

## Analízis(1) VD1 (A kurzus)

1999. december 20.

### 1. feladat(30p)

Legyen  $f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^2}$ . Milyen intervallumokon monoton  $f(x)$ ? Konvergens-e a  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k(\ln k)^2}$  sor? Irja le és bizonyítsa a sor konvergenciájára vonatkozó integralkritériumot (a sor konvergenciájának elegendő feltétele)!

### 2. (25p)

Milyen  $a, b$  paraméterekre differenciálható minden  $x$ -re  $f(x)$ , ha

$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{2x}} & \text{ha } x > 0 \\ ax + b & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = ? \text{ es } f'(0) = ?$$

### 3. (10p)

Legyen  $a_n > 0$  es  $b_n > 0$ . Biz. be, hogy ha  $a_n = \theta(b_n)$ , akkor  $\frac{1}{a_n} = \theta\left(\frac{1}{b_n}\right)$

### 4. (15p)

Az  $u = \sin x$ ,  $u = \operatorname{sh} x$ ,  $u = \operatorname{ch} x$  helyettesítések közül valassa ki a megfelelőt es számolja ki az alábbi integrált:  $\int \sqrt{1+u^2} du = ?$

### 5. (20p)

Irja le a Riemann integrálhatóság egyik szükséges es elegendő feltételeit. A felhasznált fogalmakat magyarázza meg! Bizonyítsa be, hogy folytonos függvény Riemann-integrálható.

Ezt a  $\LaTeX$ /PDF verziót készítette Visontay Péter (sentinel@sch.bme.hu)  
InfoSite: <http://info.sch.bme.hu>