

Ellenőrző kérdések a 2. ZH-ra

1. Milyen követelmények teljesítését feltételezzük Park-vektor alkalmazásánál a mágneses mező térbeli eloszlására és időbeli változására?
2. Milyen mágneses mező alakul ki a légrésben, ha az állórész egyik tekercsét egyenárammal, vagy időben tetszőleges lefolyású árammal tápláljuk?
3. Zérus sorrendű összetevők jelenléte hogyan befolyásolja a Park-vektor alkalmazását?
4. A Park-vektor ismeretében hogyan határozható meg a fázismennyiségek pillanatértéke számítással és grafikusan?
5. A fázismennyiségek pillanatértékének meghatározásánál hogyan veszik számításba a zérus sorrendű összetevőket?
6. Írja fel egy 90% pozitív és 10% negatív sorrendű összetevőt tartalmazó 3 fázisú feszültség rendszer Park-vektorát.
7. 3 fázisú, szimmetrikus, szinuszos időbeli lefolyású jelek esetén milyen kapcsolat van a Park-vektor nagysága (hossza) és a fázismennyiségek között?
8. A Park-vektor diagram ábrázolásához milyen célszerű koordináta rendszereket alkalmaznak?
9. Hogyan osszcillografálható az álló koordináta-rendszerbeli Park-vektor?
10. Hogyan osszcillografálható a Park-vektor szinkron forgó koordináta rendszerben?
11. Hogyan definiálják vonali feszültségek Park-vektorát?
12. A fázis mennyiségek Park-vektorából hogyan számítható a vonali feszültségek Park-vektora?
13. Mi a különbség egy időbeli fázor és egy Park-vektor között?
14. Milyen kapcsolat van a szimmetrikus összetevők és a Park-vektor között?
15. Mutassa be, hogy egyszerű (nem ISZM) feszültséginverteres táplálásnál milyen a fázisfeszültség időfüggvénye az inverter egyenáramú körének középpontjához képest.
16. Mutassa be, hogy egyszerű (nem ISZM) feszültséginverteres táplálásnál milyen a fázisfeszültség időfüggvénye a motor csillagpontjához képest.
17. Illusztrálja, hogy milyen pályát írhat le az áram Park-vektora, ha az a fázis árammentes.
18. Értelmezze a skalár függvény skalár együtthatós Fourier-sorát.
19. Értelmezze a skalár függvény komplex együtthatós Fourier-sorát.
20. Értelmezze a Park-vektor (Park-vektoros) Fourier-sorát.
21. Harmonikus analízisnél milyen egyszerűsítésre ad lehetőséget egy 6-oldalúan szimmetrikus Park-vektor diagram?

Kidolgozás kövi oldaltól!

Erőt, egészséget és ne felejtsetek a jövő heti Bullit! :D

VÁR - 2. ZH-ra készülés

1. Milyen követelmények teljesítését feltételezzük Park-vektor alkalmazásánál a mágneses mező térbeli eloszlására és időbeli változására?

Vasmagra jutó gerjesztést elhanyagoljuk légréshez képest.

Állandó áramerősségű gerjesztés esetén négyszög alakú térbeli eloszlás alakul ki a mágneses térerősségre és indukcióra vonatkozóan. A felharmónikusokat elhanyagolva a légrés mentén szinuszos alakú mezőeloszlást kapunk. Hornyok hatásait se vesszük figyelembe. I áram egyetlen vonalszerű vezetőben koncentrálódik.

Sevi: Szinuszos térbeli eloszlást, c és időbeli eloszlás gyakorlatilag bármilyen lehet. A szinuszos térbeli eloszlás szimmetrikus háromfázisú állórésztekercselésnél valósul meg. Park vektor = térbeli eloszlás időbeli változását adja meg. Tehát a Park vektornál csak a térbeli eloszlás van előírva. Az időbeli eloszlás bármilyen lehet, amit pedig a gerjesztőtekercsek áramainak időfüggvénye fog meghatározni

A kapott eredmény természetesen ugyanaz: a légrésben lévő eredő térerősség egy $1,5H_m$ amplitúdójú, körben forgó, térben szinuszos eloszlású mágneses mező, amit egy $1,5H_m$ hosszúságú forgó vektorral ábrázolhatunk (H_m az egyes fázis tekercsek által létesített mező legnagyobb amplitúdója).

Ez az eredő vektor jelenti a Park-vektor matematikai leírásának fizikai hátterét.

A mágneses mező kialakulásának eddigi tárgyalása során csak a térbeli eloszlásra volt előírás, mert az eredő térvektor képzésének (vektoros összegzésének) feltétele a térben szinuszos eloszlás. Az egyes fázistekercsekben folyó áramok időbeli változására, vagy a tekercsekre adott feszültség alakjára nincs megkötés.

2. Milyen mágneses mező alakul ki a légrésben, ha az állórész egyik tekercsét egyenárammal, vagy időben tetszőleges lefolyású árammal tápláljuk?

