

1. feladat (25 pont)

$$f(x) = \frac{\sin(x+1)}{1-x^2} \quad (\mathbb{R} \text{ lehető legbővebb részhalmazán értelmezve})$$

Vizsgálja meg, hogy az f függvény hol folytonos, hol nem, és a szakadási helyeken a bal és jobboldali határértékek kiszámolása után állapítsa meg azok jellegét!

2. feladat (7+7=14 pont)

Határozza meg a következő függvények deriváltját! (Számolási szabályokkal.)

$$(a) \quad f(x) = \sqrt{x} \cdot \operatorname{arch}(x^3 + 5) \qquad (b) \quad g(x) = \frac{x^2 \ln(x)}{x^4 + 1}$$

3. feladat (9+17=26 pont)

Határozza meg a következő határértékeket!

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{e^{5x} - 1} = ? \qquad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln(x)} - \frac{x}{x-1} \right) = ?$$

4. feladat (15+20=35 pont)

$$f(x) = \frac{x^2}{1+x}; \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \qquad g(x) = (1-x)e^x; \quad D_g = \mathbb{R}$$

(a) Vizsgálja meg az f függvényt monotonitás szempontjából! Határozza meg a legbővebb monotonitási intervallumokat, a lokális szélsőértékeket és azok típusát!

(b) Vizsgálja meg a g függvényt konvexitás szempontjából! Határozza meg a legbővebb konvexitási/konkavitási intervallumokat és az inflexiós pontokat!

5. feladat (10 pont, IMSC-seknek javasolt.)

Határozza meg a következő függvény deriváltját minden $x \in \mathbb{R}$ pontban!

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right), & \text{ha } x \neq 0; \\ 0, & \text{ha } x = 0. \end{cases}$$