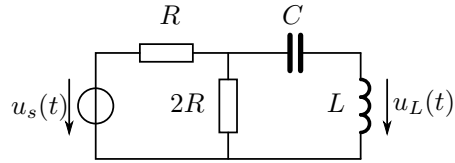


Jelek és rendszerek 2. (VIHVAB01) pót ZH A csoport 2017. november 10. Nagypéldák.

1. példa. Az ábrán látható hálózat által reprezentált rendszer gerjesztése az $u_s(t)$ forrásfeszültség, válasza a tekercs $u_L(t)$ feszültsége.



a) Fejezze ki a rendszer átviteli karakterisztikáját normálalakban az R , L és C paraméterekkel. (3 pont)

Pl. csomóponti egyenletek felírásával, vagy feszültségosztások alkalmazásával:

$$H(j\omega) = \frac{\frac{2}{3}(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + \frac{2R}{3L}j\omega + \frac{1}{LC}} \quad (3 \text{ p})$$

A továbbiakban legyen $R = 5 \text{ k}\Omega$, $L = 0,2 \text{ H}$, $C = 4 \text{ }\mu\text{F}$.

b) Határozza meg az $u_L(t)$ feszültség időfüggvényét, ha a gerjesztés a nem belépő $u_s(t) = [20 + 5 \cos(\omega t + 30^\circ)] \text{ V}$ jel ($\omega = 6 \text{ krad/s}$). (2 pont)

Koherens egységrendszer: V, mA, k Ω , ms, μF , H

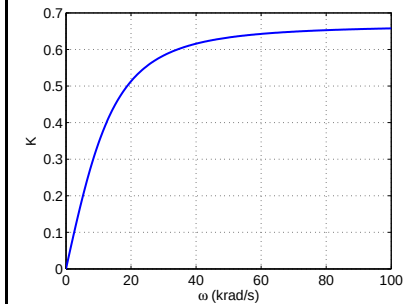
$$H(j\omega) = \frac{0,667(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + 16,67j\omega + 1,25} \quad (0,5 \text{ p})$$

$$H(j\omega)|_{\omega=0} = 0, H(j\omega)|_{\omega=6} = 0,227e^{j1,236} \quad (70,84^\circ) \quad (0,5 \text{ p})$$

$$u_L(t) = 1,13 \cos(\omega t + 1,760) \text{ V} \quad (100,84^\circ) \quad (1 \text{ p})$$

c) Bizonyítható, hogy a rendszer amplitúdókarakterisztikája monoton nő az $\omega > 0$ tartományon. Vázolja fel az amplitúdókarakterisztikát, és határozza meg azt a körfrekvenenciát, amelyen az amplitúdókarakterisztika 3 dB-lel tér el a maximális értékétől. (3 pont)

$$K(\omega) = \frac{0,667\omega^2}{\sqrt{(1,25 - \omega^2)^2 + (16,67\omega)^2}}, \quad K_{\max} = K(\omega \rightarrow \infty) = \frac{2}{3} \quad (1 \text{ p})$$



Rajz: (1 p) (minden elfogadható, amelyen $K(0) = 0$, $K(\omega \rightarrow \infty) = \frac{2}{3}$ és monoton nő)

$$20 \lg \frac{K(\omega_1)}{K_{\max}} = -3 \quad (0,5 \text{ p})$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 16,59 \text{ krad/s} \quad (0,5 \text{ p})$$

d) Adja meg a rendszer válaszáinak Fourier-transzformáltját, ha a gerjesztés $u_s(t) = 5e^{-4|t|} \text{ V}$ (az időegység ms). (2 pont)

$$U_s(j\omega) = \frac{40}{\omega^2 + 16} \quad (1 \text{ p}), \quad U_L(j\omega) = U_s(j\omega)H(j\omega) \quad (1 \text{ p})$$

2. példa. Egy Kirchhoff-típusú hálózattal realizált rendszer gerjesztése és válasza is feszültség, a rendszer pólusai $p_1 = q$ és $p_2 = q - 4$, zérusai pedig $z_{1,2} = -q - 2 \pm jq$, ahol q valós paraméter, továbbá a pólusok és zérusok egysége ms^{-1} .

a) Milyen q értékek mellett minimálfázisú a rendszer? (2 pont)

Stabilis, ha $q < 0$. A zérusok a bal félsíkon vannak, ha $q > -2$.