A gerjesztési törvény szerint a mágneses térerősség:

$$\oint_{\ell} \vec{H} d\vec{\ell} = \int_A \vec{J} d\vec{A}$$

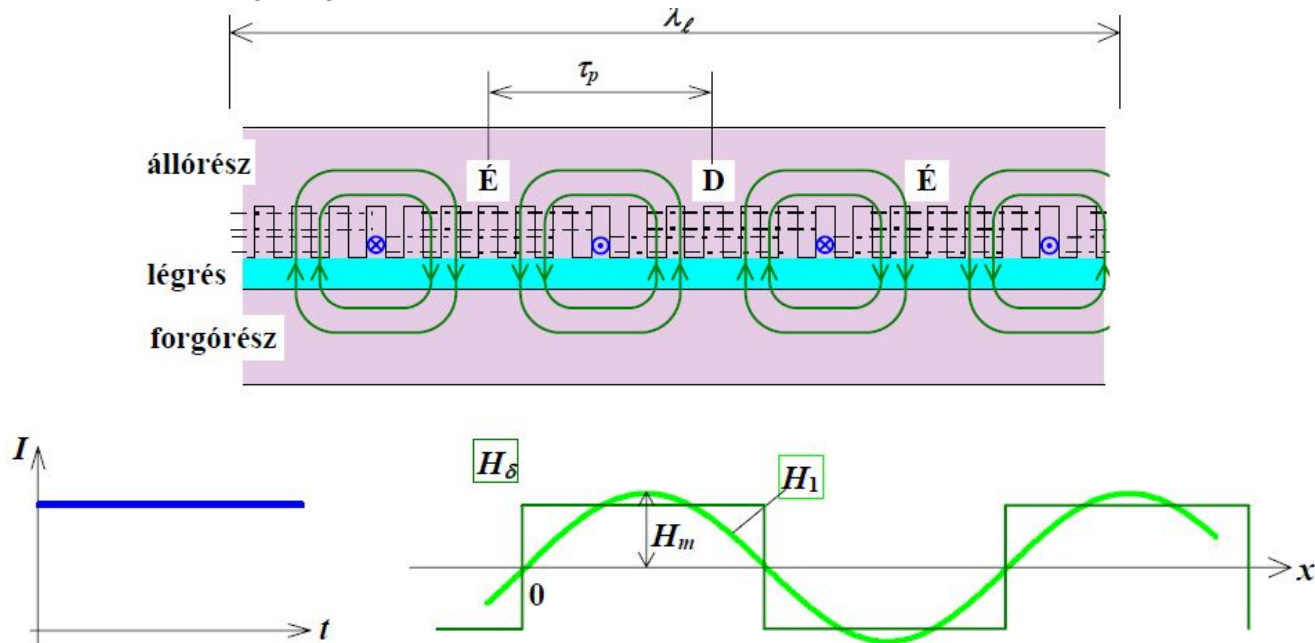
Feltételezve, hogy az I áram egyetlen vonalszerű vezetőben koncentrálódik, megfelelő integrálási út választásával a vezető körül állandó térerősségű szakaszokat kapunk, ezért az integrálok összegezésévé egyszerűsödnek:

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \sum_i H_i \ell_i \text{ és } \int_A \vec{J} d\vec{A} = \sum_j I_j = I = \Theta.$$

A további egyszerűsítés érdekében hanyagoljuk el a vasmagra jutó gerjesztést a δ légréséhez képest (mivel $\mu_r \delta = 1$ és $\mu_{vas} \sim 103$), ezzel a gerjesztési egyenlet:

$$2H_\delta \delta \approx I.$$

itt H_δ - a térerősség a légrésben, tehát $I = \text{áll.}$ esetén $H_\delta = \text{áll.}$



Egyetlen menetben folyó állandó I áram által a kiterített légrésben létrehozott mágneses tér, ahol H_m – a térerősség H_1 alapharmonikusának amplitúdója

Mivel a

hornyozás periodikus, így eszerint periodikus lesz a mágneses tér. Ha tetszőleges lefolyású áramokat használunk, így a horony szerint akkor is periodikus lesz.

3. Zérus sorrendű összetevők jelenléte hogyan befolyásolja a Park-vektor alkalmazását?

A Park-vektort úgy definiálták, hogy annak hossza az eredő térvektor (3 fázisú vektor) abszolút értékének $2/3$ -ad része legyen, tehát megegyezzen az egyes fázismennyiségek vektorának maximális értékével. Ezt a definíciót a H mágneses térerősségre alkalmazva a térerősség $H(t)$ Park-vektora:

$$\bar{H}(t) = \frac{2}{3} [h_a(t) + \bar{a}h_b(t) + \bar{a}^2h_c(t)] \quad \bar{a} = e^{j120^\circ}$$

$h_a(t)$, $h_b(t)$, $h_c(t)$ - az egyes fázistekercsek által létrehozott mágneses térerősség időfüggvénye

Mivel a zérus sorrendű összetevők egymással fázisban lévő, azonos amplitúdójú mennyiségeket jelentenek, a Park-vektor képzéskor ezek az összetevők kiesnek, amit figyelembe kell venni a számítások értékelése, a következtetések levonása során.

Ebből látszik, hogy sehogy, mivel az $(1+a+a^2)$ szorzások miatt kiejtik egymást.

