

Inf. Analízis 16/ 1. ZH

1. (1+6)

- (a) Milyen függvényosztályra értelmeztük a Laplace transzformációt?  
 (b) Laplace transzformáció segítségével számítsuk ki  $x(t)$ -t, ha

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= 2x(t) - 3y(t), & x(0) &= \dot{x}(0) = 0, & y(0) &= 0, & \dot{y}(0) &= 1 \\ \ddot{y}(t) &= x(t) - 2y(t). \end{aligned}$$

2. (1+3+3)

- (a) Írjuk fel a skálázó egyenletet!  
 Transzformáljuk elsőrendűvé az alábbi differenciálegyenletet (Nem kell megoldani!),

$$y'' + xy' = x$$

- (b) Laplace transzformációval  
 (c) Fourier transzformációval!  
 +1 : hiányos másodrendűből szeparábilis?

3. (7)

Számítsuk ki a  $T = T_{e^{-x^2}}$  reguláris disztribúció és a  $\delta'$  disztribúció konvolúciójának hatását a  $\varphi(x) = x^2$  függvényre:  $(T * \delta')x^2 = ?$ .

4. (2+5)

- (a) Mi az  $(x-3)f = 0$  disztribúció értelemben vett egyenlet összes megoldása?  
 +1 : Miért?  
 (b) Adjuk meg az  $e^{3x}\delta''(x-2)$  disztribúciót a  $\delta$  eltolt deriváltjainak lineáris kombinációjaként!

5. (1+1+5) A Poisson wavelet a következő:

$$\Psi_n(x) = \begin{cases} \frac{x-n}{n!} x^{n-1} e^{-x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

- (a) Mutassuk meg, hogy  $\Psi_n(x) = -\left(\frac{x^n}{n!} e^{-x}\right)'$ , ha  $x \geq 0$ .  
 (b) Mutassuk meg, hogy  $\int_{\mathbb{R}} \Psi_n(x) dx = 0$ .  
 (c)  $C_{\Psi_n} = ?$

Munkaidő: 90 perc.