

Vizsgafeladatok II. éves villamosmérnök hallgatóknak
1998. május 28-án 10:00-kor

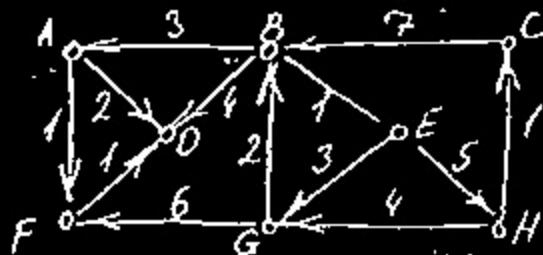
1. Hagyjunk el egy $2n$ pontú teljes gráfból n darab független élt! Hány darab 3 hosszú kör lesz a maradék gráfban?

2. Egy nemzetközi konferencián az elnökségbe csak olyan küldöttek választhatók, akiknek az országa legalább hat másik jelenlevő országgal szomszédos. Bizonyítsuk be, hogy van olyan küldött, aki biztos nem választható be az elnökségbe!

3. Mutassuk meg, hogy egy n pontú, $(n/2)$ -szeresen összefüggő gráfban van Hamilton-kör!

4. Bizonyítsuk be, hogy egy n pontú, e élű reguláris gráfban $\chi \leq 1 + (2e/n)$ teljesül!

5. Határozzuk meg a mellékelt PERT-diagramban az össz-ídot és a kritikus tevékenységeket!



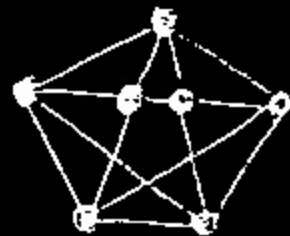
6. Mi az alábbi probléma bonyolultsága: Input: Egy G gráf és 25 kitüntetett él. Kérdés: Létezik-e G -ben olyan Hamilton-kör, mely ezeken mind átmegy?

7. Mutassuk meg, hogy $2^{1998} + 1$ osztható $(2^{54} + 1)$ -gyel!

Vizsgafeladatok II. éves villamosmérnök hallgatóknak
1998. június 3-án 8:00-kor

1. Hányféleképp dobhatunk tízszer egymás után egy szabályos dobókockával úgy, hogy bármely két egymást követő dobás eredményének az összege páratlan legyen?

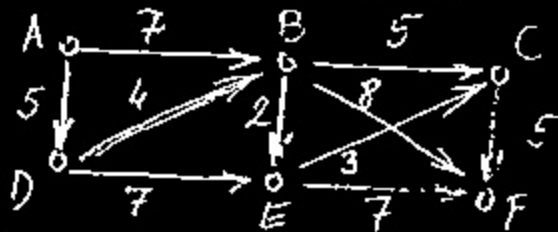
2. Sikbarajzolható-e a mellékelt gráf? Ha igen, rajzolja le egyenes szakaszokkal, kereszteződés nélkül, és adja meg a duálisát is. Ha nem, bizonyítsa ezt be!



3. Színezzük meg a K_{2n+1} teljes gráf éleit a lehető legkevesebb számú színnel! Minden színt megfeleltetünk egy-egy különböző pozitív súlynak (pl. minden piros él súlya legyen 1, minden kéké 2 stb.) Mutassuk meg, hogy a legolcsóbb kifeszítő fa tartalmaz t darab egyforma színű élt!

4. Bizonyítsuk be, hogy egy n pontú perfekt gráfban $n \leq \alpha\omega$ teljesül!

5. Határozzuk meg a mellékelt PERT-diagrammban az össz-időt és a kritikus tevékenységeket!



6. Mi az alábbi probléma bonyolultsága: **Input:** Egy G gráf. **Kérdés:** Igaz-e, hogy tetszőleges két élén át vezet kör (más élpárokra esetleg más kör)?

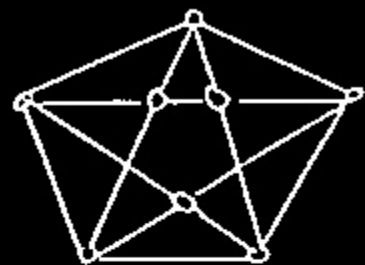
7. Igaz-e, hogy minden pozitív egész k -hoz létezik olyan n , hogy $d(n)=k$ teljesüljön?