Ide talán annyit mondanék, hogy pont ezért azt külön kell figyelembe venni, mivel a park-vektor nem kezeli. Lásd a 4-es pontot. :)

4. A Park-vektor ismeretében hogyan határozható meg a fázismennyiségek pillanatértéke számítással és grafikusan?

A Park-vektort a definíciós képlet szerint a fázismennyiségek pillanatértékéből képezzük, az átalakítás visszafelé is alkalmazható, a Park-vektorból meghatározhatók az egyes fázismennyiségek, de a zérus sorrendű összetevőt külön kell figyelembe venni.

Példaként a feszültség Park-vektorát tekintve, annak valós része az a-fázis komponensét adja, mivel az a fázistengely egybeesik a komplex sík valós tengelyével. (A fáziskoordinátára vett vetület adja meg az adott fázis pillanatértékét.)

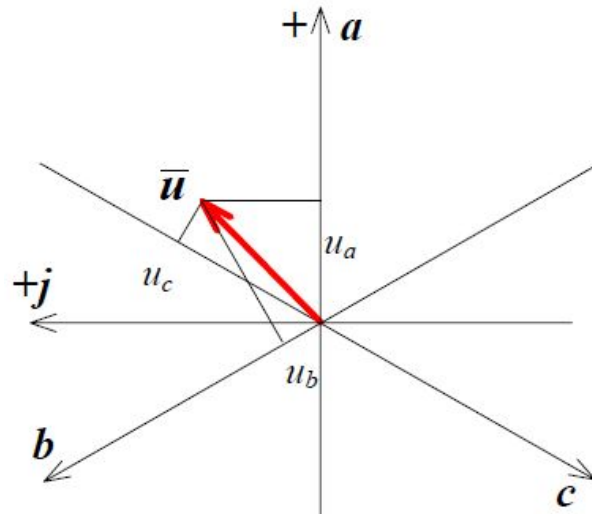
$$\operatorname{Re}\{\bar{u}(t)\} = \frac{2}{3} \left[u_a(t) - \frac{1}{2} u_b(t) - \frac{1}{2} u_c(t) \right] = u_a(t) - u_0(t).$$

$$u_a(t) = \operatorname{Re}\{\bar{u}(t)\} + u_0(t).$$

Ugyanígy a b és c fázisra:

$$\operatorname{Re}\{\bar{a}^2 \bar{u}(t)\} = \frac{2}{3} \left[-\frac{1}{2} u_a(t) + u_b(t) - \frac{1}{2} u_c(t) \right] = u_b(t) - u_0(t).$$

$$\operatorname{Re}\{\bar{a} \bar{u}(t)\} = \frac{2}{3} \left[-\frac{1}{2} u_a(t) - \frac{1}{2} u_b(t) + u_c(t) \right] = u_c(t) - u_0(t),$$



5. A fázismennyiségek pillanatértékének meghatározásánál hogyan veszik számításba a zérus sorrendű összetevőket?

Az előző feladatból látszik, hogy hozzá kell adni....

6. Írja fel egy 90% pozitív és 10% negatív sorrendű összetevőt tartalmazó 3 fázisú feszültség rendszer Park-vektorát.

A szimmetrikus összetevők: $[0; 0.9A; 0.1A]$

Innen a fázisfeszültségek: $[1; 0.9a + 0.1a^2; 0.9a^2 + 0.1a]A$

Innen a Park vektor: $0.2A$

$$1 + 0.1 + 0.9a^2 + 0.9a + 0.1 = 1.2 - 1.8 \cdot \cos(60) = 0,3 \text{ A} \rightarrow \cdot \frac{2}{3} \rightarrow 0.2 \text{ A}$$

7. 3 fázisú, szimmetrikus, szinuszos időbeli lefolyású jelek esetén milyen kapcsolat van a Park-vektor nagysága (hossza) és a fázismennyiségek között?

A levezetés mutatja, hogy légrésben lévő eredő térerősség egy 1,5Hm amplitúdójú, körben forgó, térben szinusz eloszlású mágneses mező, amit egy 1,5Hm hosszúságú forgó vektorral

ábrázolhatunk.

$$\bar{H}_a = H_m \sin \omega_1 t = \frac{H_m}{2j} (e^{j\omega_1 t} - e^{-j\omega_1 t}),$$

$$\bar{H}_b = H_m \sin\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) e^{j120^\circ} = \frac{H_m}{2j} (e^{j\omega_1 t} e^{-j120^\circ} - e^{-j\omega_1 t} e^{j120^\circ}) e^{j120^\circ},$$

$$\bar{H}_c = H_m \sin\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) e^{-j120^\circ} = \frac{H_m}{2j} (e^{j\omega_1 t} e^{j120^\circ} - e^{-j\omega_1 t} e^{-j120^\circ}) e^{-j120^\circ},$$

$$\bar{H}_a + \bar{H}_b + \bar{H}_c = \bar{H}_e = -j \frac{3}{2} H_m e^{j\omega_1 t} \left(= \frac{3}{2} H_m e^{j(\omega_1 t - 90^\circ)} \right).$$

A Park-vektort úgy definiálták, hogy annak hossza az eredő térvektor (3 fázisú vektor) abszolút értékének 2/3-ad része legyen, tehát megegyezzen az egyes fázismennyiségek vektorának maximális értékével. Ezt a definíciót a H mágneses térerősségre alkalmazva a térerősség H(t) Park-vektora:

$$\bar{H}(t) = \frac{2}{3} [h_a(t) + \bar{a} h_b(t) + \bar{a}^2 h_c(t)] \quad \bar{a} = e^{j120^\circ}$$

ha(t), hb(t), hc(t) - az egyes fázistekercsek által létrehozott mágneses térerősség időfüggvénye

