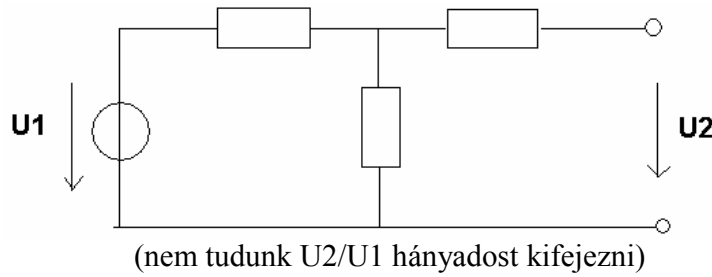
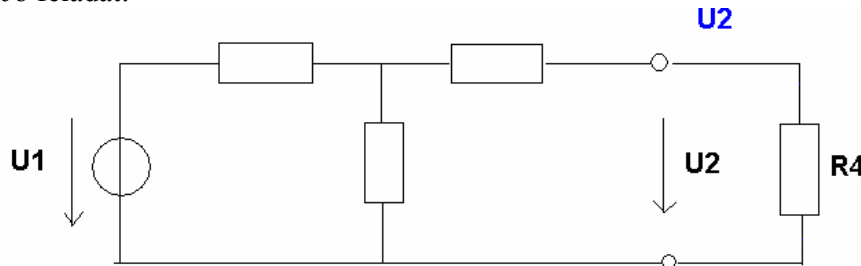


Rossz feladat:



lezáratlan
"kétkapu"

Jó feladat:



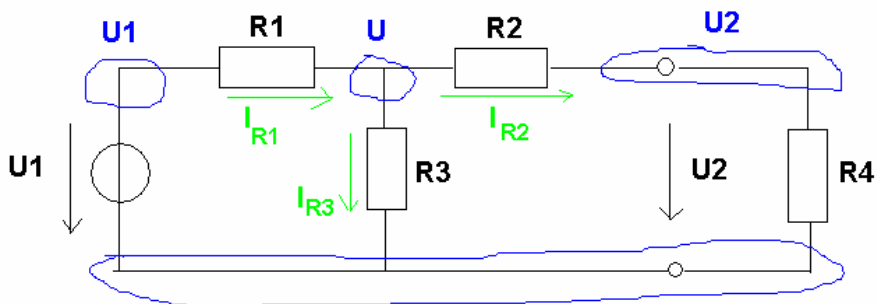
lezárt
"kétkapu"

Feladat: $U2/U1 = ?$

Megoldás

1. egyenlet:

$U1$ -től indulunk, cél az $U2$, de előbb csak U -ba jutunk el. Tehát keressük a kapcsolatot $U1$ és U között. Erre az U csomópontra felírt csomóponti egyenlet ad lehetőséget., mert a csomópontba befolyó és kifolyó áramoknak meg kell egyezniük.



$$I_{R1} - I_{R3} = I_{R2}$$

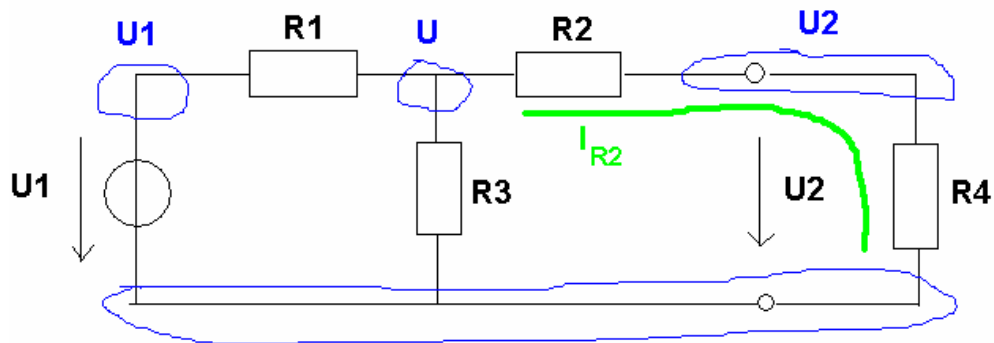
//A zölddel jelölt áramok.

$$\frac{U1 - U}{R1} - \frac{U}{R3} = \frac{U - U2}{R2}$$

//Az áramok a feszültségek (potenciálkülönbségek) és az ellenállások hányadosaként kifejezve.

2. egyenlet:

Az U és az U_2 között az $I_{R_2} = I_{R_4}$ áram teremt kapcsolatot, mert R_2 -n és R_4 -en is ugyanaz az áram folyik.



$$I_{R_2} = I_{R_4}$$

$$\frac{U - U_2}{R_2} = \frac{U_2}{R_4}$$

Most már csak meg kell oldani a 2 egyenletből álló egyenletrendszert:

$$\left. \begin{array}{l} \text{1. egyenlet: } \frac{U_1 - U}{R_1} - \frac{U}{R_3} = \frac{U - U_2}{R_2} \\ \text{2. egyenlet: } \frac{U - U_2}{R_2} = \frac{U_2}{R_4} \end{array} \right\}$$

„Innentől már csak matek.“ – többet nem is rajzolok.

