

SZABTECH 3. GYAKORLAT

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEINEK

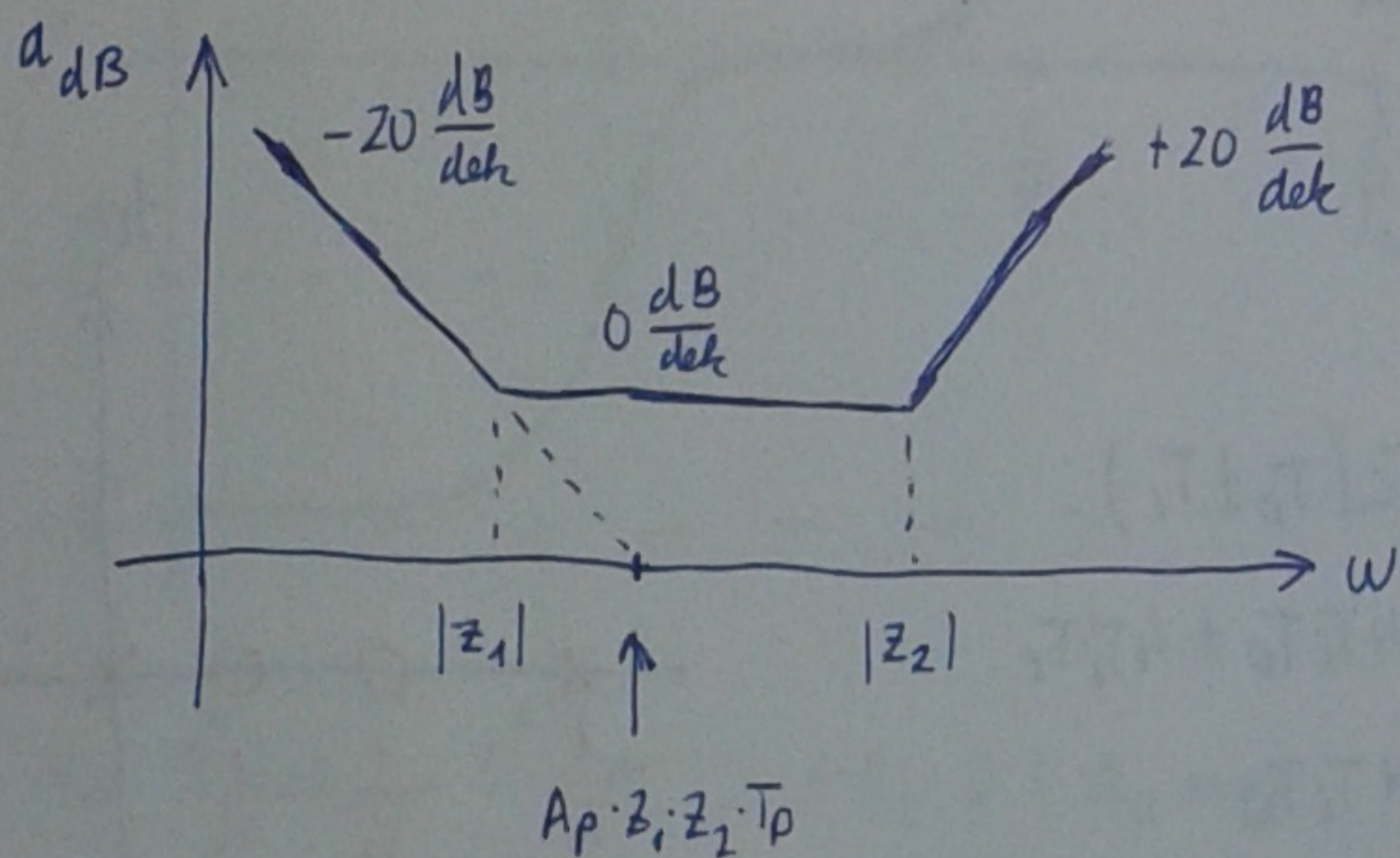
KIDOLGOZÁSA

①
$$W_{PID}(s) = A_p + \frac{A_p}{T_i} \cdot \frac{1}{s} + A_p \cdot T_o \cdot s = \frac{A_p}{T_i} \cdot \frac{1 + sT_i + s^2 T_i T_o}{s}$$

$$z_{1,2} = \frac{-T_i \pm \sqrt{T_i^2 - 4T_i T_o}}{2T_i T_o} \leftarrow \text{Zérusok} \quad s_1 = 0 \leftarrow \text{Egyetlen pólus}$$

4 zérusok valósak, ha $T_i^2 - 4T_i T_o \geq 0$
 $T_i \geq 4T_o$

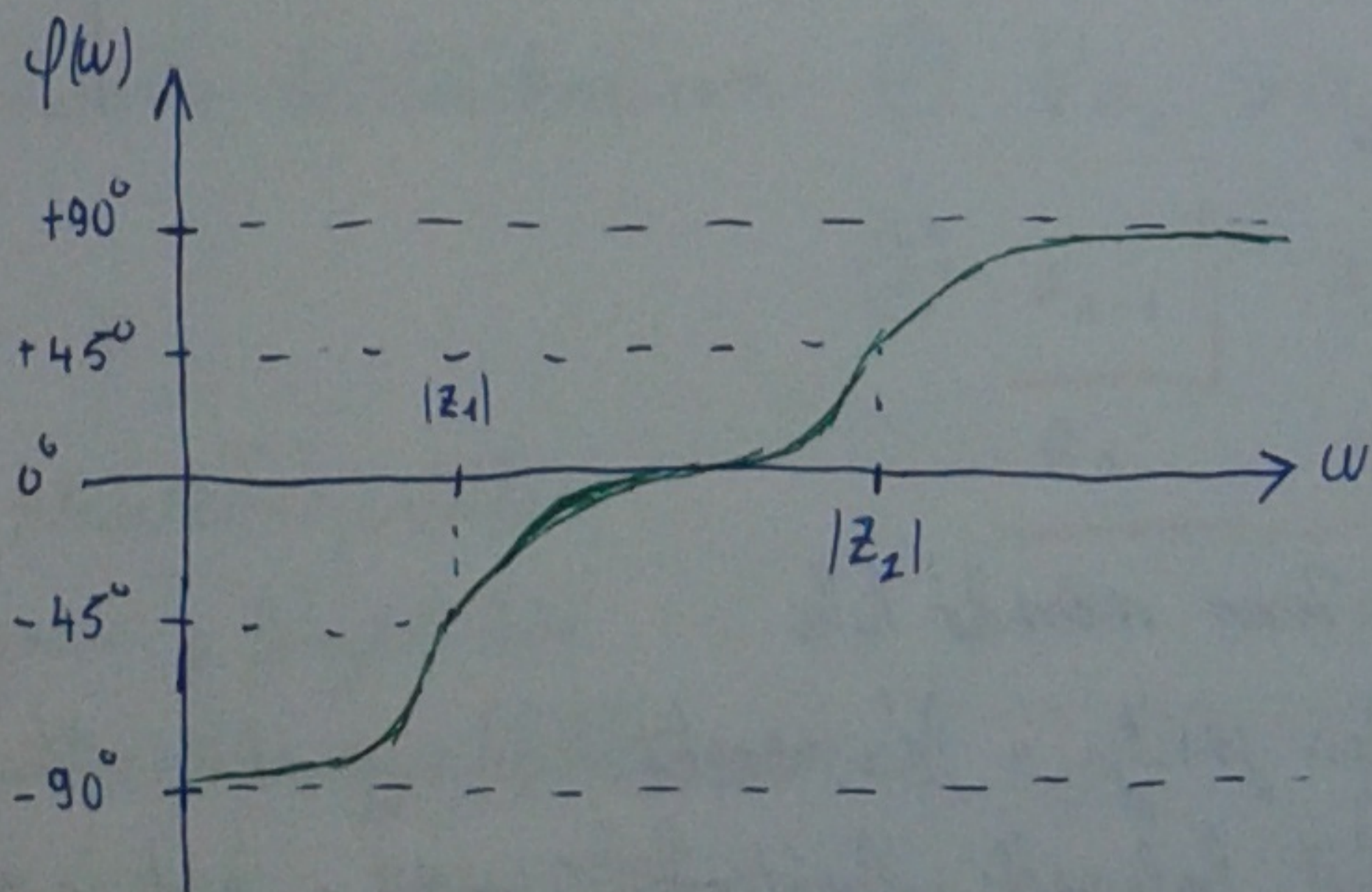
②
$$W_{PID}(s) = \frac{A_p}{T_i} \cdot \frac{1 + sT_i + s^2 T_i T_o}{s} \leftarrow \text{Ifl: 4 zérusok valósak } (T_i \geq 4T_o)$$



$$W_{PID}(s) = \frac{A_p}{T_i} \cdot T_i \cdot T_o \cdot \frac{(s - z_1) \cdot (s - z_2)}{s} = A_p \cdot T_o \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot \frac{(\frac{1}{-z_1} \cdot s + 1) \cdot (\frac{1}{-z_2} \cdot s + 1)}{s}$$