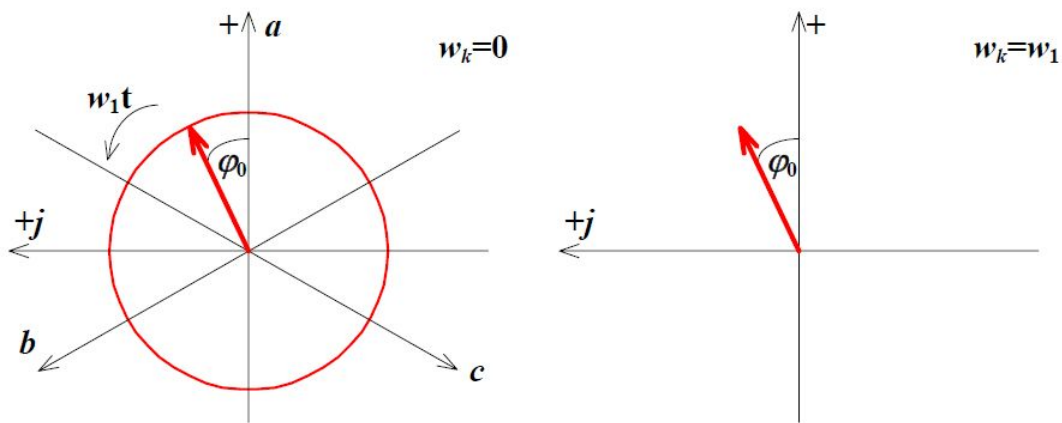
Így tehát a Park-vektor nagysága megegyezik a fázismennyiségek nagyságával.

8. A Park-vektor diagram ábrázolásához milyen célszerű koordináta rendszereket alkalmaznak?

A komplex síkon ábrázolják, álló vagy forgó koordináta rendszerben.

Példa: a Park-vektor végpontjának mértani helye (állandósult állapotban 1 periódus alatt).

A Park-vektor ábrázolható álló ($\omega_k=0$) vagy szinkron forgó ($\omega_k=\omega_1$) koordináta rendszerben (ω_k – a koordináta rendszer szögsebessége). Mivel a teljes kör 360° -nak, 1 periódusnak felel meg, a görbe mentén minden szög villamos fokokban mérendő, ami a $\omega_k=\omega_1$ koordinátarendszerben felrajzolt vektorábrában is igaz (vagyis $p=1$ esetnek tekinthetjük). A ϕ 0 kezdeti fázisszög a $t=0$ időpont megválasztásától függ.



*Szimmetrikus, 3 fázisú, időben szinuszosan változó mennyiség Park-vektor diagramja
 álló és szinkron forgó koordináta rendszerben*

9. Hogyan oszcillografálható az álló koordináta-rendszerbeli Park-vektor?

A feszültség Park-vektor $\bar{u} = u_x + ju_y$ komplex összetevőinek fizikai jelentése van:

$$\operatorname{Re}\{\bar{u}\} = u_x = \frac{2}{3} \left[u_a - \frac{1}{2} u_b - \frac{1}{2} u_c \right] = u_a(t) - \text{az } a\text{-fázis feszültségének időfüggvénye,}$$

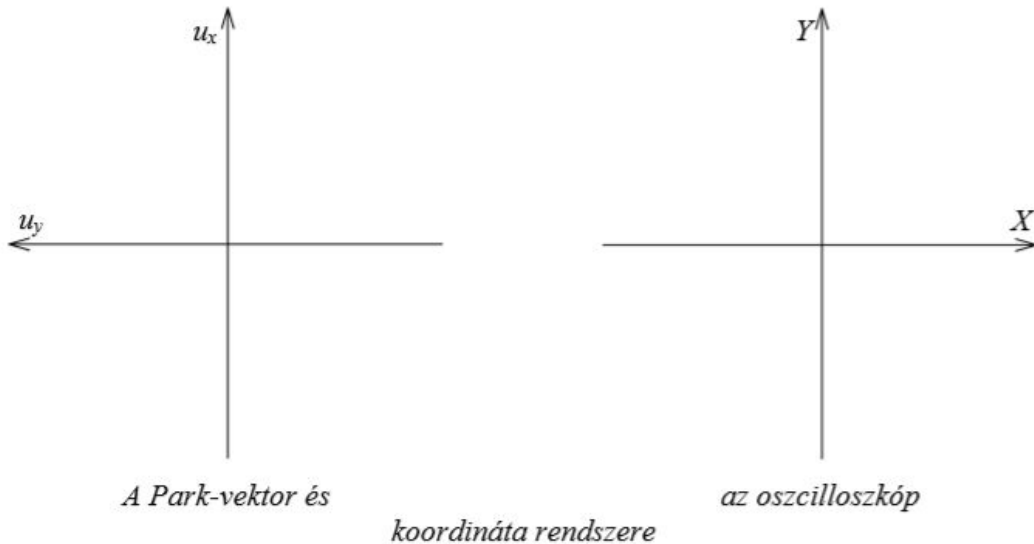
$$\operatorname{Im}\{\bar{u}\} = u_y = \frac{2}{3} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} (u_b - u_c) \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} [u_b(t) - u_c(t)] - \text{a } b\text{-}c \text{ vonali feszültség időfüggvénye-}$$

nek $\sqrt{3}$ -ad része.

