Elektromágneses terek (VIHVA204) A **2010.06.18.**

Név: Javítási példány	Pontszám: 10	Javító: EVT
NEPTUN:		
Aláírás:		

Feladatonként 1 pont szerezhető. Csak a végeredményt írja rá a feladatlapra!

1. Egy gömbkondenzátor belső elektródájának sugara 4 mm, külső elektródájának sugara 6 mm, a dielektrikum relatív dielektromos állandója 4,5. Legfeljebb mekkora feszültséget kapcsolhatunk a kondenzátorra, ha a térerősség a dielektrikumban nem haladhatja meg az 500 kV/m értéket?

$$U_{\max} = 666{,}7\,\mathrm{V}$$

2. Adjon becslést az elektromos energiasűrűségre egy 5 m hosszúságú, levegőben elhelyezkedő, állandó 20 nC/m töltéssűrűségű vonaltöltés felezőmerőlegesén a vonaltöltéstől 1 cm távolságra lévő pontban!

$$\tilde{w} = 5{,}722\,\mathrm{mJ/m^3}$$

3. Homogén, σ vezetőképességű közegben egymástól h távolságban helyezkedik el két, $h/20$ sugarú fémgömb elektróda. Az egyik gömbből kifelé, a másikba befelé folyik I állandó áram. Fejezze ki a közegben disszipálódó hőteljesítményt!

$$P = \frac{19 I^2}{2\pi\sigma h}$$

4. Toroid alakú, $\mu_r = 3000$ relatív permeabilitású vasmag keresztmetszete $A = 5\,\mathrm{cm}^2$, közepes sugara $r = 6\,\mathrm{cm}$. A vasmagra egy $N_1 = 300$ és egy $N_2 = 500$ menetes tekercs van csévélve. Határozza meg a tekercsek közötti kölcsönös induktivitás nagyságát!

$$L_{12} = 0{,}75\,\mathrm{H}$$

5. Egy 500 Ω hullámimpedanciájú ideális távvezeték lezárása egy $(500 + j500)\,\Omega$ impedanciájú fogyasztó, amelyen 200 kW hatásos teljesítmény disszipálódik. Adja meg a fogyasztó felé haladó áramhullám amplitúdóját!

$$|I_0^+| = 31{,}62\,\mathrm{A}$$

6. Egy zárt vezetőhurok ellenállása 10 Ω. A hurok fluxusa 5 Wb állandó értékről exponenciálisan zérusra csökken, 0,2 s időállandóval. Határozza meg, mekkora energia disszipálódik ezalatt a vezetőhurokban!

$$W = 6{,}25\,\mathrm{J}$$

7. Hosszú, egyenes, kör keresztmetszetű vezető sugara 5 mm, fajlagos vezetőképessége 35 MS/m. A vezetőben nagyfrekvenciás szinuszos áram folyik, a behatolási mélység 100 μm. A vezető felszínén az mágneses térerősség amplitúdója 30 A/m. Adja meg a vezető 1 m hosszú szakaszában disszipálódó hatásos teljesítményt!

$$P = 4{,}04\,\mathrm{mW}$$

8. Levegőben terjedő síkhullámban az elektromos térerősség hely-idő függvénye $\mathbf{E}(x,y,t) = \mathbf{e}_z 400\cos(\omega t - \beta(x+y))\,\mathrm{V/m}$. Határozza meg az $x = 0$ sík $5\,\mathrm{m}^2$ felületén átáramló hatásos teljesítményt!

$$P = 750{,}4\,\mathrm{W}$$

9. Hertz-dipólus sugárzási ellenállása 0,8 Ω, az antenna árama $i(t) = 15\cos(\omega t)$ A. Mekkora a mágneses térerősség maximális amplitúdója a dipólus távolterében, 2 km távolságban? Az irányhatás 1,5.

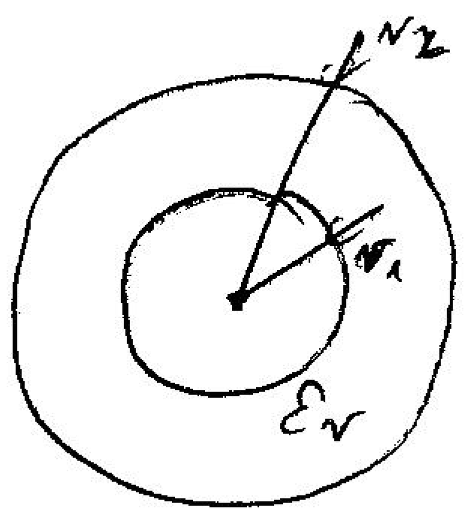
$$H_{\max} = 119{,}4\,\mu\mathrm{A/m}$$

10. Egy négyzet keresztmetszetű, 5 cm oldalszélességű, légtöltésű, veszteségmentes csőtápvonalban a TE_{10} módusban valamely frekvencián $E_y/H_x = -1\,\mathrm{k}\Omega$ (a teljesítményáramlás pozitív z irányú). Legfeljebb mekkora teljesítmény szállítható a tápvonalban ezen a frekvencián, ha az elektromos térerősség nem lépheti túl a 20 kV/cm értéket?