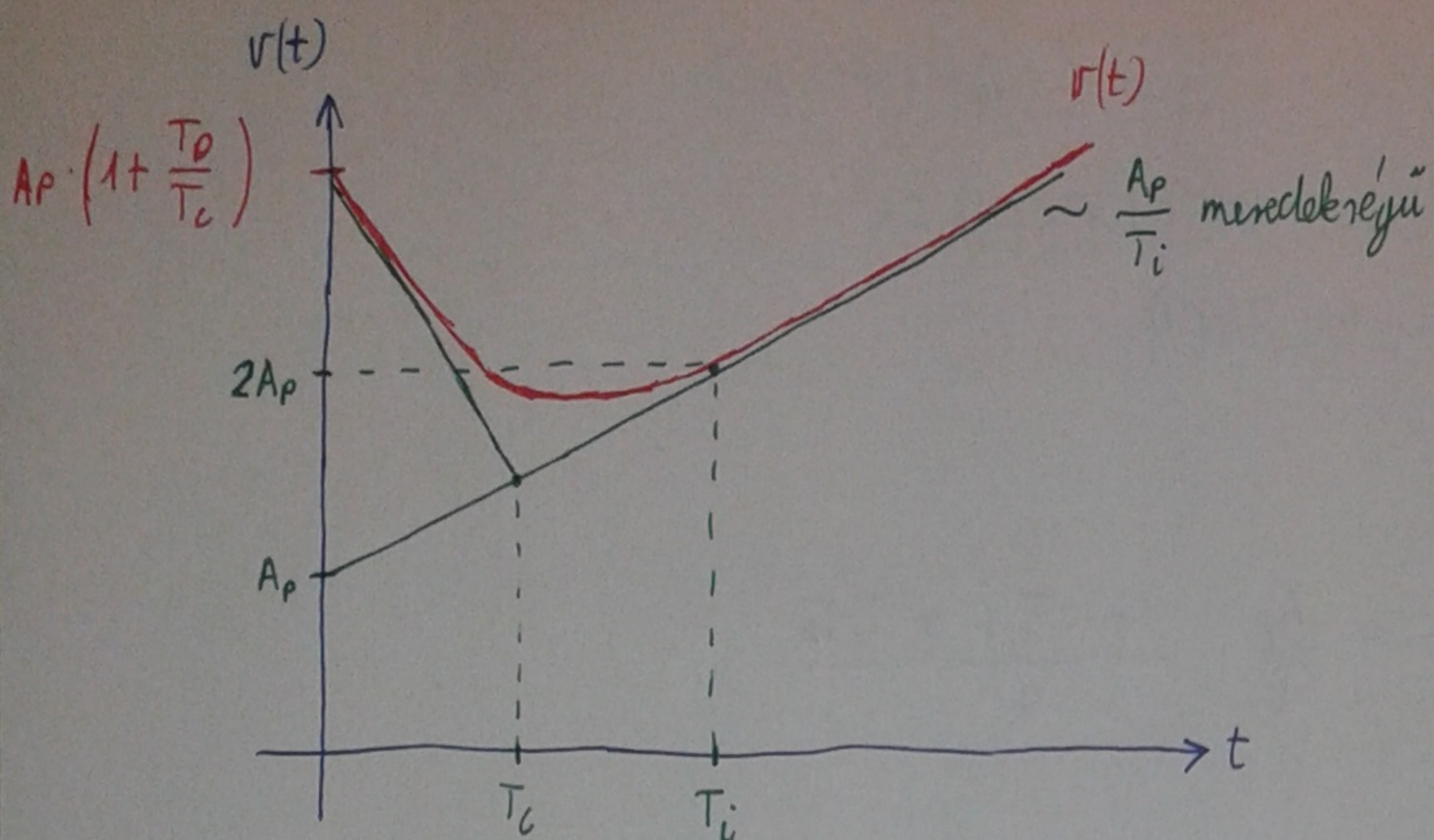
$$\varphi(\omega) = -90^\circ + \arctan\left(\left|\frac{1}{z_1}\right| \cdot \omega\right) + \arctan\left(\left|\frac{1}{z_2}\right| \cdot \omega\right)$$

↑
Pontos fázisfüggvény



③
$$W_{PID}(s) = A_p + \frac{A_p}{T_i} \cdot \frac{1}{s} + A_p \cdot \frac{sT_o}{1 + sT_c} = \frac{A_p}{T_i} \cdot \frac{1 + s \cdot (T_i + T_c) + s^2 \cdot T_i \cdot (T_o + T_c)}{s \cdot (1 + sT_c)}$$

$$v_{PID}(t) = A_p + \frac{A_p}{T_i} \cdot t + \frac{A_p \cdot T_o}{T_c} \cdot e^{-\frac{t}{T_c}}, \text{ ha } t \geq 0$$



- A_p meghatározható $v(t)$ végérték aszimptotájának y tengely metszetéből.
- csúcsi becsúszható T_i értéke
- t késlelteti csúszó is a végérték aszimptota metszéspontjánál becsúszható T_c értéke
- T_d számítható T_0 értéke a késlelteti értéklől

