld. előző kérdés

Második típusú indirekt adaptív fuzzy irányítás:

Prekoncepció: A szabályok feltétel részében szereplő tagsági függvények paramétereit is hangoljuk.

Elv**:** Mivel $\hat{f}(.)$ és $\hat{g}(.)$ a paraméterektől nemlineárisan függ (Gauss függvény), ezért a Taylor-soraikat vesszük az optimális $\vartheta_f{}^*$ és $\vartheta_g{}^*$ paramétervektor körül (a paramétervektor mind a lineáris mind a nemlineáris paramétereket tartalmazza), így pl. (a magasabb rendű tagokat elhagyva):

$$\hat{f}^* := \hat{f}(x, \vartheta_f^*) \approx \hat{f}(x, \vartheta_f) + < \frac{d\hat{f}}{d\vartheta_f}, \vartheta_f^* - \vartheta_f >$$

Hasonló összefüggések vezethetők le $g^*(.)$-re is. Így a hangolási törvények az első típusú eset levezetését felhasználva:

$$\dot{\vartheta}_f = -\gamma_1 \frac{d\hat{f}}{d\vartheta_f} b_c^T P\tilde{e}$$
$$\dot{\vartheta}_g = -\gamma_2 \frac{d\hat{g}}{d\vartheta_g} u_c b_c^T P\tilde{e}$$

4. Foglalja össze a direkt 1. típusú fuzzy adaptív szabályozás elvét, és adja meg algoritmusát. Adja meg az algoritmus módosítását a direkt 2. típusú esetre.

Nominális irányítás: Nulladrendű Sugeno rendszer

$$u_c = \varphi^T(x)\vartheta$$

, ahol ϑ csak a relációk következmény részéhez tartozó paramétereket tartalmazza $\vartheta_k = \bar{y}^k$.

$$\varphi_k^T(x\,|\,\theta) = \frac{\prod_{i=1}^{n} \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^k}{\sigma_i^k}\right)^2\right)}{\sum_{l=1}^{M}\prod_{i=1}^{n} \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right)}$$

Az ideális $u^*(x)$ nulladrendű Sugeno-rendszerrel vett legjobb approximációja:

$$\vartheta^* := \arg\min_{\vartheta}\sup_{x}\left|\varphi^T(x)\vartheta - u^*(x)\right| \Rightarrow \quad \boxed{u_c^*(x) = \varphi^T(x)\vartheta^*}$$

Ekkor:

$$w := u*(x) - u_c^*(x)$$
$$u^* - u_c = u^* - u_c^* + u_c^* - u_c = w - \varphi^T(x)(\vartheta^* - \vartheta) = w - \varphi^T(x)\Delta\vartheta$$
$$\dot{\tilde{e}} = \Lambda_c\tilde{e} + b_c g\{w - \varphi^T\Delta\vartheta - u_s\}$$

Az adaptációs törvény:

Legyen a Ljapunov függvény:

$$V = \frac{1}{2} < P\tilde{e}, \tilde{e} > + \frac{1}{2\gamma} < \Delta\vartheta, \Delta\vartheta >$$

A deriváltja:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} < P\dot{\tilde{e}}, \tilde{e} > + \frac{1}{2} < P\tilde{e}, \dot{\tilde{e}} > + \frac{1}{\gamma} < \Delta\dot{\vartheta}, \Delta\vartheta >=$$
$$= \frac{1}{2} < (\Lambda_c^T P + P\Lambda_c)\tilde{e}, \tilde{e} > + \underbrace{< b_c^T P\tilde{e}, gw >}_{Ordo(w)} \underbrace{- \underbrace{< b_c^T P\tilde{e}, gu_s >}_{\text{pozitív}}}_{\text{negatív}} + \frac{1}{\gamma} < \Delta\dot{\vartheta} - \gamma\,\varphi\, g\, b_c^T P\tilde{e}, \Delta\vartheta > .$$

Az utolsó tag nullává tehető a paramétervektor megfelelő hangolásával:

$$\Delta\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta} := \gamma\,\varphi\, g\, b_c^T P\tilde{e}$$

Azonban g(x) ismeretlen, ezért egyszerűsítjük a problémakört (g_0 ismeretlen):

$$0 < g_L \leq g(x) = konst. = g_0$$

Így a hangolási törvény:

$$\dot{\vartheta} := \underbrace{\gamma\, g_0}_{\tilde{\gamma}}\, \varphi\, b_c^T P \tilde{e} = \tilde{\gamma} \varphi\, b_c^T P \tilde{e}$$

Az adaptációs/hangolási törvény 2. típusú direkt fuzzy szabályozás esetén:

$$\dot{\vartheta} := \tilde{\gamma} \frac{du_c}{d\vartheta} b_c^T P \tilde{e} \quad \text{ahol } u_c(x \mid \theta) = \frac{\sum_{l=1}^{M} \bar{y}^l \prod_{i=1}^{n} \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right)}{\sum_{l=1}^{M} \prod_{i=1}^{n} \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right)}$$