8. A D_k csoportban maximum mekkora rendű kommutatív részcsoport található?

Vizsgafeladatok II. éves villamosmérnök hallgatóknak
1998. június 10-én 8:00-kor

1. Hányféleképp helyezhetünk el a sakktáblán 8 hástyát úgy, hogy pontosan kettő üsse egymást?

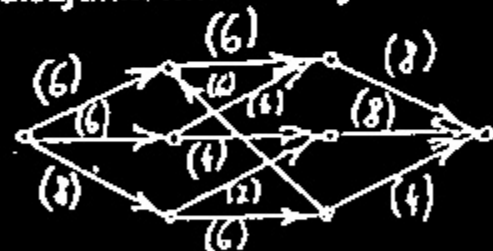
2. Sikbarajzolható-e a mellékelt gráf? Ha igen, rajzolja le egyenes szakaszokkal, kereszteződés nélkül, és adja meg a duálisát is. Ha nem, bizonyítsa ezt be!



3. Legyen a G gráf ponthalmaza $\{x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_m, z_1, z_2, \dots, z_n\}$ és élhalmaza az összes $\{x_i, y_j\}, \{x_k, z_l\}, \{y_m, z_p\}$ alakú pár. (Szemléletesen: hagyjunk el egy $3n$ pontú teljes gráfból három pontdiszjunkt n pontú teljes részgráfot) Mutassuk meg, hogy G tartalmaz Hamilton-kört!

4. A G egyszerű gráf bármely három pontja vagy 1, vagy 3 élű részgráfot feszít ki. Bizonyítsuk be, hogy G vagy klikk, vagy két pontdiszjunkt klikk únioja!

5. Adjunk meg a mellékelt hálózatban egy maximális értékű folyamatot! Bizonyítsuk is be, hogy maximális!



6. Mi az alábbi probléma bonyolultsága: Input: Egy összefüggő, egyszerű G gráf és egy $X \subseteq E(G)$ részhalmaz. Kérdés: Létezik-e G -ben olyan fa, melyben pontosan 2 darab X -beli él van?

7. Mutassuk meg, hogy $3^n + 1$ az n szám semmilyen értékére nem osztható 8-cal!

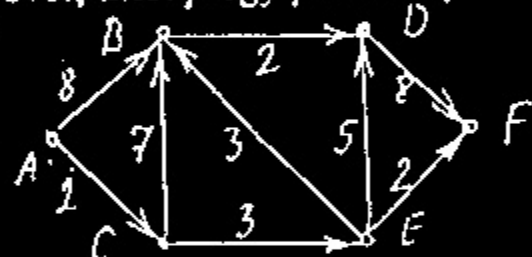
8. Bizonyítsuk be, hogy egy tetszőleges Abel-csoportban két elem szorzatának a rendje nem lehet nagyobb, mint a két elem rendjének a szorzata!

Vizsgafeladatok II. éves villamosmérnök hallgatóknak
1998. június 24-én 8:00-kor

1. Hány különböző teljes párosítás található egy n pontú teljes gráfban?
2. Van-e olyan, nem síkbarajzolható páros gráf, mely sem $K_{3,3}$ -at, sem annak a soros bővítéseit nem tartalmazza?
3. Legfeljebb mekkora lehet egy egyszerű, összefüggő n -pontú gráfban a legnagyobb és a legkisebb fokszám közötti különbség?

4. Legyen a μ -pontú G gráf izomorf a komplementerével, ahol μ egy páratlan prím. Mutassuk meg, hogy G -ben van $(\mu - 1)/2$ fokú pont!

5. Határozzuk meg a mellékelt PERT-diagrammban az össz-ídot és a kritikus tevékenéseket!



6. Mi az alábbi probléma bonyolultsága: **Input:** Egy összefüggő, egyszerű G gráf, egy $X \subseteq E(G)$ részhalmaz és egy k szám. **Kérdés:** Van-e G -nek olyan fája, mely legalább k darab X -beli élt tartalmaz?

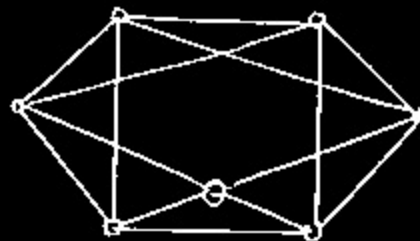
7. Az 1, 2, 4, 8, ..., 128 kg tömegű, egyforma külsejű golyók közül minimum hány méréssel található meg a 128 kg-os? Kétkarú mérlegünk van, egy-egy serpenyőjébe egyszerre akárhány golyó elfér.)