$$P = 2{,}5\,\mathrm{MW}$$

V. 2010. 06. 18. 1.

gömbkondi



$r_1 = 4\ mm = 0.004\ m$

$r_2 = 6\ mm = 0.006\ m$

$\varepsilon_r = 4.5$

$E_{max} = 500\ \frac{kV}{m} = 5 \cdot 10^5\ \frac{V}{m}$

$U_{max} = ?$

---

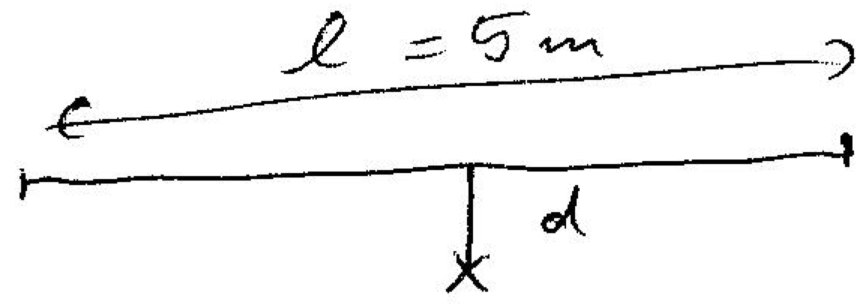
a belső elektródán lesz E_{max}

$$E(r_1) = 5 \cdot 10^5 = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{1}{(r_1)^2}$$

$$Q = 4\pi \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot 0.004^2 \cdot 5 \cdot 10^5 = 4 \cdot 10^{-9}\ C$$

$$\underline{\underline{U_{max}}} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \underline{\underline{666.67\ V}}$$

