1. feladat (17 pont)

$$y' \cdot y \cdot \mathrm{e}^{5y^2} = \frac{1}{x^2-1}$$

Határozza meg a differenciálegyenlet általános megoldását az $x > 1$, $y \in \mathbb{R}$ tartományon! (Elég az implicit alak.)

2. feladat (20 pont)

$$y'(x) + 4xy(x) = x\mathrm{e}^{-2x^2}, \qquad y(1) = 5$$

Határozza meg a fenti kezdetiérték-probléma megoldását!

3. feladat (8+8=16 pont)

a) Írja föl azt a legalacsonyabb rendű, lineáris, homogén, állandó együtthatós differenciálegyenletet, amelynek megoldásai közt szerepel az x és a $\sin(2x)$ függvény!

b) Milyen alakban kereshetjük az $y'' - 5y' + 6y = 3\sin(2x)$ differenciálegyenlet partikuláris megoldását? (Az megoldást nem kell meghatároznia!)

4. feladat (4+10=14 pont)

a) Hogyan értelmezzük a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ numerikus sor összegét? (Mondja ki a definíciót!)

b) Milyen kapcsolat van egy numerikus sor konvergenciája és a tagokból alkotott sorozat határértéke között? Mondja ki és *igazolja* a tanult tételt!

5. feladat (7+7+7=21 pont)
Konvergensek-e az alábbi sorok?

$$a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+3)^{-\frac{1}{2}}; \qquad b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-4}{n^2}; \qquad c) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)!}{\sqrt{(2n)!}}.$$

6. feladat (12 pont)[1] *Készítsen táblázatot, amiben egyértelműen jelöli az egyetlen helyes választ!*

a) Egy adott pontban egy elsőrendű differenciálegyenlet iránymezője és megoldásgörbéje ... érinti egymást.
α) soha nem $\quad$ β) minden esetben $\quad$ γ) előfordulhat, hogy

b) Egy adott pontban egy elsőrendű differenciálegyenlet iránymezője és izoklinája ... érinti egymást.
α) soha nem $\quad$ β) minden esetben $\quad$ γ) előfordulhat, hogy

c) Az $x_{n+1} = x_n + 2x_{n-1}$ rekurziónak $x_1 = 1$ esetén ...
α) egyik megoldása sem korlátos. $\quad$ β) minden megoldása korlátos.
γ) van korlátos és nem korlátos megoldása is.

d) A $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-2/3}$ sor
α) abszolút konvergens. $\quad$ β) feltételesen konvergens. $\quad$ γ) divergens.

[1] Csak a végső választ értékeljük. Minden helyes válasz 3 pont, helytelen -1 pont.