

Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika

2. ZH

2018 ősz, 2018.11.29 18:00

Munkaidő: 90 perc. A nulladik feladat 0 pontos, a többi mind 9 pontot ér.

0. Írja rá a ZH-ra a *gyakorlatvezető nevét* és a *gyakorlat időpontját* (meg persze a saját nevét és Neptun-kódját is). Lehetséges helyes megoldások: Prokaj Rudolf, kedd 14-16 (E402) ; Prokaj Rudolf, csütörtök 14-16 (E402) ; