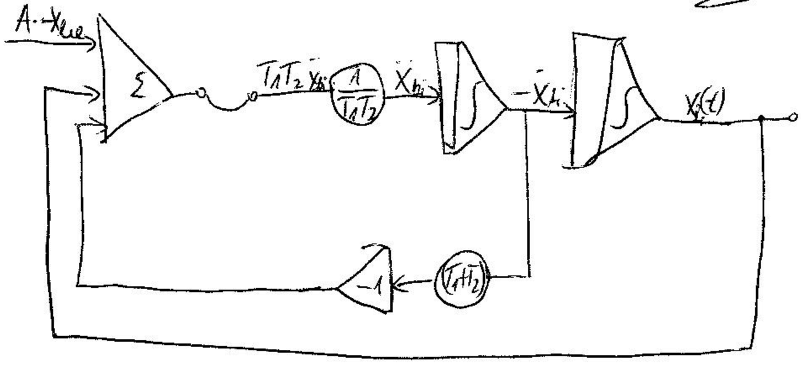
(13) ↓

Előjelre figyelni kell

K-T-hez:




Valós rendszerek általában nem időinvariánsak, hanem időben változók!

↳ ezért foglalkozni kell időben változó diffegyenletekkel is.

1. Bessel-féle diffe.
2. Rayleigh-féle (van der Pol-féle) diffegyenlet

1, Bessel-féle diffe.:

Általános alakja:

$$t^2 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + t\frac{dy(t)}{dt} + (t^2-n^2)\,y(t) = 0$$

azt, hogy hányadrendű Besselről van szó, n határozza meg.

→ n = 0 - nulladrendű

→ n = 1 - elsőrendű

kezdeti feltételek:

| | | | |
|---|---|---|---|
| ha | $n=0$ | $y_0(0)=1$ | $y_0'(0)=0$ |
| ha | $n=1$ | $y_1(0)=1$ | $y_1'(0)=0{,}5$ |
| ha | $n>1$ | $y_n(0)=0$ | $y_n'(0)=0$ |

A gyakorlatban elég a nulladrendű megoldása, mert ebből presenzés formulákkal előállítható magasabb rendű Bessel fgv. megoldása is.

Pl: $n=0$

$$t^2y''(t) + ty'(t) + t^2y(t) = 0 \qquad /t^2$$

$$y''(t) + \frac{y'(t)}{t} + y(t) = 0$$

→ Ezt kell megoldanunk. A probléma $t=0$ pontnál van → szingularitás

↓

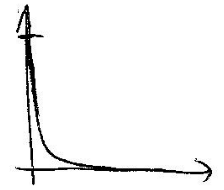
e helyett egy olyan tagot kell venni, ami gyorsan lecseng.

↓

exponenciális elem

↓

$t=0$-ban a hiba nagy, torzul az eredmény, de gyorsan lecseng a tag és utána már fain :)



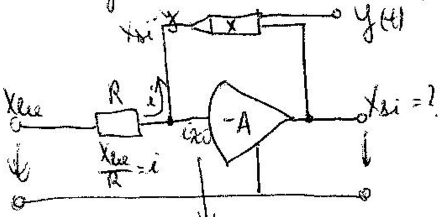
Kelvin-Thomsonnal:

$$y''(t) = -\frac{0,1y' - 0,5ae^{-bt}}{0,1t + ae^{-bt}} - y(t)$$

→ ezzel nem figyelembe a $\frac{y'}{t}$ -s tagot.

probléma: 2 időben változó mennyiség hányadosát kell képeznünk

példa a megvalósításra: elektronikával:




itt gyakorlatilag nem folyik áram

Ezzel képezhetjük 2 időben változó fgv. hányadosát!

[x] - szorzó tag

(-A) - nagy pontosságú, érzékeny műveleti erősítő - megközelítőleg $10^5 \div 10^6$-os erősítés

Ohm-tv.-e értelmében: $i = \frac{X_{be}}{R}$

$$\frac{X_{be}}{R} = -y(t) \cdot X_{ki} \rightarrow$$

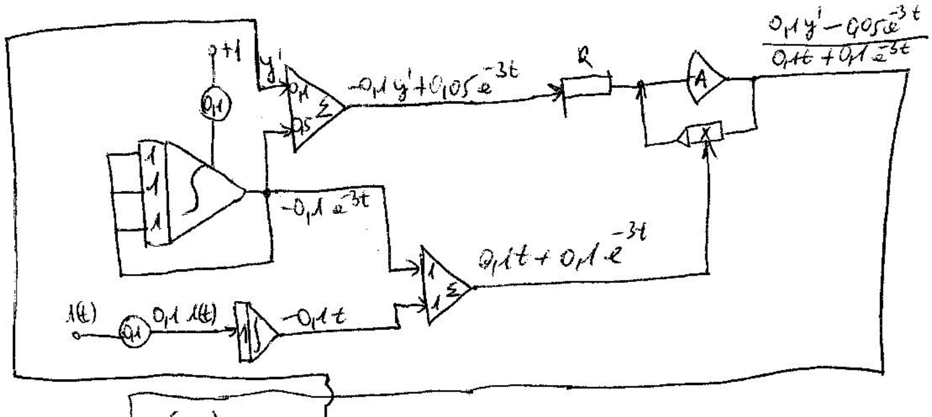
$$X_{ki} = \frac{X_{be}(t)}{y(t)} \cdot k'$$

- 2 időben változó fgv. hányadosa
- mindkettő időfgv.