Az oszcilloszkóp függőleges bemenetét Y -al jelölve, a vízszintes eltérítést X -el, a Park-vektor komponenseket az alábbiak szerint kell az X - Y üzemmódú oszcilloszkóp bemeneteire adni, hogy a definíció szerinti diagramot kapjuk:

$$u_x \Rightarrow Y, \quad -u_y \Rightarrow X$$

A Park-vektor megjeleníthető szinkron forgó koordináta rendszerben is, ehhez az összetevőket matematikai úton kell előállítani: $u_x = \operatorname{Re}\{\bar{u}e^{-j\omega_1 t}\}$ és $u_y = \operatorname{Im}\{\bar{u}e^{-j\omega_1 t}\}$.



10. Hogyan oszcillografálható a Park-vektor szinkron forgó koordináta rendszerben?

A Park-vektor megjeleníthető szinkron forgó koordináta rendszerben is, ehhez az összetevőket matematikai úton kell előállítani: $u_x = \operatorname{Re}\{\bar{u}e^{-j\omega_1 t}\}$ és $u_y = \operatorname{Im}\{\bar{u}e^{-j\omega_1 t}\}$.

11. Hogyan definiálják vonali feszültségek Park-vektorát?

Az alább definiált vonali feszültségekből az eddigieknek megfelelően képezhető a vonali feszültségek $\bar{u}_V$ Park-vektora. Az u_A, u_B, u_C vonali feszültségek időfüggvénye

$$\begin{aligned} u_A(t) &= u_b(t) - u_c(t) & \left| \cdot \frac{2}{3} \right. , \\ u_B(t) &= u_c(t) - u_a(t) & \left| \cdot \frac{2}{3} \bar{a} \right. , \\ u_C(t) &= u_a(t) - u_b(t) & \left| \cdot \frac{2}{3} \bar{a}^2 \right. . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{u}_V(t) &= \frac{2}{3} [u_A(t) + \bar{a}u_B(t) + \bar{a}^2u_C(t)] = \\
&= \frac{2}{3} [u_b(t) - u_c(t)] + \frac{2}{3} \bar{a} [u_c(t) - u_a(t)] + \frac{2}{3} \bar{a}^2 [u_a(t) - u_b(t)] = \\
&= \frac{2}{3} \bar{a}^2 [u_a(t) + \bar{a}u_b(t) + \bar{a}^2u_c(t)] - \frac{2}{3} \bar{a} [u_a(t) + \bar{a}u_b(t) + \bar{a}^2u_c(t)] = (\bar{a}^2 - \bar{a})\bar{u}(t) = -j\sqrt{3}\bar{u}(t).
\end{aligned}$$

A $\sqrt{3}$ szorzótényező a vonali- és a fázisfeszültség közötti aránynak megfelelő.

A vonali feszültségek iránya (tengelye) a komplex síkon a megfelelő fázisfeszültségek tengelye felé mutató egységvektorokból határozható meg.

12. A fázis mennyiségek Park-vektorából hogyan számítható a vonali feszültségek Parkvektora?

A fázis feszültségek Park-vektora a komplex összetevőkkel

$$\bar{u} = \text{Re}\{\bar{u}\} + j\text{Im}\{\bar{u}\},$$

amivel kifejezhető a vonali feszültségek Park-vektora

$$\bar{u}_V(t) = -j\sqrt{3}\bar{u}(t) = -j\sqrt{3}\text{Re}\{\bar{u}\} + \sqrt{3}\text{Im}\{\bar{u}\}.$$

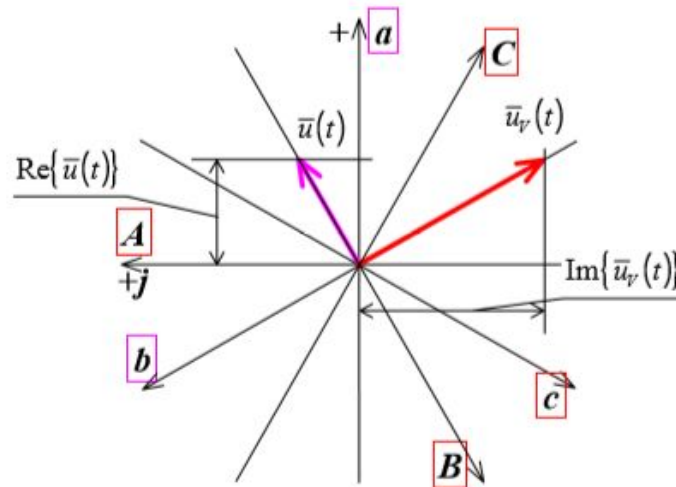
A vonali feszültségek pillanatértékét itt is az egyes tengelyekre eső vetület adja, de mivel az A -tengely egybe esik a komplex koordináta rendszer képzetes tengelyével, most a képzetes összetevőket kell meghatározni.

