

A3 Vizsga

1. Tekintsük a $\gamma = (t, t^2, \sin t)$, $0 \leq t \leq \pi$ görbét!

Legyen $f(x, y, z) = (-z^2 \sin x + e^y \cos x, e^y \sin x, 2z \cos x)$!

(a) Számítsuk ki a γ görbe görbületét a $t_0 = \frac{\pi}{2}$ pontban!

(b) Számítsuk ki az alábbi integrált:

$$\int_{\gamma} f = ?$$

2. Tekintsük az $F = (r \cos \varphi, r \sin \varphi, 1 - r^2)$, $0 \leq r \leq 1$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ felületet!

Legyen $f(x, y, z) = (3x \cos^2 z, 3xe^z + 3y \sin^2 z, z)$! Számítsuk ki az alábbi integrált:

$$\int_F f = ?$$

3. Van-e harmonikus társa az alábbi függvényeknek? Ha van, adjuk meg!

$$u_1(x, y) = 3x + \log \sqrt{x^2 + y^2} + 2$$

$$u_2(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

4. Fejtsük Laurent sorba az

$$\frac{1}{(z + 3)(z^2 + 16)}$$

függvényt az alábbi körgyűrűkön:

(a) $3 < |z| < 4$

(b) $0 < |z + 3| < 5$

(c) Az (a), (b) részben kapott sorok alakjából lehet-e következtetni a $z_0 = 0$ ill. $z_0 = -3$ pontokban a "szingularitások" jellegére?

5. x -től függő multiplikátorral tegyük egzakttá, és oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x + y)dx + dy = 0$$

6. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenlet-rendszert:

$$\dot{x} = x - 3y$$

$$\dot{y} = 3x + y$$