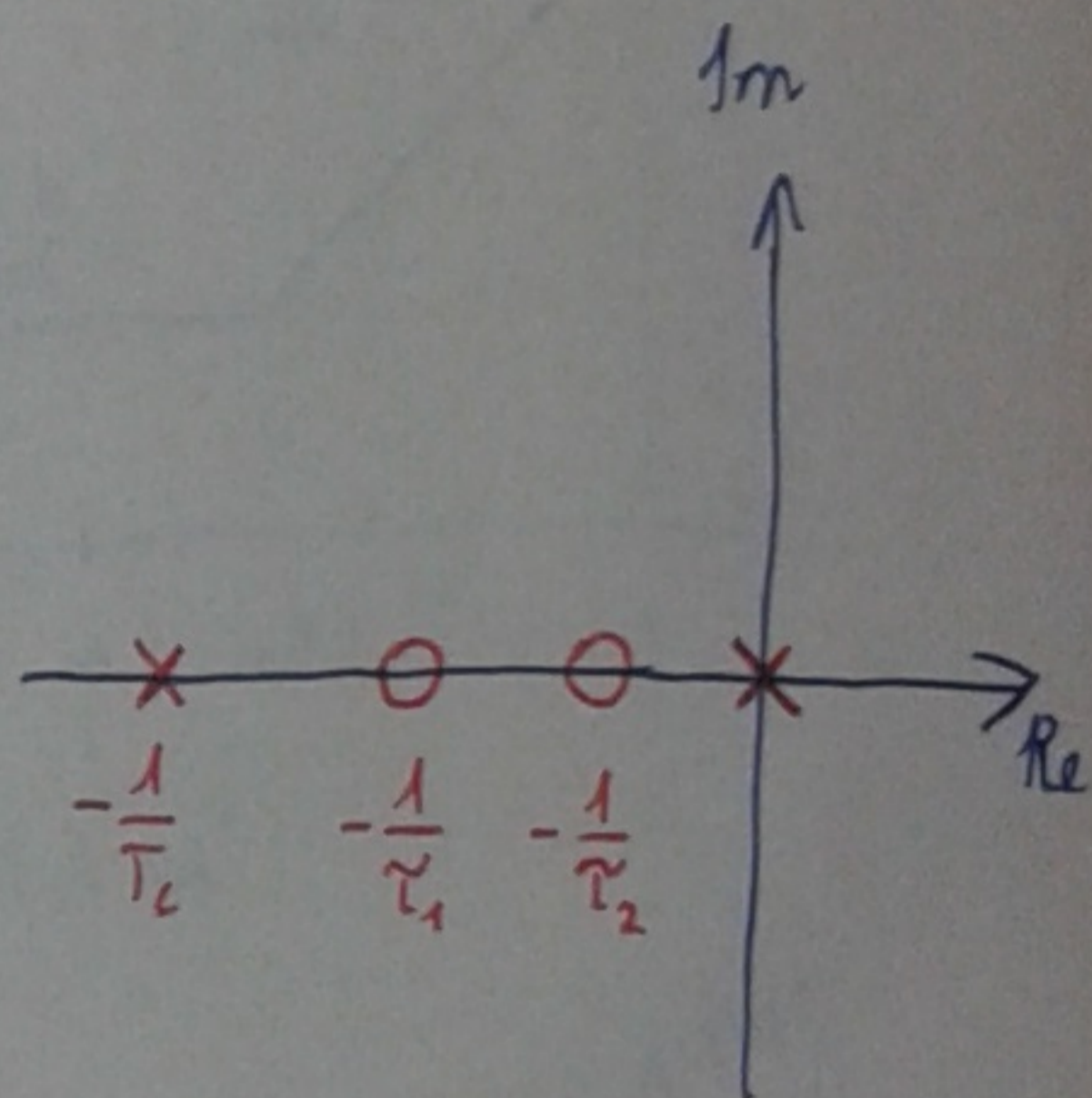
$$(4) \quad W_{PID}(s) = \frac{A_p}{T_i} \cdot \frac{1 + s \cdot (T_i + T_c) + s^2 \cdot T_i \cdot (T_D + T_c)}{(T_c s + 1) \cdot s} = \frac{A_p}{s T_i} \cdot \frac{(1 + s T_1) \cdot (1 + s T_2)}{(s T_c + 1)}$$

Pólusok: $\gamma_1 = 0$
 $\gamma_2 = -\frac{1}{T_c}$

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_1 + \tilde{\gamma}_2 &= T_i + T_c \\ \tilde{\gamma}_1 \cdot \tilde{\gamma}_2 &= T_i \cdot (T_c + T_D) \end{aligned}$$

Zérusok: $z_{1,2} = \frac{-T_i - T_c \pm \sqrt{(T_i + T_c)^2 - 4 T_i \cdot (T_D + T_c)}}{2 \cdot T_i \cdot (T_D + T_c)}$

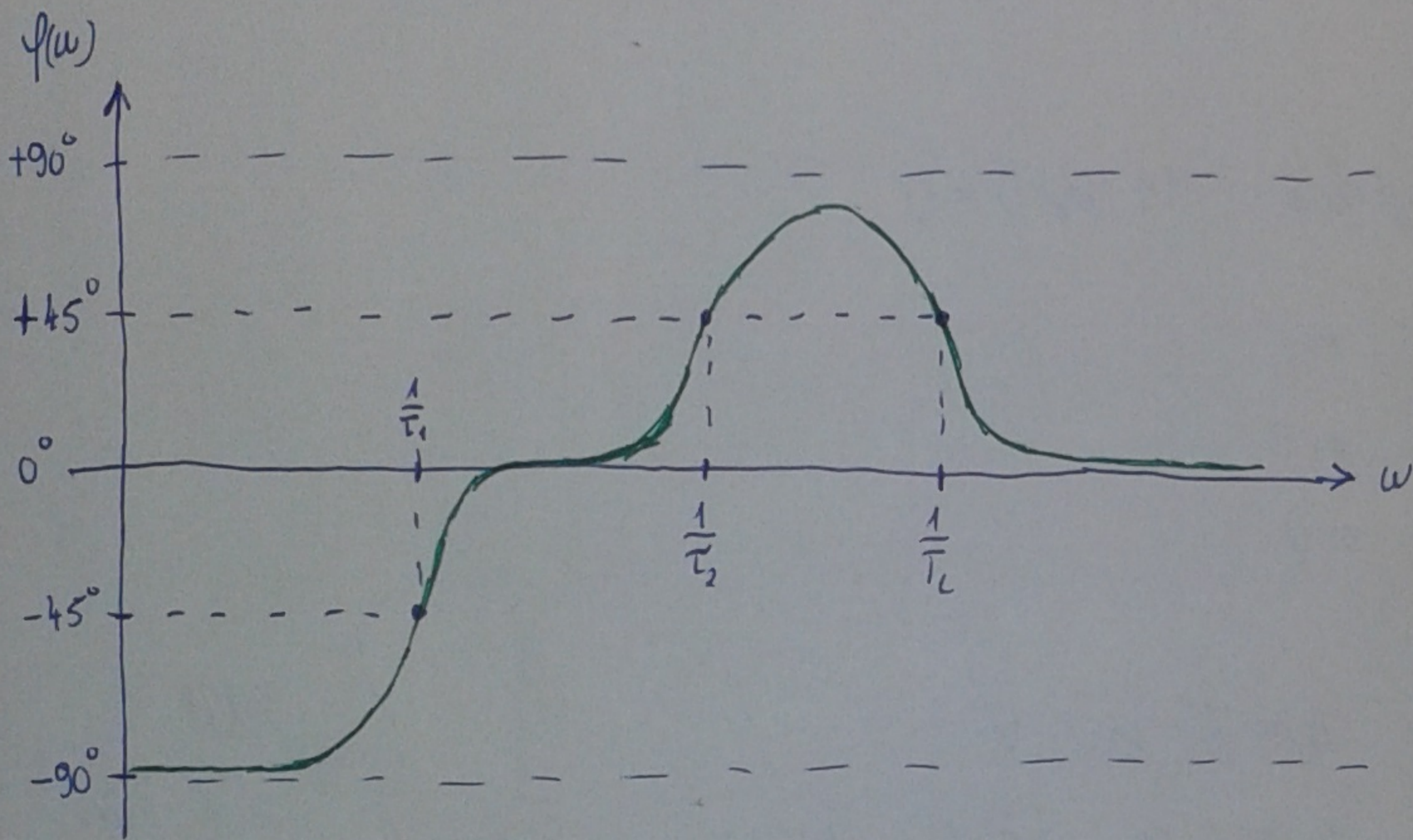
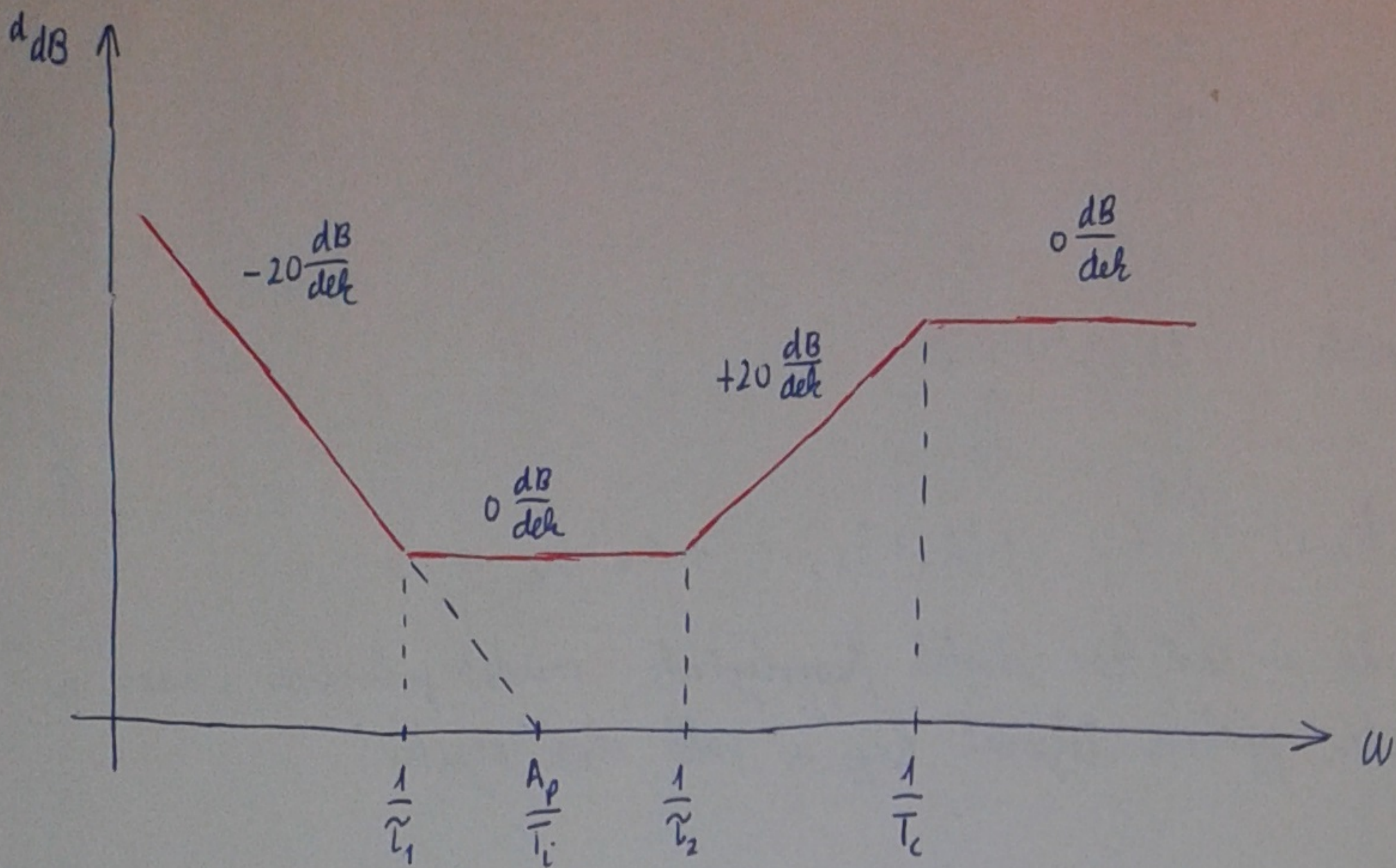
\hookrightarrow két valós zérus, ha: $(T_i + T_c)^2 \geq 4 T_i (T_D + T_c)$
 $T_i^2 + 2 T_i T_c + T_c^2 \geq 4 T_i T_D + 4 T_i T_c$
 $(T_i - T_c)^2 \geq 4 T_i T_D$
 $\frac{(T_i - T_c)^2}{4 T_i} \geq T_D$