$\Rightarrow$ Minimálfázisú pontosan akkor, ha $-2 < q < 0$ (2 p)

A továbbiakban legyen $q = -1$, és az átviteli tényező a 0 frekvencián 0,8.

b) Határozza meg a rendszer átviteli függvényét normálalakban. (3 pont)

A pólusok: $p_1 = -1$ és $p_2 = -5$; a zérusok $z_{1,2} = -1 \pm j$, ezzel $H(s) = A \frac{s^2 + 2s + 2}{s^2 + 6s + 5}$ (1 p)

Az A értéke: $H(s) = H(j\omega)|_{j\omega=s}$, $H(j\omega)|_{\omega=0} = 0,8 \Rightarrow A = 2$ (2 p)

c) Adja meg a rendszer impulzusválaszáinak időfüggvényét. (3 pont)

$$H(s) = 2 + \frac{0,5}{s+1} - \frac{8,5}{s+5} \quad (1,5 \text{ p})$$

$$h(t) = 2\delta(t) + \varepsilon(t)[0,5e^{-t} - 8,5e^{-5t}] \text{ ms}^{-1} \quad ([t] = \text{ms}) \quad (1,5 \text{ p}) \quad (\text{mértékegység hiánya: } -0,5 \text{ pont})$$

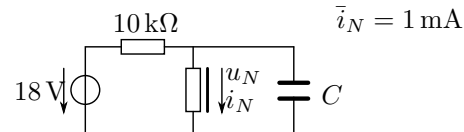
d) A rendszer gerjesztése az $u(t) = 5\varepsilon(t)[2 - e^{-3t}] \text{ V}$ jel ($[t] = \text{ms}$). Határozza meg a rendszer válaszáinak határértékét a $t \rightarrow \infty$ esetben. (2 pont)

Mivel $u(t \rightarrow \infty) = 10 \text{ V}$ (konstans), és a rendszer stabilis, ezért:

$$y(t \rightarrow \infty) = (H(j\omega)|_{\omega=0}) u(t \rightarrow \infty) = 8 \text{ V} \quad (2 \text{ p})$$

Kispéldák. (Minden helyes válasz 1 pontot ér.)

1. Határozza meg az alábbi hálózatban a nemlineáris ellenállás munkaponti áramát, ha a nemlineáris karakterisztika $u_N = 2i_N^2 + 6i_N$, ha $i_N \geq 0$, és $u_N = 0$, ha $i_N < 0$ (V és mA egységekben).



2. Számítsa ki az előző feladatban szereplő nemlineáris ellenállás dinamikus rezisztenciáját, ha egy más értékű gerjesztés esetén a munkaponti áram $\bar{i}_N = 4 \text{ mA}$.

$$R_d = 22 \text{ k}\Omega$$

3. Adott egy nemlineáris, kauzális rendszer állapotegyenlete: $x'(t) = -3x^2 + 4x + 2u$. A gerjesztés $u(t) = 20\varepsilon(t)$. Adja meg $x(t)$ közelítő értékét a $t_1 = 0,01$ pillanatban az előreleptő Euler-séma felhasználásával, $h = 0,01$ időlépés alkalmazásával.

$$x(t_1) \approx 0,04$$

4. Egy FI rendszer átviteli függvénye $H(s) = \frac{3s-4}{s+5}$, $[s] = \text{ms}^{-1}$. Létezik-e a rendszer átviteli karakterisztikája? Ha igen, akkor számítsa ki annak abszolútértékét 2 kHz frekvencián, ha pedig nem létezik, akkor indokolja meg ezt az állítást.

$$|H(j\omega)| = 2,803$$

5. Adja meg az $x(t) = [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-T)]5e^{-4t}$ jel Laplace-transzformáltját, ha $T > 0$.

$$X(s) = \frac{5}{s+4} (1 - e^{-(s+4)T})$$