$$u_A(t) = \text{Im}\{\bar{u}_V(t)\} = \text{Im}\{-j\sqrt{3}\bar{u}(t)\} = -\sqrt{3}\text{Re}\{\bar{u}(t)\},$$

$$u_B(t) = \text{Im}\{\bar{a}^2\bar{u}_V(t)\} = -\sqrt{3}\text{Re}\{\bar{a}^2\bar{u}(t)\},$$

$$u_C(t) = \text{Im}\{\bar{a}\bar{u}_V(t)\} = -\sqrt{3}\text{Re}\{\bar{a}\bar{u}(t)\}.$$

A vonali feszültségek időfüggvénye grafikusan is meghatározható: egyrészt az $\bar{u}_V(t)$ vonali feszültség Park-vektor, illetve az elforgatott vektor képzetes részével, másrészt az $\bar{u}(t)$ fázisfeszültség Park-vektor, illetve az elforgatott vektor valós vetületének $\sqrt{3}$ -szorosával egyezik meg.



$u_A(t)$ vonali feszültség meghatározása a Park-vektorok vetületeként

A vonaláramok $\bar{i}_V(t)$ Park-vektora hasonlóképpen fejezhető ki a fázisáramok Park-vektorából:

$$\bar{i}_V(t) = -j\sqrt{3}\bar{i}(t)$$

13. Mi a különbség egy időbeli fázor és egy Park-vektor között?

A Park-vektor a szinuszos térbeli eloszlás időbeli változását mutatja, a fázorára pedig a szinuszos időbeli változást reprezentálja. A szimmetrikus összetevők rendszere a fázisonként eltérő fázorokat (tehát szinusz függvény szerint változó aszimmetrikus fázismennyiségeket) helyettesíti.

Minden fázor egy-egy szinusz függvényt képvisel, a fázorok közötti szögeltérés megfelel a szinusz függvények közötti fáziseltolásnak. Háromfázisú, szinusz függvény szerint változó mennyiségek három fázorral illusztrálhatók.

Álló koordináta rendszerben a fázorok a szinusz függvény körfrekvenciájának megfelelő szögsebességgel forognak (+) irányban, szinkron forgó koordináta rendszerben pedig állnak, pillanatfelvételnként rögzítve a szinusz függvények aktuális helyzetét.

A szinusz függvények pillanatértékét a fázorok vetülete adja, rendszerint a valós vagy a képzetes tengelyre eső vetületet használják.

A Park-vektort alkotó fázismennyiségek időbeli változása eltérhet a szinusz jellegtől (pl. felharmonikusokat is tartalmazhat). A fázor csak szinusz függvény szerinti változást képvisel, a felharmonikusokat külön felharmonikus fázorokkal lehet, kell figyelembe venni.

A (+) sorrendű feszültség rendszer Park-vektora pozitív, a (-) sorrendűé negatív forgásirányban halad állandó szögsebességgel, $\bar{u}_p = u_p e^{j\omega_1 t}$ és $\bar{u}_n = u_p e^{-j\omega_1 t}$. A zérus sorrendű mennyiségek Park-vektora zérus vektornak is tekinthető $\bar{u}_0 = \bar{0}$. A fázorok pozitív forgásirányban haladnak, a fázissorrend a követési sorrendet jelenti.

14. Milyen kapcsolat van a szimmetrikus összetevők és a Park-vektor között?

Talán ez kell ide?

A szimmetrikus összetevők rendszere a fázisonként eltérő fázorokat (tehát szinusz függvény szerint változó aszimmetrikus fázismennyiségeket) helyettesíti.

A (+) sorrendű feszültség rendszer Park-vektora pozitív, a (-) sorrendűé negatív forgásirányban halad állandó szögsebességgel, $\bar{u}_p = u_p e^{j\omega_1 t}$ és $\bar{u}_n = u_p e^{-j\omega_1 t}$. A zérus sorrendű mennyiségek Park-vektora zérus vektornak is tekinthető $\bar{u}_0 = \bar{0}$. A fázorok pozitív forgásirányban haladnak, a fázissorrend a követési sorrendet jelenti.

Ha jól számoltam:

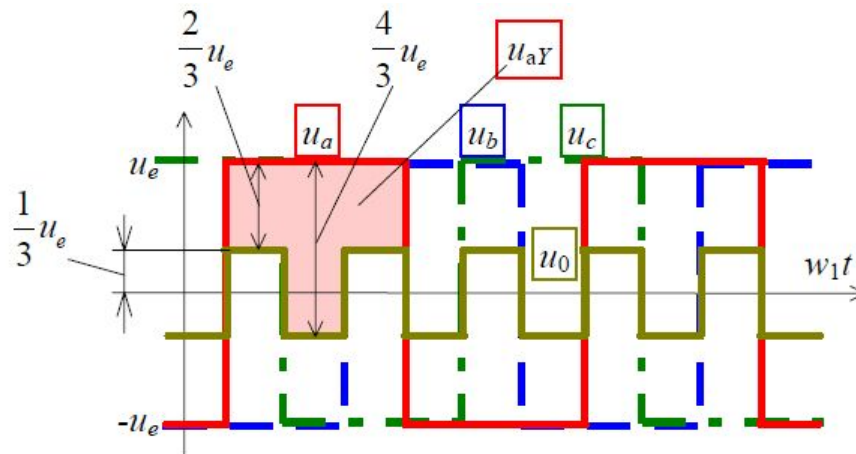
Szimmetrikus összetevők: U_0, U_1, U_2

Áttranszformáljuk fázismennyiségekre, majd beírjuk a Park vektor definíciójába.