(5) lásd 3-as és 4-es feladat!

- t körsebét A_p/T_i -re végre növeli
- t szabályozási kör típusszámát 1-el növeli \Rightarrow zérus maradék hiú
- t két zéruskor tartozó frekvenciák környezetében javítja a fázismenetet.
- t két zérussal ki lehet ejteni a nakan két legrosszabb pólusát \Rightarrow gyorsítja a rendszert!

$$\varphi(\omega) = -90^\circ + \text{arctg}(\tilde{\gamma}_1 \cdot \omega) + \text{arctg}(\tilde{\gamma}_2 \cdot \omega) - \text{arctg}(T_c \cdot \omega)$$



⑥ $a_n \cdot s^n + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + a_1 \cdot s + a_0 = 0$ és $a_n > 0$

Hurwitz-stabilitáskritérium: ① $\forall a_i > 0, i=0 \dots n$

②

a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	...
a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...
0	a_{n-1}	a_{n-3}	...
0	a_n	a_{n-2}	...
0	0	a_{n-1}	...
...

↑
 A feladat kiírás pontatlan,
 ugyanis a felgyitott kör
 karakterisztikus egyenletétől semmit
 sem tudunk. Innen kell a
 felgyitott kör átviteli függvényének
 némlálóját is!

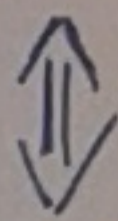
A feladat viszont értelmes len,
 ha úgy vesszük, hogy ez a
 ZART kör karakterisztikus
 egyenlete!

$\forall \Delta_i > 0$ ← Minden Δ_i pozitív!
 speciális pozitív támaszkodó
 alldetermináns pozitív!

$$(7) \quad W_o(s) = \frac{b_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + b_1 \cdot s + b_0}{a_n \cdot s^n + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + a_1 \cdot s + a_0}$$

Zárt kör nevezője: $1 + W_o(s)$

Zárt kör karakterisztikus egyenlete: $1 + W_o(s) = 0$



$$a_n \cdot s^n + (a_{n-1} + b_{n-1}) \cdot s^{n-1} + \dots + (a_1 + b_1) \cdot s + a_0 + b_0 = 0$$

A zárt kör akkor stabil, ha a zárt kör átviteli függvényének minden pólusára, azaz a karakterisztikus polinom minden gyökére teljesül, hogy a valós része negatív!

$$(8) \quad W_o(s) = \frac{25 \cdot (s + 0,1)}{s \cdot (s + 1) \cdot (s + 5)}$$

Zárt rendszer karakterisztikus egyenlete: $1 + W_o(s) = 0$

$$25 \cdot (s + 0,1) + s \cdot (s + 1) \cdot (s + 5) = 0$$

$$25s + 2,5 + s^3 + 6s^2 + 5s = 0$$

$$1 \cdot s^3 + 6s^2 + 30s + 2,5 = 0$$

$$\begin{array}{cccc} \vee & \vee & \vee & \vee \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Δ_1	Δ_2	Δ_3
6	2,5	0
1	30	0
0	6	2,5

$$\Delta_1 = 6 > 0 \quad \checkmark$$

$$\Delta_2 = 6 \cdot 30 - 2,5 \cdot 1 = 177,5 > 0 \quad \checkmark$$

$$\Delta_3 = 2,5 \cdot \Delta_2 > 0 \quad \checkmark$$

Teljesül a zárt kör stabilitása!

(9) Nyquist-kritérium, ha a felhízott körnek P darab lábilis pólusa van:

A zárt kör akkor és csak akkor lesz stabil, ha $W_o(s)$ Nyquist-görbéje pontosan P-szer kerül meg a komplex símsík -1 pontját az óramutató járásával ellentétesen!

$$EKVSZ(W_o(j\omega), -1) = P$$

↑ előjeles körülvétel száma

(10) Felhízott kör lábilis pólusai: $s_{1,2} = 1 \pm j10 \Rightarrow P = 2$

$$EKVSZ(W_o(j\omega), -1) = 2$$

11) akkor használható, ha:

- $W_0(s)$ minden pólya a bal félsíkban van (erőtelj az origóban)
- Nincs 1-nél több olyan körfrekvencia, amelyen $|W_0(j\omega_c)| = 1$

