1. Egy soros RLC rezgőkörre feszültségforrást kapcsolunk. Az elemek értékei $R = 3\text{k}\Omega, L = 10H, C = 5\mu\text{F}$.

a) Adja meg a rendszer átviteli függvényét *normálalakban*, ha a gerjesztés a feszültségforrás feszültsége, a válasz a tekercs árama! Ábrázolja a pólus-zérus elrendezést! (3 pont)

$$H(s) = \frac{\frac{1}{L}s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} = \textbf{(1 pont)}$$

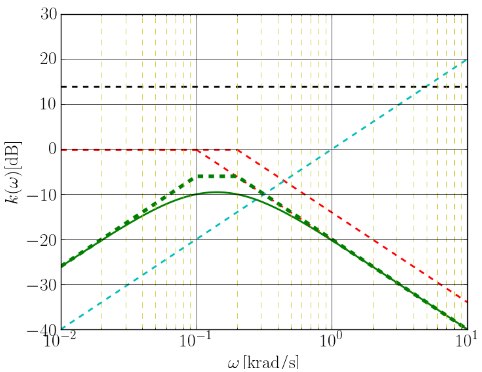
$$= \frac{0{,}1s}{s^2 + 0{,}3s + 0{,}02}\textbf{(1 pont)}$$

$$z = 0, s_1 = -0{,}1, s_2 = -0{,}2.\textbf{(1 pont)}$$

b) Ábrázolja a rendszer amplitúdókarakterisztikájának Bode-diagramját törtvonalas közelítéssel! (2 pont)

$$H(j\omega) = \frac{0{,}1}{0{,}1\,0{,}2}\frac{j\omega}{(j\omega/0{,}1+1)(j\omega/0{,}2+1)} = 5\frac{j\omega}{(j\omega/0{,}1+1)(j\omega/0{,}2+1)}$$

- töréspontok jó helyen (0,1-ben és 0,2-ben): **(1 pont)**
- jó elhelyezés a függőleges tengelyen (erősítés 0,1-ben: -6dB) vagy jó képlet: **(1 pont)**



Az elemek valamely más értékei mellett a rendszer átviteli függvénye $H(s) = \frac{4s}{s^2+7s+12}$. *A továbbiakban ezzel számoljon!*

c) Adja meg a rendszer impulzusválaszát! (2 pont)

$$H(s) = \frac{-12}{s+3} + \frac{16}{s+4}\textbf{(1 pont)}$$

$$h(t) = \left(-12\mathrm{e}^{-3t} + 16\mathrm{e}^{-4t}\right)\varepsilon(t)\textbf{(1 pont)}$$

d) Adja meg a FI rendszer válaszát az $x(t) = \cos(\omega t)$ gerjesztésre, ahol $\omega = 10\pi\frac{krad}{s}$. (2 pont)

$$H(j\omega) = \frac{40\pi j}{-100\pi.^2 + 70\pi j + 12} = 0{,}0277 - 0{,}1227j = 0.126\mathrm{e}^{-1{,}35j}\textbf{(1 pont)}$$

$$y(t) = 0{,}126\cos(\omega t - 1{,}35) = 0{,}126\cos(\omega t - 77{,}35^\circ)\textbf{(1 pont)}$$

e) Határozza meg a rendszer diszkrét idejű szimulátorának átviteli függvényét az impulzusválasz szimulációja alapján! A mintavételezési idő $T_d = 0{,}05$ms. Adja meg a szimuláló DI rendszer válaszát az $x[k] = \cos(k\frac{\pi}{2})$ gerjesztésre! (6 pont)

$$h[k] = T_d\varepsilon[k]h(kT_d) = \left(-12T_d\mathrm{e}^{-3T_dk} + 16T_d\mathrm{e}^{-4T_dk}\right)\varepsilon[k] =$$

$$= \left(-0{,}6\mathrm{e}^{-0{,}15k} + 0{,}8\mathrm{e}^{-0{,}2k}\right)\varepsilon[k] = \textbf{(1 pont)}$$

$$= \left(-0{,}6(0{,}86)^k + 0{,}8(0{,}82)^k\right)\varepsilon[k]\textbf{(1 pont)}$$