V. 2010. 06. 18. 2.



$d = 1\ cm = 0.01\ m$

$q = 20\ \frac{\mu C}{m} = 20 \cdot 10^{-9}\ \frac{C}{m}$

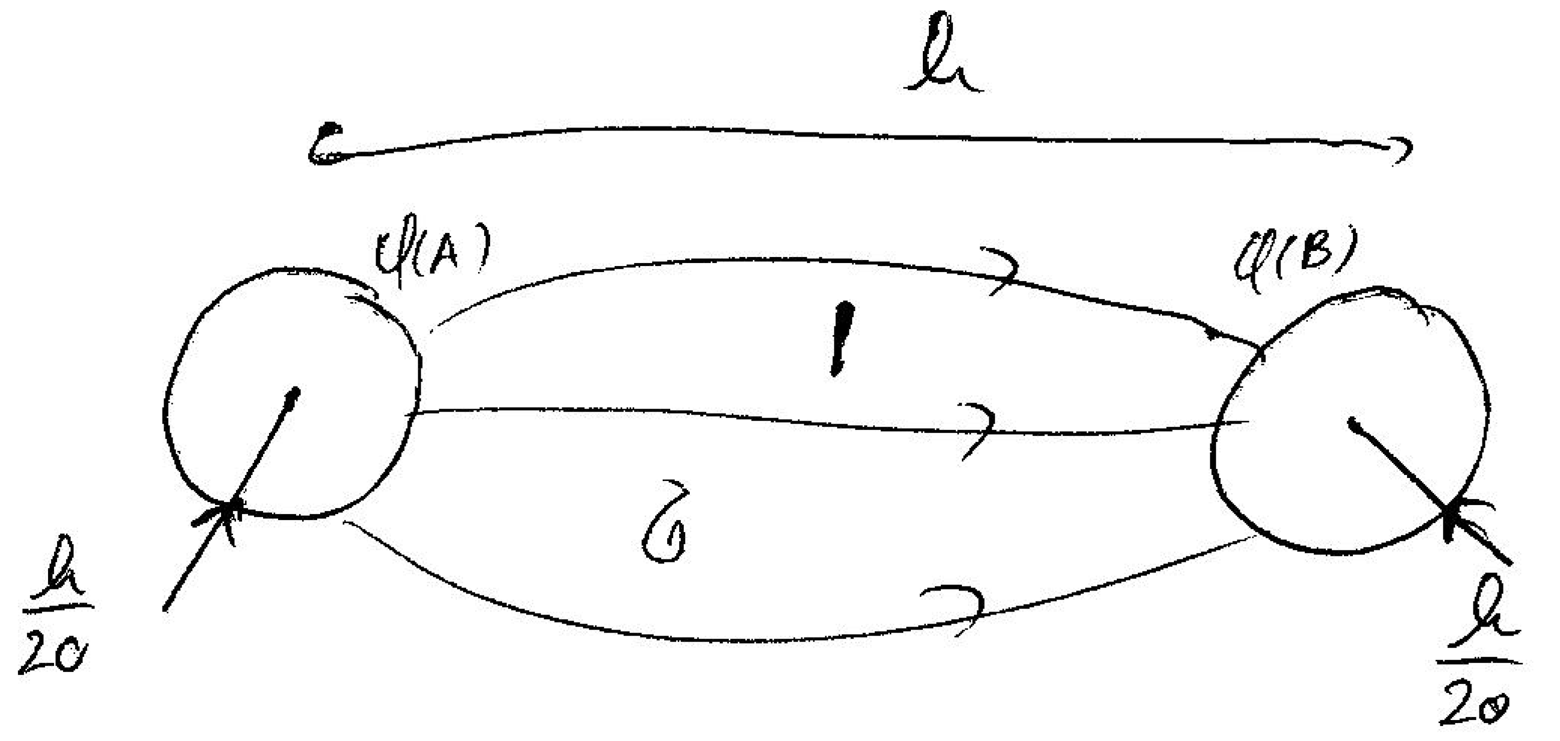
$w(d) = ?$

$l \gg d \Rightarrow$ mintha az hosszú lenne

$$E(d) = \frac{q}{2\pi \varepsilon} \cdot \frac{1}{d} = 35950.207\ \frac{V}{m}$$

$$\underline{\underline{w}} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot E^2 = \underline{\underline{5.72165 \cdot 10^{-3}\ \frac{J}{m^3}}}$$

V. 2010. 06. 18. 3.



$P = ?$

$$\varphi(A) = \frac{I}{4\pi\sigma}\left(\frac{1}{\frac{l}{20}} - \frac{1}{l}\right)$$

$$\varphi(B) = \frac{-I}{4\pi\sigma}\left(\frac{1}{\frac{l}{20}} - \frac{1}{l}\right)$$

$$U = \varphi(A) - \varphi(B) = \frac{I}{2\pi\sigma} \cdot \frac{19}{l}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{19}{2\pi\sigma \cdot l}$$

$$\underline{P = I^2 \cdot R} = \underline{\frac{19 \cdot I^2}{2\pi\sigma l}}$$

V. 2010. 06. 18. 4.

$\mu_r = 3000$

$A = 5\,cm^2 = 5 \cdot 10^{-4}\,m^2$

$r = 6\,cm = 0.06\,m \rightarrow l = 2\pi r = 0.12\pi\,m$

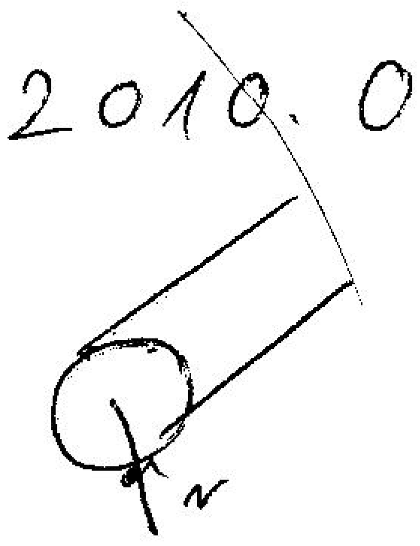
$N_1 = 300$

$N_2 = 500$

$L_{12} = ?$

$$\underline{L_{12}} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot A}{l} = \underline{0.75\,H}$$

V. 2010. 06. 18. 7.



$r = 5\,mm = 0.005\,m$

$\sigma = 35 \frac{MS}{m} = 35 \cdot 10^{6} \frac{S}{m}$

$\delta = 100\,\mu m = 100 \cdot 10^{-6}\,m$

$H(r) = 30 \frac{A}{m}$

$P_{1m} = ?$

$$Z_0 = \frac{1+j}{\sigma \cdot \delta} = 4.0406 \cdot 10^{-4} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}\ \Omega$$

$$E(r) = H(r) \cdot Z_0 = 0.0121218 \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}\ \frac{V}{m}$$

$$E = \frac{I \cdot \gamma}{2\pi\sigma} \cdot \frac{1}{r} \qquad \gamma = \frac{1+j}{\delta} = 14142.1356 \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}\ \frac{1}{m}$$

$$I = \frac{E}{\gamma} \cdot 2\pi\sigma \cdot r = \frac{3}{10}\pi\,A$$

$$R = \frac{1}{\sigma \cdot A} = \frac{1}{35 \cdot 10^{6} \cdot 2r\pi \cdot \delta} = 9.09 \cdot 10^{-3}\,\Omega$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot R = 4.039 \cdot 10^{-3}\ W$$

V. 2010. 06. 18. 9. Hertz-dip.

$R_s = 0.8\,\Omega$

$i(t) = 15 \cdot \cos(\omega t)\,A \rightarrow I = 15\,A$

$H_{max}(2km) = ?$ $\qquad Z_0 = 377\,\Omega$

$D = 1.5$

$$P = \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot R = \frac{1}{2} \cdot 15^2 \cdot 0.8 = 90\,W$$

$$S_{átlag} = \frac{P}{4r^2\pi} = 1.79 \cdot 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

$$S_{max} = D \cdot S_{átlag} = 2.6857 \cdot 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

$$S_{max} = \frac{1}{2} \cdot Z_0 \cdot H^2$$

$$H_{max} = \sqrt{\frac{2 S_{max}}{Z_0}} = 1.1936 \cdot 10^{-4} \frac{A}{m} = 119.36 \frac{\mu A}{m}$$