Bode-kritérium \leftarrow Nyquist-kritérium speciális esete

$$\text{stabilitás} \iff \varphi_t > 0$$

ahol φ_t a fázistartalék, melynek értéke: $180^\circ + \varphi(\omega_c)$

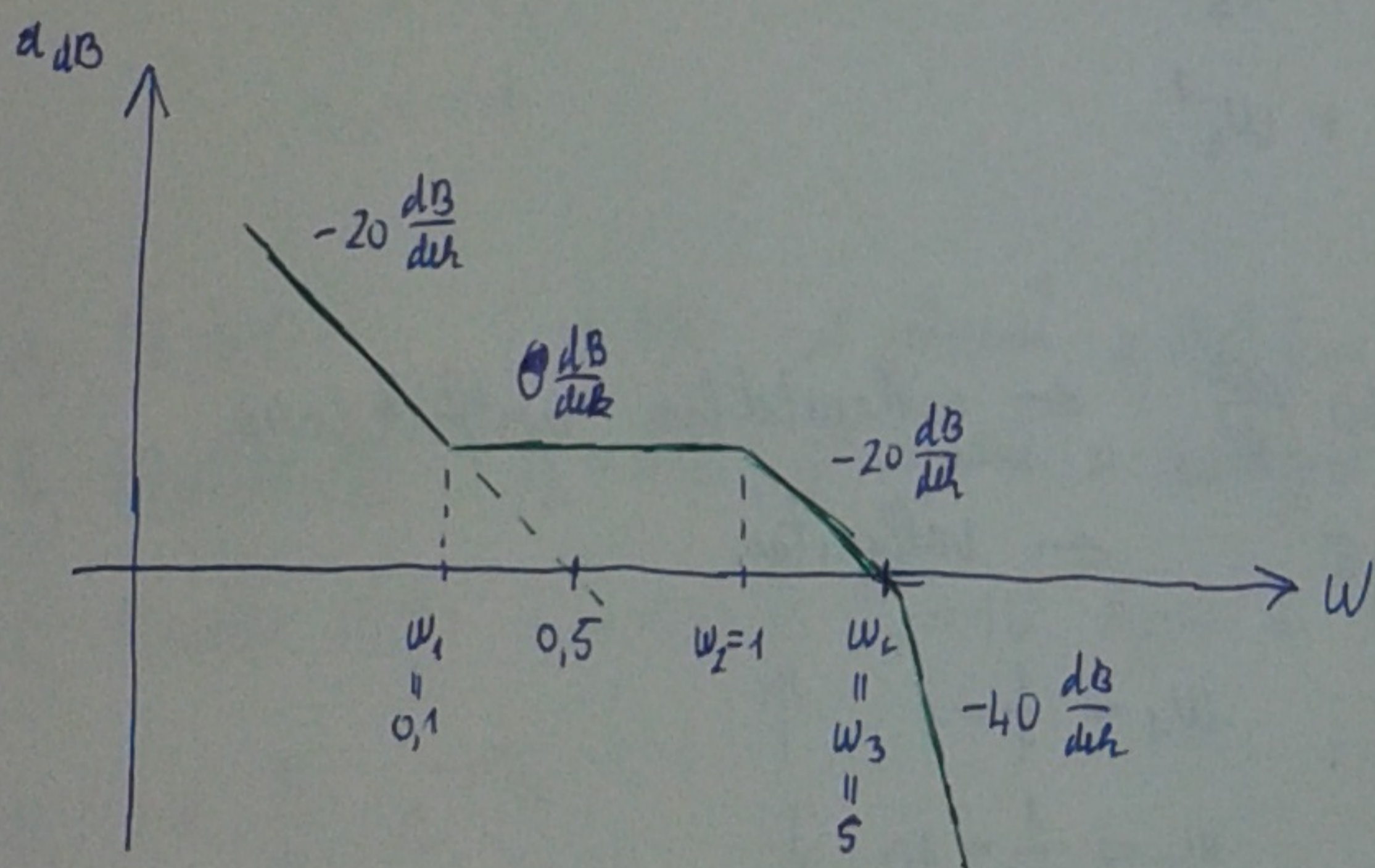
ω_c : Vágási frekvencia az a frekvencia, ahol az amplitúdó görbe metszi a 0dB-es tengelyt, azaz ahol egységnyi a hurokgyűrűzés!

φ_t : Fázistólbeh (fázistartalék) megadja, hogy a fázisgörbe mennyivel van -180° felett a vágási frekvenciánál!

12) $W_0(s) = \frac{25}{s} \cdot \frac{(s+0,1)}{(s+1) \cdot (s+5)} = \Rightarrow$ Zéruspontok: $\omega_1 = \frac{1}{10} = 0,1 \uparrow$ és $\omega_2 = \frac{1}{1} = 1 \downarrow$

$$= \frac{25 \cdot 0,1}{5 \cdot s} \cdot \frac{(10s+1)}{(s+1) \cdot (0,2s+1)} = \frac{0,5}{s} \cdot \frac{(10s+1)}{(s+1) \cdot (0,2s+1)}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{0,2} = 5 \downarrow$$



$$\omega_c \approx \omega_3 = 5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

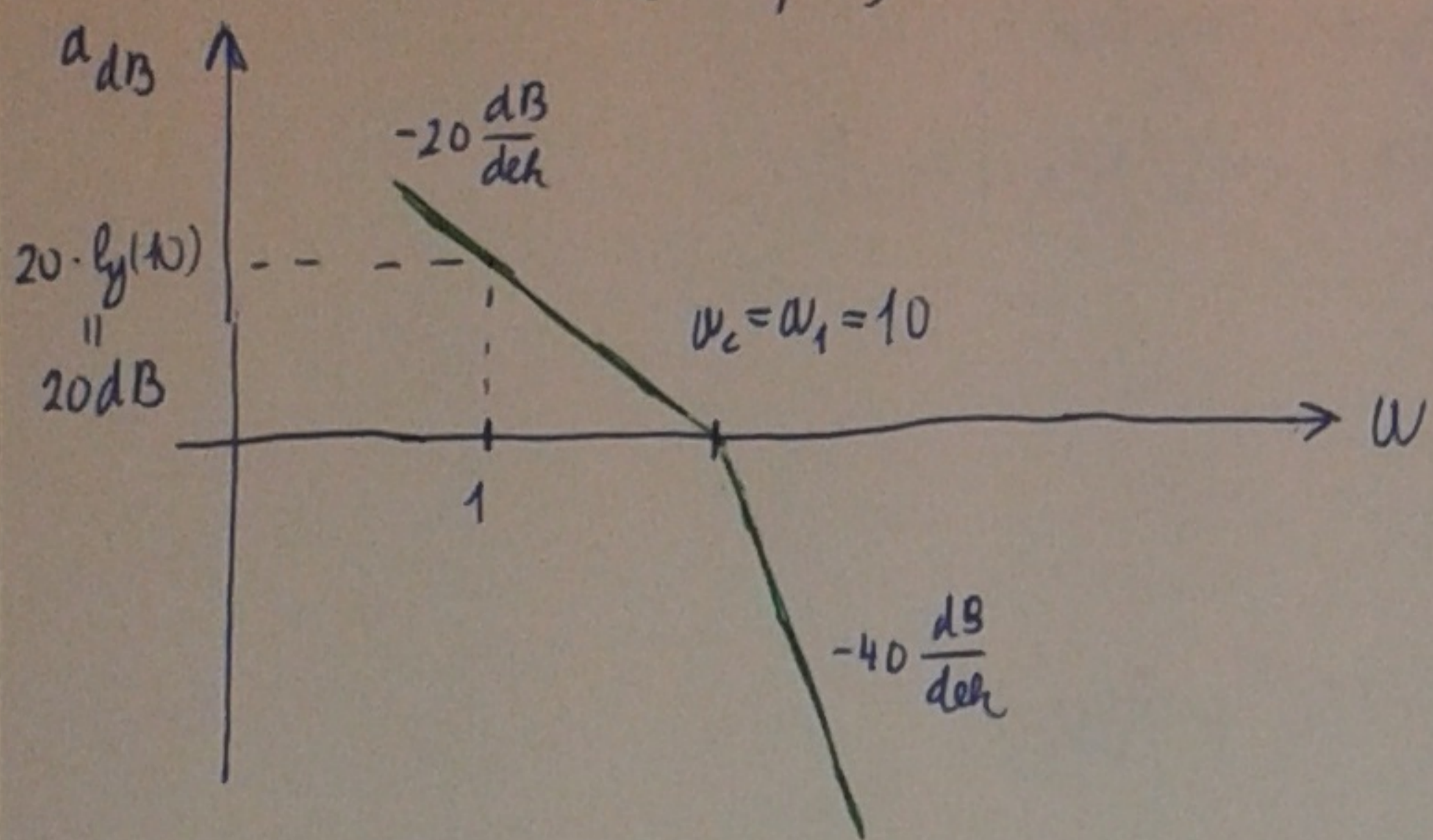
$$\varphi(\omega_c) = -90^\circ + \arctg(10\omega_c) - \arctg(1 \cdot \omega_c) - \arctg(0,2\omega_c)$$

$$\varphi_t = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 90^\circ + \arctg(10\omega_c) - \arctg(\omega_c) - \arctg(0,2\omega_c) =$$

$$= 90^\circ + \arctg(50) - \arctg(5) - \arctg(1) \approx 55^\circ > 0$$

\Downarrow
stabil lesz a zárt rendszer!