2.-ből kifejezzük U -t:

$$\frac{U}{R_2} - \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_2}{R_4} \quad // \text{törtet szétbontottuk (fordítottja annak, amikor közös nevezőre hozzuk)}$$

$$\frac{U}{R_2} = \frac{U_2}{R_4} + \frac{U_2}{R_2} \quad // +U_2/R_2 \text{-t hozzáadtunk az egyenlet mindkét oldalához}$$

$$\frac{U}{R_2} = U_2 \cdot \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} \right) \quad // U_2\text{-t kiemeltük a jobb oldalon}$$

$$U = U_2 \cdot \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot R_2 = U_2 \cdot \left(\frac{R_2 + R_4}{R_2 \cdot R_4} \right) \cdot R_2 = U_2 \cdot \frac{R_2 + R_4}{R_4}$$

$$U = \frac{R_2 + R_4}{R_4} \cdot U_2 \quad // \text{ezt fogjuk behelyettesíteni az 1. egyenletbe, de előbb egyszerűsítsük az 1. egyenletet is}$$

$$1. \text{ egyenlet: } \frac{U_1 - U}{R_1} - \frac{U}{R_3} = \frac{U - U_2}{R_2}$$

$$\frac{U_1}{R_1} - \frac{U}{R_1} - \frac{U}{R_3} = \frac{U}{R_2} - \frac{U_2}{R_2} \quad //\text{tört szétbontva}$$

$$\frac{U_1}{R_1} - \frac{U}{R_1} - \frac{U}{R_3} - \frac{U}{R_2} = -\frac{U_2}{R_2} \quad //U \text{ egy oldalra hozva}$$

$$\frac{U_1}{R_1} - U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) = -\frac{U_2}{R_2} \quad //U \text{ kiemelése}$$

$$2. \text{ egyenlet: } \frac{U}{R_2 + R_4} = \frac{U_2}{R_4} \quad //\text{ezt fogjuk behelyettesíteni az előző alakba}$$

$$\frac{U_1}{R_1} - \left(\frac{R_2 + R_4}{R_4} \cdot U_2 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) = -\frac{U_2}{R_2} \quad //\text{most már csak } U_1 \text{ és } U_2 \text{ ismeretlen!}$$

$$\frac{U_1}{R_1} - U_2 \cdot \left(\frac{R_2 + R_4}{R_4} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) = -\frac{U_2}{R_2} \quad //\text{kicsit átrendeztem}$$

$$\frac{U_1}{R_1} = -\frac{U_2}{R_2} + U_2 \cdot \left(\frac{R_2 + R_4}{R_4} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) \quad //\text{átvittem az } U_2\text{-s kifejezést a jobb oldalra}$$

$$\frac{U_1}{R_1} = U_2 \cdot \left[-\frac{1}{R_2} + \left(\frac{R_2 + R_4}{R_4} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) \right] \quad //U_2 \text{ kiemelése}$$

$\frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{\left[-\frac{1}{R_2} + \left(\frac{R_2 + R_4}{R_4} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) \right]} = \frac{U_2}{U_1}$	//U1-gyel osztottam, a jobb oldalon az U2 melletti kifejezést pedig átvittem a bal oldalra (azzal is osztottam)
---	---

Ez a megoldás, csak be kell ütni számológépbe az R értékeit. :)

Ha ilyet ad ZH-n a tanár, akkor célszerű az R értékeket mihamarabb behelyettesíteni, mert leegyszerűsíti a kifejezéseket!

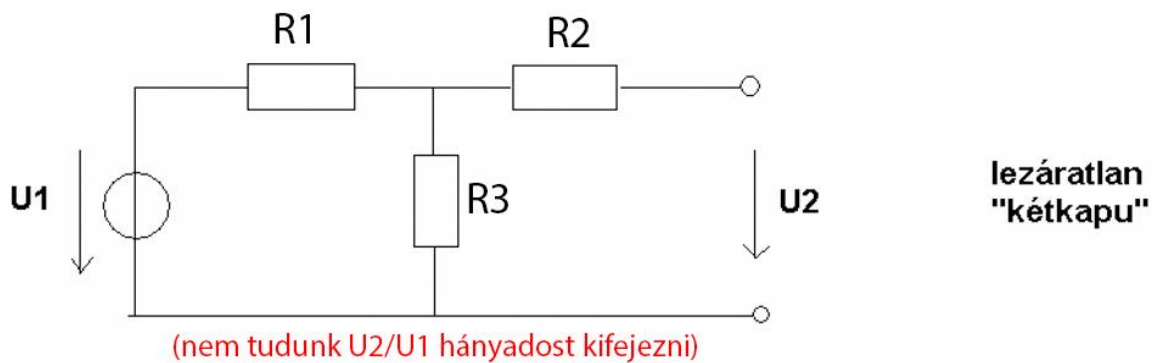
Sok sikert holnap!!!

Bogdán

Ui: A ZH aljára majd ne felejtsetek odaírni, hogy „Bogdánnak jár +1 pont a felkészítésért“. :)

Kösz!

Javítás: A „Rossz feladat” megoldása



De ki lehet fejezni az U_2/U_1 hányadost. Üresjárásban az R_2 kiesik, ezáltal az U_2 teljes mértékben az R_3 -mas ellenálláson fog esni. Az átvitel egyszerűen meghatározható több módszerrel.

Feszültségosztóval:

$$U_2 = U_1 * \frac{R_3}{R_3 + R_1}$$

$$H = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_3}{R_3 + R_1}$$

Csomóponti potenciálokkal:

$$\frac{U_1 - U_2}{R_1} - \frac{U_2}{R_3} = 0$$

$$R_3 U_1 - (R_3 + R_1) U_2 = 0$$

$$H = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_3}{R_3 + R_1}$$

Ohm törvénnyel:

$$I = \frac{U_1}{R_3 + R_1}$$

$$U_2 = R_3 * I$$

$$U_2 = R_3 * \frac{U_1}{R_3 + R_1}$$

$$H = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_3}{R_3 + R_1}$$

Ui: Bogdának nem jár +1 pont, mert nem tudja megoldani ezt a feladatot.

Ricsi