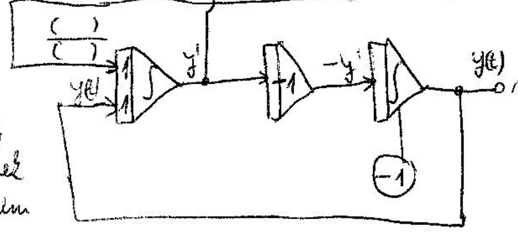
konstans

Feladat megoldása Kelvin-Thomsonnal

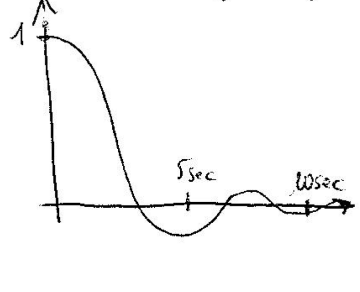
$$y''(t) = -\frac{0,1y' - 0,5ae^{-bt}}{0,1t + ae^{-bt}} - y(t) \qquad \text{pl: } a = 0,1 \quad b = 3$$




Fontos:
A Bessel olyan rendszerekben fontos, ahol a paraméterek nem konstansok, hanem időfgv.-ek!




y(t) megoldás → n=0 Bessel fgv. megoldása



## 2. Rayleigh-féle (van der Pol-féle) diffegyenlet

Alapegyenletek:

$$\ddot{x} - \varepsilon\left(1-\frac{\dot{x}^2}{3}\right)\dot{x} + x(t) = 0$$

$$\ddot{x} - \varepsilon\dot{x} + \varepsilon\frac{\dot{x}^3}{3} + x(t) = 0$$

$\varepsilon$ - epszilon $\rightarrow$ $0{,}1 \leq \varepsilon < 10$

Ha igaz, hogy:

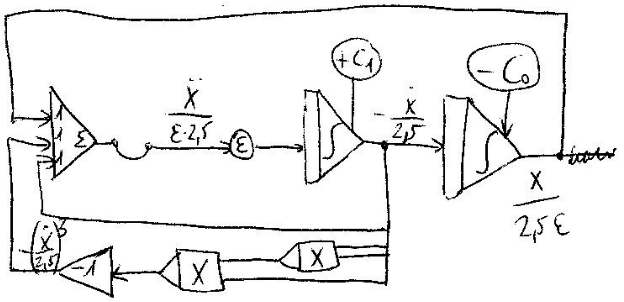
$\varepsilon\ddot{x}$ maximum értéke kb. egyenlő az $\dot{x}$ max. értékével és a $x$ max értékével:

$$\varepsilon\ddot{x}_{max} \cong x_{max} \cong \dot{x}_{max} = 2{,}5X$$

Ha teljesülnek, lehet alkalmazni Kelvin-Thomsont

K-T:

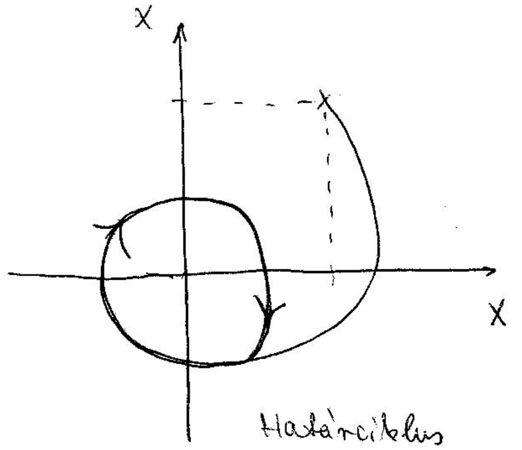
$$\left(\frac{\ddot{x}}{\varepsilon 2{,}5}\right) = \left(\frac{\dot{x}}{2{,}5}\right) - k\left(\frac{\dot{x}}{2{,}5}\right)^3 - \left(\frac{x}{\varepsilon \cdot 2{,}5}\right)$$




Nincs Bemenet!
↓ NEM!
DE, kezdeti feltételekkel a rendszer mozog → időmutatás
2 kezdeti feltétel

Ezt a modellt sok helyen használják (földrengés, emberi test stb)

Kezdeti feltételeket a fázissíkon ábrázolhatjuk:




Fontos!!!

A rendszer indításakor utána a rendszer mozog, majd beáll az állandósult állapot.
A kiinduló állapotot sokminden előidézheti: pl. rázzuk a rendszert ... majd a rendszer stabil határciklusba áll be.