13) $W_o(s) = \frac{10}{s \cdot (1 + 0,1s)}$ \Rightarrow Töréspontok: $\omega_1 = \frac{1}{0,1} = 10 \downarrow$



$\omega_c \approx \omega_1 = 10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

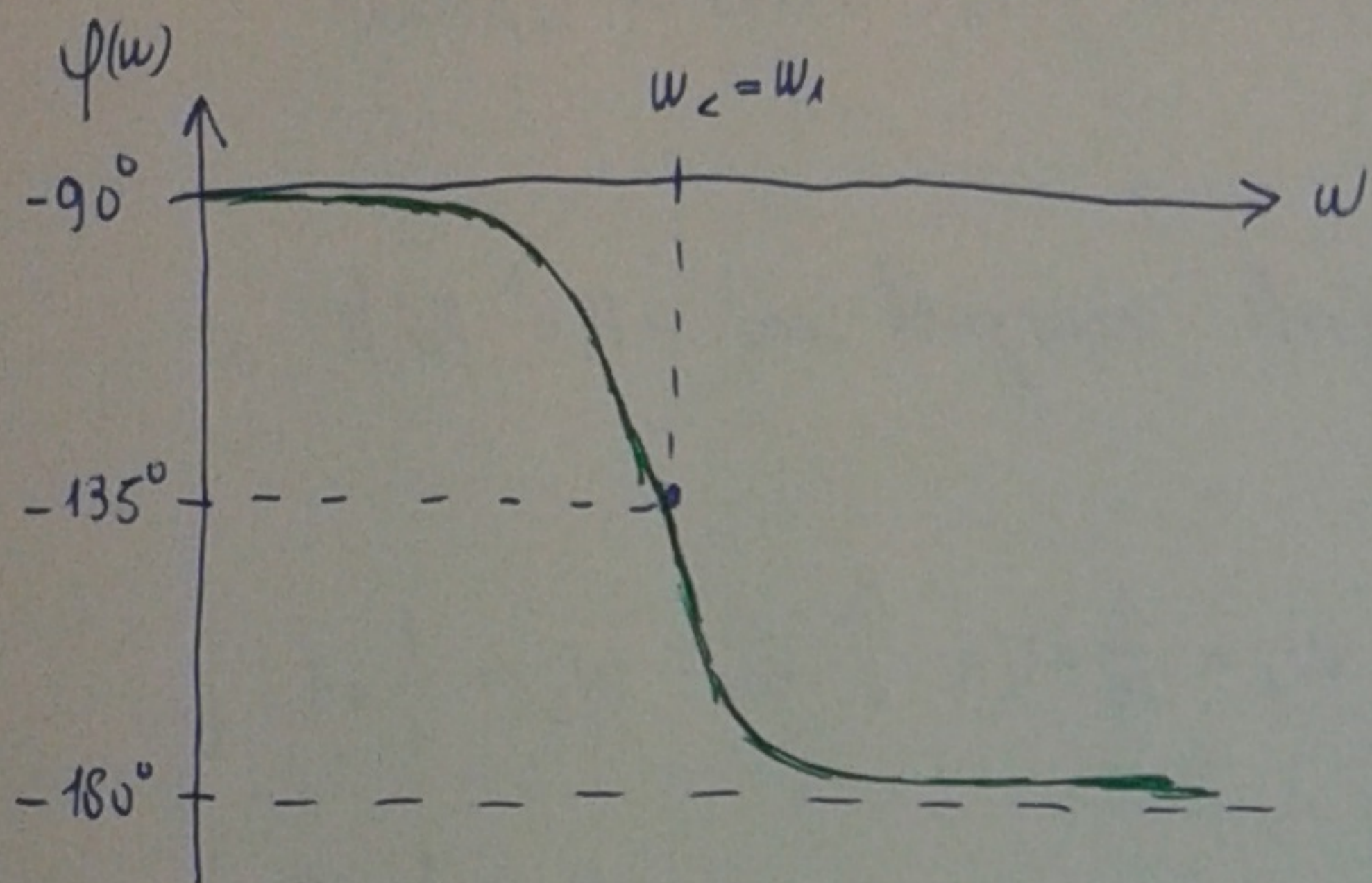
$\varphi_t \approx 45^\circ$ (töréspontnál)

törést kör polusai az $1 + W_o(s) = 0$ egyenlet gyökei lennek!

$1 + \frac{10}{s \cdot (1 + 0,1s)} = 0$

$0,1s^2 + s + 10 = 0$

$s_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 0,1 \cdot 10}}{2 \cdot 0,1} = \begin{matrix} \nearrow s_1 = -5 + j8,66 \\ \searrow s_2 = -5 - j8,66 \end{matrix}$



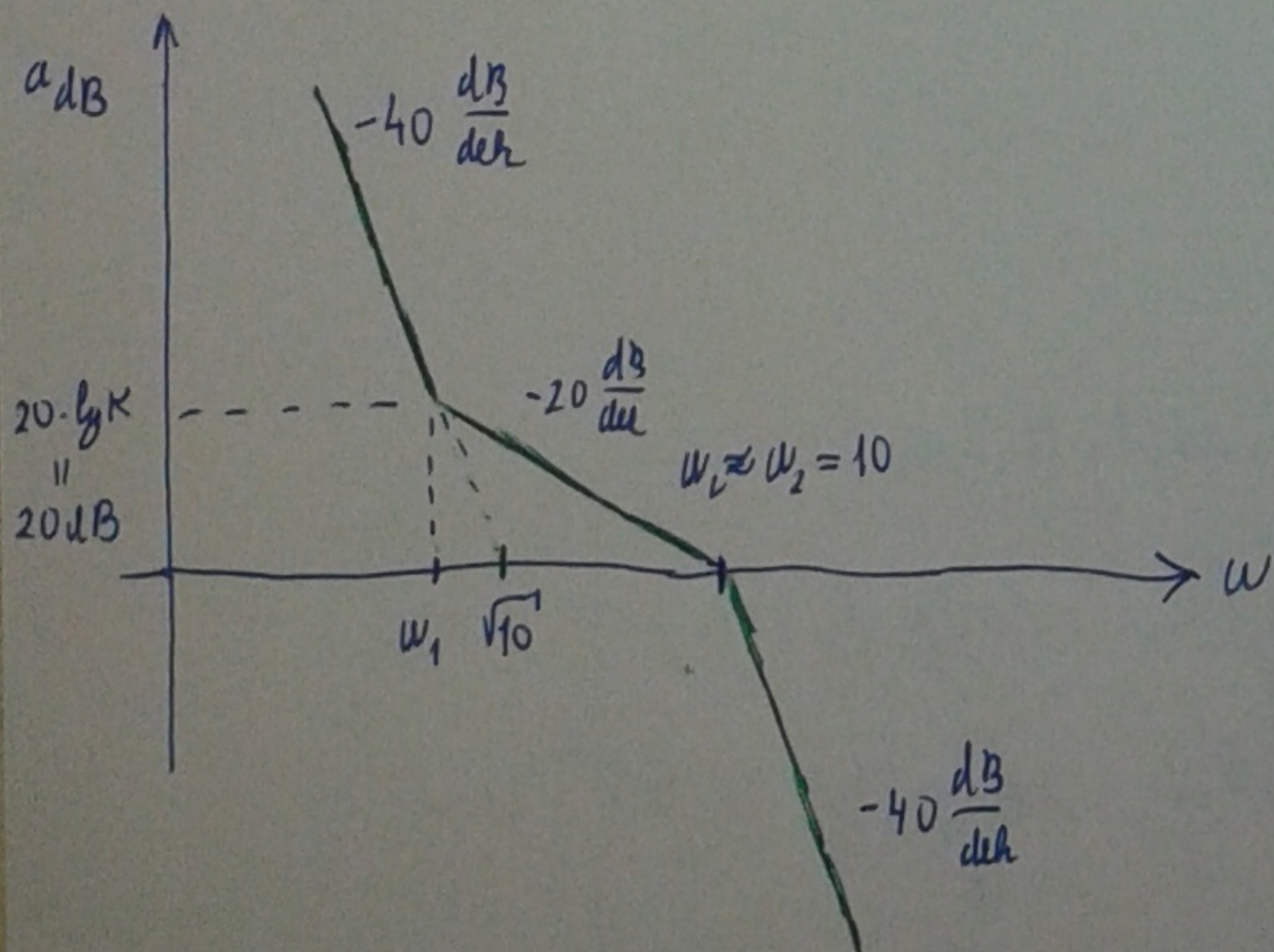
$0,1s^2 + s + 10 \approx s^2 + 2\omega_c \zeta s + \omega_0^2$
 $s^2 + 10s + 100 \approx s^2 + 2\omega_0 \zeta s + \omega_0^2$

