2-3-fa, hash

1. Egy 2-3-fa gyökerének három fia van, a benne szereplő két érték 40 és 50. Mennyi lehet a tárolt elemek minimális, illetve maximális száma, ha tudjuk, hogy csak pozitív egész számokat tárol a fa?

2. Az $[1, 178]$ intervallumba eső összes egész számot egy 2-3-fában tároljuk. Tudjuk, hogy a gyökérben két útjelző van, és az első ezekből a 17. Mi lehet a második?

3. Nyitott címzéssel hash-elünk egy kezdetben üres $M = 11$ méretű táblába a $h(x) = x \pmod{M}$ hash-függvénnyel. Mi lesz a tábla állapota, ha a 4, 5, 14, 15, 16, 26, 3 kulcsokat a megadott sorrendben beszúrjuk és az ütközések feloldására
   (a) lineáris próbát használunk?
   (b) kvadratikus maradék próbát használunk?
   (c) kettős hash-elést használunk, amikor $h'(x) = 7x \pmod{(M-1)}$ a második hash-függvény?

   Hány ütközés történt az egyes esetekben?

4. Előfordulhat-e nyitott címzéses hash-elés esetén, hogy az $n > 3$ méretű táblában csak 3 elem van, de a keresés lépésszáma n ?

5. Jó választás-e $M = 7$ méretű táblánál az $h(x) = x^2 \pmod{7}$ hash-függvény?

6. Egy m méretű hash-táblában már van néhány elem. Adjon $O(m)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza, hogy egy újabb elem lineáris próbával történő beszúrásakor maximum hány ütközés történhet!

7. A $b_0 ... b_n$ alakú $n + 1$ hosszú bitsorozatokat akarjuk tárolni. Tudjuk, hogy a b_0 paritásbit (ami a sorozatban az egyesek számát párosra egészíti ki). Ha nyitott címzésű hash-elést használunk $h(x) \equiv x \pmod{M}$ hash-függvénnyel és lineáris próbával, akkor $M = 2^n$ vagy $M = 2^n + 1$ méretű hash-tábla esetén lesz kevesebb ütközés?