8. Igaz-e bármely csoport bármely e, x, y elemére, hogy ha $xe=ey$, akkor $x=y$?

Vizsgafeladatok II. éves villamosmérnök hallgatóknak
1998. július 1-jén 8:00-kor

1. Hány szigorúan monoton csökkenő négytagú számsorozat választható ki az $\{1, 2, \dots, 1998\}$ számhalmazból?

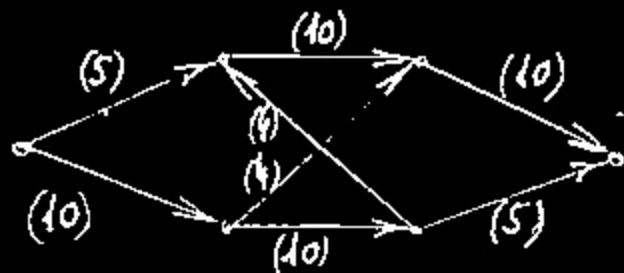
2. Síkbarajzolható-e a mellékelt gráf? Ha igen, rajzolja le egyenes szakaszokkal, kereszteződés nélkül, és adja meg a duálisát is. Ha nem, bizonyítsa ezt be!



3. Mely fákra igaz, hogy tetszőleges két elsőfokú pont távolsága ugyanannyi?

4. Mutassuk meg, hogy ha egy páros gráfban teljesül a Hamilton-kör létezéséhez elégséges Dirac-tétel feltétele, akkor a gráf egy teljes páros gráf!

5. Adjunk meg a mellékelt hálózatban egy maximális értékű folyamot! Bizonyítsuk is be, hogy maximális!



6. Mi az alábbi probléma bonyolultsága:

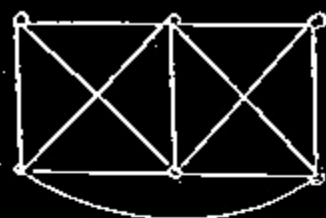
Input: Egy G gráf. Kérdés: Lefedhető-e $V(G)$ 1998 darab diszjunkt klikkel?

7. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges k -ra $k(2k+1)(7k+1)$ osztható 6-tal!

8. Igaz-e bármely csoportban, hogy ha $abhx = e$, akkor $x = a^{-1}b^{-1}$?

1. Hányféleképp ülhet le egymás mellé egy hosszú padon n házaspár úgy, hogy a házastársak egymás mellett legyenek?

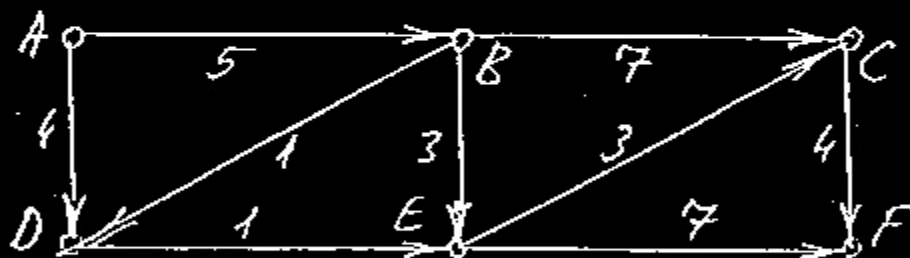
2. Síkbarajzolható-e a mellékelt gráf? Ha igen, rajzolja le egyenes szakaszokkal, kereszteződés nélkül, és adja meg a duálisát is. Ha nem, bizonyítsa ezt be!



3. Legyen a G gráf ponthalmaza $\{1, 2, \dots, 2000\}$ és élhalmaza az összes olyan $\{x, y\}$ pár, ahol x, y egyike sem osztója a másiknak. Határozzuk meg $v(G)$ értékét, vagyis a független élek maximális számát!

4. A G gráf k darab teljes gráf pontdiszjunkt egyesítése. Mennyi a komplementerének a klikkszáma?

5. Határozzuk meg a mellékelt PERT-diagrammban az össz-időt és a kritikus tevékenységeket!



6. Mi az alábbi probléma bonyolultsága: Input: Egy gráf. Kérdés: Kiszínezhetőek-e a pontjai három színnel úgy, hogy az egyik színt maximum 5 pont kaphatja?

7. Keressük meg az $1, 102, 203, 304, \dots$ és a $2, 105, 208, 311, \dots$ számtani sorozatok legkisebb közös elemét!