$\omega_0^2 = 100 \Rightarrow \omega_0 = 10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \leftarrow$ villámpitátlan nyugátfrekvencia

$2\omega_0 \zeta = 10 \Rightarrow \zeta = 0,5 \leftarrow$ villámpítés

14) $W_o(s) = \frac{10}{s^2} \cdot \frac{(s+1)}{(0,1s+1)}$ \Rightarrow Töréspontok: $\omega_1 = \frac{1}{1} = 1 \uparrow$

$\omega_2 = \frac{1}{0,1} = 10 \downarrow$



$\omega_c \approx \omega_2 = 10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

$\varphi_t = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ + [-180^\circ + \text{arctg}(\omega_c) - \text{arctg}(0,1\omega_c)]$

$= \text{arctg}(10) - \text{arctg}(1) \approx 40^\circ$
 $\begin{matrix} \text{SS} & \text{II} \\ 85^\circ & 45^\circ \end{matrix}$

15) $W_o(s) = \frac{0,05}{s} \cdot \frac{(100s+1)}{(10s+1) \cdot (2s+1)}$

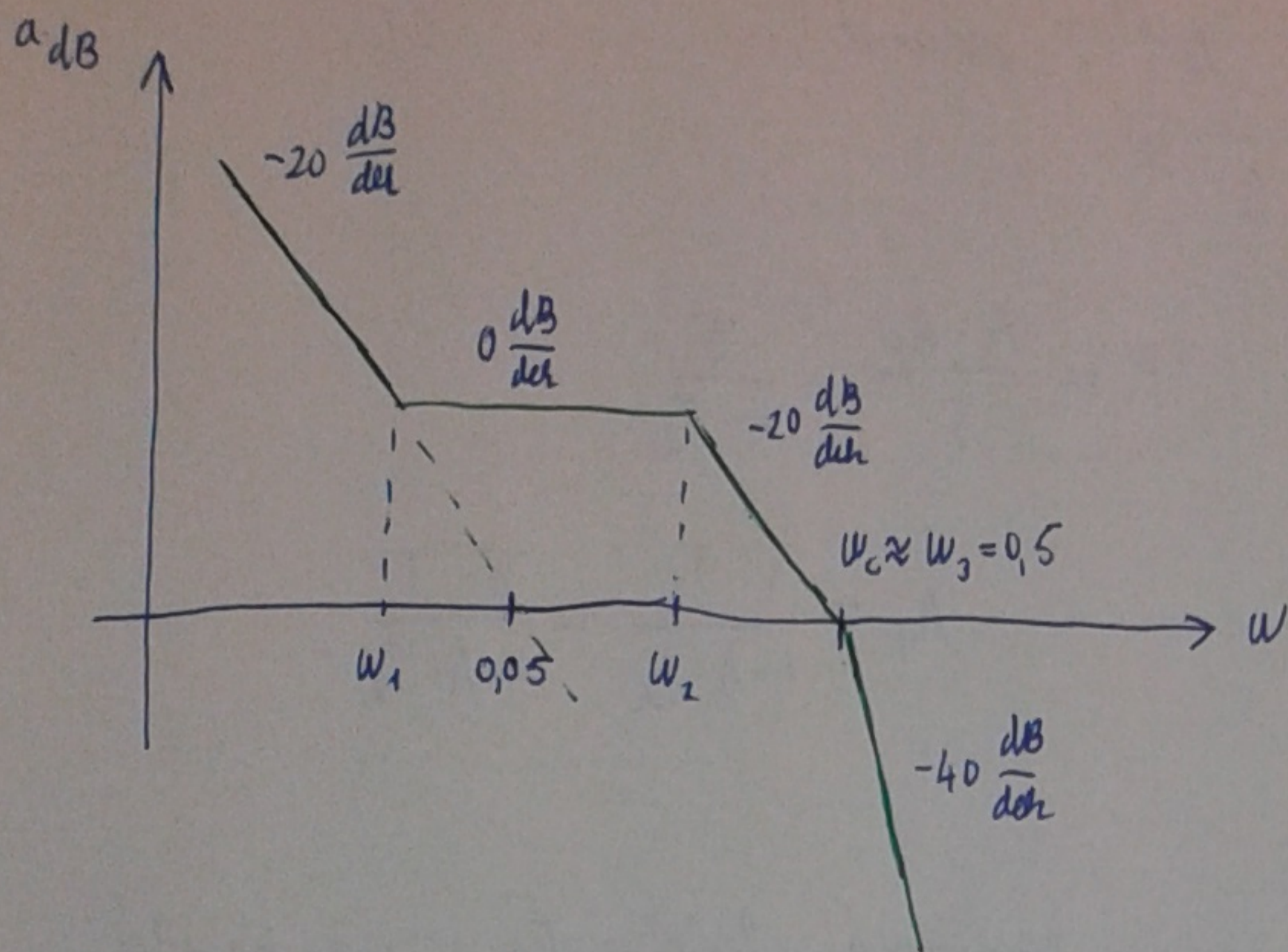
=> Töréspontok:

$\omega_1 = \frac{1}{100} = 0,01 \uparrow$

$\omega_2 = \frac{1}{10} = 0,1 \downarrow$

$\omega_3 = \frac{1}{2} = 0,5 \downarrow$

$\omega_c \approx \omega_3 = 0,5 \frac{rad}{sec}$



$\varphi_t = 180^\circ + \varphi(\omega_c) =$

$= 180^\circ - 90^\circ + \arctan(10\omega_c) -$

$- \arctan(10\omega_c) - \arctan(2\omega_c) =$

$= 90^\circ + \arctan(50) - \arctan(5) - \arctan(1) \approx 55^\circ$

$\begin{matrix} \text{SS} & \text{SS} & \text{II} \\ 90^\circ & 80^\circ & 45^\circ \end{matrix}$