Jó sok tag kiesik, ami marad:

$$U_p = 2U_2$$

15. Mutassa be, hogy egyszerű (nem ISZM) feszültséginverteres táplálásnál milyen a fázisfeszültség időfüggvénye az inverter egyenáramú körének középpontjához képest.



Az aszinkron gép feszültségeinek időfüggvénye egyszerű inverteres táplálásnál

Az ábrán

u_e – a közbülső kör (egyen) feszültségének fele,

u_Y – a motor állórész tekercselés csillagpontjának feszültsége a 0-ponthoz képest,

u_{aY}, u_{bY}, u_{cY} – az egyes fázistekercsek feszültsége (a motor csillagpontjához képest),

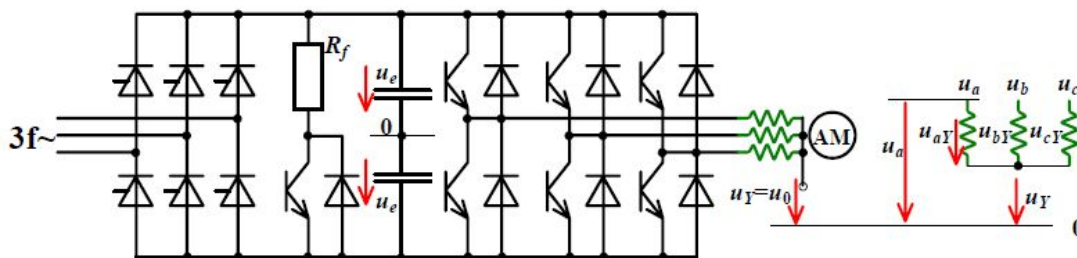
u_a, u_b, u_c – az egyes fáziskapcsok feszültsége a 0-ponthoz képest.

A fázistekercsekre jutó feszültség a fázis kapcsok és a csillagpont potenciáljának különbsége:

$$u_{aY} = u_a - u_Y,$$

$$u_{bY} = u_b - u_Y,$$

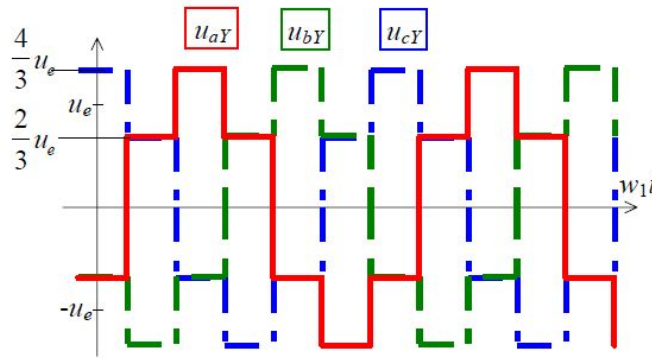
$$u_{cY} = u_c - u_Y.$$



Egyszerű inverterről táplált aszinkron motor áramköri vázlata

16. Mutassa be, hogy egyszerű (nem ISZM) feszültséginverteres táplálásnál milyen a fázisfeszültség időfüggvénye a motor csillagpontjához képest.

