

2. Vizsgázárthelyi 2007 nyár A2

1. Határozzuk meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ sor K konvergenciatartományát és összegfüggvényét K belsejében!
2. Legyen $f(x) = 1 - x$ minden $x \in (0, 1]$ -re. Állítsuk elő f -et $(0, 1]$ -en tiszta szinuszos Fourier-sor összegfüggvényeként!
3. Legyen a síkban \mathbf{P} az x tengelyre való vetítés és \mathbf{R} a $+\pi/2$ -el való forgatás. Mutassa meg, hogy $\mathbf{R} = \mathbf{R}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{R}$.
4. Legyen $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ az origón kívül és $f(0, 0) = 0$. Határozza meg az f_{xx} és f_{xy} vegyes parciálisok értékét az origóban, amennyiben azok léteznek!
5. Legyen T az a háromszögalapú gúla, melyet a három koordináta-sík és az $x + y + z = 1$ sík határol. $\iiint_T z \, dx \, dy \, dz = ?$
6.
 - (a) Melyik igaz egy véges dimenziós lineáris téren:
 - (a1) Minden generátorrendszer kibővíthető bázissá
 - (a2) Minden generátorrendszer tartalmaz bázist.
 - (b) Legyen T a sík egy zárt korlátos részhalmaza és legyen f tetszőleges T -n folytonos kétváltozós függvény. Igaz-e
 - (b1) f felvesz T -n minden két T -beli értéke közötti értéket
 - (b2) f felveszi T -n a szélsőértékeit.
 - (c) $\sum a_n$ tetszőleges végtelen numerikus sor, $\sum b_n$ pedig $\sum a_n$ egy bezárójelezésével kapott sor. Igaz-e
 - (c1) ha $\sum a_n$ konvergens, akkor $\sum b_n$ is az
 - (c2) ha $\sum a_n$ divergens, akkor $\sum b_n$ is az.