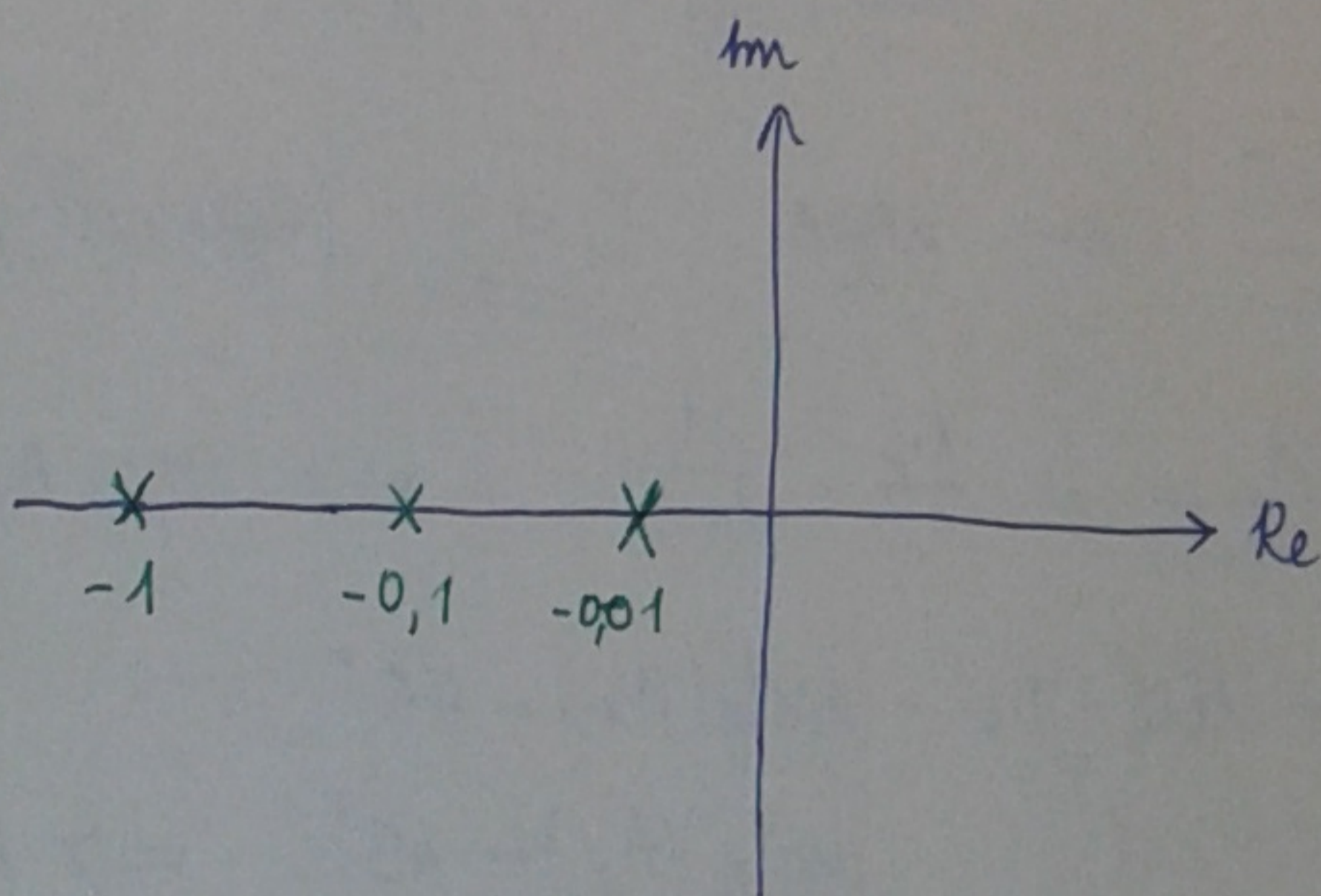
16) $W_p(s) = \frac{10}{(1+100s) \cdot (1+10s) \cdot (1+s)}$

Zérusok: Nincsenek

Pólusok: $\sigma_1 = -0,01$

$\sigma_2 = -0,1$

$\sigma_3 = -1$



a, PI esetén: $T_1 = 100$ -at célként a nullázó zérusúrak pólsantani (legnagyobb pólus)

b, Kéreltő PD: $T_2 = 10$ -et célként a nullázó zérusúrak pólsantani (Náivdiki legnagyobb pólus)

c, Kéreltő PID: $T_1 = 100$ és $T_2 = 10$ legyen a két zérus! (Két legnagyobb pólus kiegyezés)

17) $W_o(s) = \frac{k}{s} \cdot e^{-sT_R}$

$|W_o(j\omega)| = \frac{k}{\omega} \Rightarrow \omega_c = k$

$\varphi(\omega) = -90^\circ - \omega T_R$

$k = \omega_c$

$\varphi_t = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - \omega_c T_R = 90^\circ - k \cdot T_R = 45^\circ$

$45^\circ = k \cdot T_R$

\Downarrow
 $k = \omega_c = \frac{45^\circ}{T_R} = \frac{\pi}{4 \cdot T_R}$

$$(18) \quad W_p(s) = \frac{A}{1+sT} \cdot e^{-sT_a} \quad \text{és} \quad W_{p1}(s) = A_p \cdot \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) = \frac{A_p}{T_i} \cdot \frac{(1+sT_i)}{s}$$

Legyen $T_i = T$, ezzel kiegészítjük a rendszer egyetlen és egyetlen leglassabb pólusát!

$$\text{Ekkor: } W_o(s) = W_{p1}(s) \cdot W_p(s) = \frac{A \cdot A_p}{T_i} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{(1+sT_i)}{(1+sT)} \cdot e^{-sT_a} = \frac{A \cdot A_p}{T} \cdot \frac{1}{s} \cdot e^{-sT_a}$$

a 17-es feladat alapján teljesítenie kell, hogy: $K = \frac{A \cdot A_p}{T} = \frac{\pi}{4 \cdot T_a}$

$$A_p = \frac{\pi \cdot T}{4 \cdot A \cdot T_a}$$

(19) Ugyanaz, mint a 18-as feladat!

$$(20) \quad W_p(s) = \frac{3}{(1+s) \cdot (1+3s)}$$

Mivel a feladat kéri az egyrégezés alapjel esetén a rés maradó kihat és a rendszerben nincs integrátor, így PI szabályzót kell használnunk!

$$W_{p1}(s) = \frac{A_p}{T_i} \cdot \frac{1+sT_i}{s} \quad \leftarrow \text{Legyen } T_i = 3 \quad (\text{Leglassabb pólus kiegészítése})$$

$$W_o(s) = \frac{3 \cdot A_p}{3} \cdot \frac{1}{(s+1) \cdot s} = \frac{A_p}{s} \cdot \frac{1}{1+s}$$

$$\varphi_t = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - \arctg(\omega_c \cdot 1) = 45^\circ$$

$$\arctg(\omega_c) = 45^\circ \Rightarrow \omega_c = 1$$

Továbbá tudjuk, hogy: $|W_o(j\omega_c)| = 1$

$$\frac{A_p}{\omega_c \cdot \sqrt{1+\omega_c^2}} = 1 \Rightarrow A_p = \omega_c \cdot \sqrt{1+\omega_c^2} = 1 \cdot \sqrt{1+1} = \sqrt{2} = A_p$$

$$(21) \quad W_p(s) = \frac{1}{s \cdot (1+5s)}$$

Mivel a rendszerben már alapból van egy integrátor, így egyrégezés alapjel esetén alapból nincs a maradó kihat, így PD szabályzót használunk a minimális túlzás miatt! (PI szabályzó ugyanis ezzel növeli a túlzásnómet)

$$W_{pD}(s) = A_p \cdot \left(1 + \frac{sT_d}{1+sT_c}\right) = A_p \cdot \frac{1+s(T_d+T_c)}{1+sT_c} = A_p \cdot \frac{1+s \cdot 5 \cdot T_c}{1+sT_c} \quad \leftarrow \text{Legyen } T_c = 1$$

$T_d = 4T_c$

(2. leglassabb pólus kiegészítése)
(Mivel csak egy van így csak azt tudjuk)

$$W_o(s) = W_{pD}(s) \cdot W_p(s) = \frac{A_p}{s} \cdot \frac{1}{1+s} \Rightarrow \varphi_t = 45^\circ \text{ tehát } \omega_c = 1 \quad (\text{Ugyanígy jön ki mint a 20-asnál})$$

$$\text{Tehát, mivel } |W_o(j\omega_c)| = 1 \text{ és } \omega_c = 1 \Rightarrow A_p = \sqrt{2} \quad (\text{lásd 20-as feladat})$$