15 → kivonjuk az u_0 -t a fázisfeszültségekből

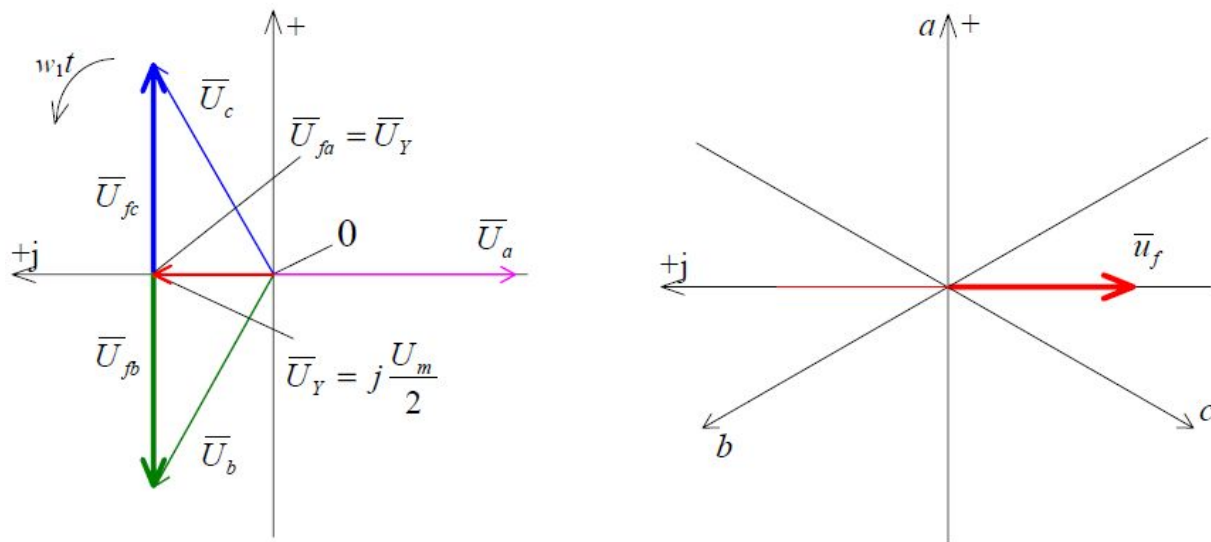


A fázistekercsek feszültségének időfüggvénye egyszerű inverteres táplálásnál

17. Illusztrálja, hogy milyen pályát írhat le az áram Park-vektora, ha az „A” fázis árammentes.

$$I_p = \frac{2}{3}(I_A + aI_B + a^2I_C) = \frac{2}{3}(aI_B + a^2I_C)$$

Az „a” fázis feszültsége a fogyasztó csillagpontjához képest azonosan nulla, ezért a Park-vektor diagram az árammentes fázis tengelyére merőleges pályát ír le.



Szimmetrikus 3 fázisú fogyasztó kétfázisú táplálása - áramköri fázorábra

18. Értelmezze a skalár függvény skalár együtthatós Fourier-sorát.

Ha az $f(x)$ függvény 2π szerint periodikus, vagyis $f(x) = f(x + 2\pi)$, akkor

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{v=1}^{\infty} (a_v \cos v x + b_v \sin v x),$$

A sor együtthatói:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx,$$

$$a_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos v x dx, \quad v=1, 2, \dots$$

$$b_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin v x dx, \quad v=1, 2, \dots$$

19. Értelmezze a skalár függvény komplex együtthatós Fourier-sorát.

Az Euler összefüggést alkalmazva a skalár függvény Fourier sorának együtthatóira

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x \text{ (ebből } e^{-jx} = \cos x - j \sin x),$$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{v=1}^{\infty} \left(a_v \frac{e^{jvx} + e^{-jvx}}{2} + b_v \frac{e^{jvx} - e^{-jvx}}{2j} \right),$$

amit átalakítva

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{\infty} [(a_v - jb_v)e^{jvx} + (a_v + jb_v)e^{-jvx}].$$

Legyenek a komplex együtthatók az alábbiak:

$$\bar{c}_0 = \frac{a_0}{2},$$

$$\bar{c}_v = \frac{a_v - jb_v}{2} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{2\pi} f(x) \cos v x dx - j \int_0^{2\pi} f(x) \sin v x dx \right], \quad 1 \leq v < \infty,$$

$$\bar{c}_{(-v)} = \frac{a_v + jb_v}{2} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{2\pi} f(x) \cos v x dx - j \int_0^{2\pi} f(x) \sin v x dx \right], \quad -\infty < v \leq -1,$$

$$\bar{c}_v = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-jvx} dx \quad -\infty < v < \infty.$$

Ezzel a függvény alakja:

$$f(x) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{c}_v e^{jvx}.$$

20. Értelmezze a Park-vektor (Park-vektoros) Fourier-sorát.

Park vektor Fourier sora: ha $\bar{h}(x) = p(x) + jq(x)$ -ban mind $p(x)$, $q(x)$ skalár függvények, periodikusak, korlátosak, szakaszosan folytonosak, akkor Fourier sorba fejthetők. Ekkor:

$$p(x) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{pv} e^{jvx} \text{ és } q(x) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{qv} e^{jvx}.$$

$$\bar{h}(x) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{pv} e^{jvx} + j \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{qv} e^{jvx} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} (\bar{c}_{pv} + j\bar{c}_{qv}) e^{jvx}.$$

ahol $\bar{h}_v = \bar{c}_{pv} + j\bar{c}_{qv}$ a $\bar{h}(x)$ Park-vektor v . harmonikus összetevője,

$$\bar{h}(x) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{h}_v e^{jvx}$$

A harmonikus összetevők számítása az előzőeknek megfelelően:

$$\begin{aligned} \bar{h}_v &= \bar{c}_{pv} + j\bar{c}_{qv} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(x) e^{-jvx} dx + j \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} q(x) e^{-jvx} dx = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [p(x) + jq(x)] e^{-jvx} dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{h}(x) e^{-jvx} dx. \end{aligned}$$

21. Harmonikus analízisnél milyen egyszerűsítésre ad lehetőséget egy 6-oldalúan szimmetrikus Park-vektor diagram?

Szimmetrikus üzemállapotokban a Park-vektor csak

$$\nu=1\pm gk \quad k=0, 1, 2, \dots$$

rendszámú harmonikusokat tartalmaz. Háromfázisú esetben leggyakrabban $g=6$, így

$$\nu=1, -5, 7, -11, 13, \dots$$

Az ilyen harmonikusokat tartalmazó Park-vektorok pályája g -oldalúan szimmetrikus képet mutat, ezért harmonikus analízisét elegendő a periódus $1/g$ -ed részére elvégezni, mert a görbe g -számú egybevágó szakaszra osztható, és ezek az ívek, szakaszok $2\pi/g$ -szögnyi elforgatással fedésbe hozhatók.

A Park-vektor harmonikus összetevőinek számítása ekkor:

$$\bar{h}_\nu = \frac{g}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{g}} \bar{h}(x) e^{-j\nu x} dx .$$