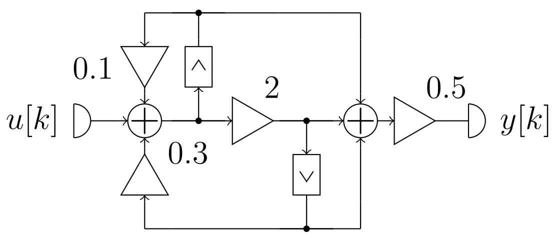
$$H(z) = -0{,}6\frac{z}{z-0{,}86} + 0{,}8\frac{z}{z-0{,}82} = \textbf{(1 pont)}$$

$$= \frac{0{,}2 - 0{,}196z^{-1}}{1 - 1{,}68z^{-1} + 0{,}7z^{-2}}\textbf{(1 pont)}$$

$$H(\mathrm{e}^{j\vartheta}) = \frac{0{,}2 + 0{,}196j}{1 + 1{,}68j - 0{,}7} = 0{,}1337 - 0.095 = 0.164\mathrm{e}^{-0{,}62j}\textbf{(1 pont)}$$

$$y[k] = 0{,}164\cos(k\pi - 0{,}62) = 0{,}164\cos(k\pi - 35{,}45^\circ)\textbf{(1 pont)}$$

2. Egy diszkrét idejű rendszert az alábbi jelfolyam típusú hálózat reprezentál:



a) Vegyen fel állapotváltozókat, jelölje őket az ábrában! Adja meg a rendszer állapotváltozós leírásának normálalakját! Adja meg a rendszermátrix sajátértékeit! Aszimptotikusan stabilis-e a rendszer? (5 pont)

$$x_1[k+1] = 0{,}1x_1[k] + 0{,}3x_2[k] + u[k]\textbf{(1 pont)}$$

$$x_2[k+1] = 0{,}2x_1[k] + 0{,}6x_2[k] + 2u[k]\textbf{(1 pont)}$$

$$y[k] = 0{,}6x_1[k] + 0{,}8x_2[k] + u[k]\textbf{(1 pont)}$$

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0{,}7\textbf{(1 pont)}$$

A rendszer asz. stabilis, mert $0{,}7 < 1$ **(1 pont)**

b) Adja meg a rendszer átviteli függvényét normálalakban! (3 pont)

$$zX_1 = 0{,}1X_1 + 0{,}3X_2 + U$$

$$zX_2 = 0{,}2X_1 + 0{,}6X_2 + 2U$$

$$Y = 0{,}6X_1 + 0{,}8X_2 + U\textbf{(1 pont)}$$

$$Y(z-0{,}7) = U(z+1{,}5)\textbf{(1 pont)}$$

$$H(z) = \frac{z+1{,}5}{z-0{,}7} = \frac{1+1{,}5z^{-1}}{1-0{,}7z^{-1}}\textbf{(1 pont)}$$

Valamely más erősítés-értékek mellett a rendszer átviteli függvénye $H(z) = \dfrac{4+6z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}$. *A továbbiakban ezzel számoljon!*

c) Határozza meg a rendszer impulzusválaszának értékét az első 5 ütemben! (2 pont)

$$h[k] = \{4, 8, 4, 2, 1, ...\}$$

(tetszőleges módszerrel megoldható: inverz z, polinomosztás, RE behellyettesítés, ÁVL behelyettesítés)
- jó számolás **(1 pont)**
- jó végeredmény **(1 pont)**

d) Határozza meg a rendszer $u[k] = \sin(k\pi) + \varepsilon[k]$ gerjesztésre adott válaszát! (5 pont)
A szinuszos összetevőre:

$$\vartheta = \pi, H(e^{j\vartheta}) = \frac{4e^{j\pi}+6}{e^{j\pi}-0.5} = \frac{-4+6}{-1-0.5} = -\frac{4}{3}\textbf{(1 pont)}$$

$$y_1[k] = -\frac{4}{3}sin(k\pi)\textbf{(1 pont)}$$

VAGY: aki szemfüles volt annak: $\sin(k\pi) \equiv 0$, tehát $y_1[k] = 0$!! **(2 pont)**

Az egységugrásra:

$$Y(z) = \frac{z}{z-1}\frac{4z+6}{z-0{,}5} = \textbf{(1 pont)}$$

$$= 4 + z^{-1}\left(\frac{20z}{z-1} + \frac{-8z}{z-0{,}5}\right)\textbf{(1 pont)}$$

$$y_2[k] = 4\delta[k] + 20\varepsilon[k-1] - 8\varepsilon[k-1](0{,}5)^{k-1} = 20\varepsilon[k] - 16\varepsilon[k](0{,}5)^k$$

(1 pont)

$$y[k] = -\frac{4}{3}\sin(k\pi) + 4\delta[k] + 20\varepsilon[k-1] - 8\varepsilon[k-1](0{,}5)^{k-1} =$$

$$= -\frac{4}{3}\sin(k\pi) + 20\varepsilon[k] - 16\varepsilon[k](0{,}5)^k$$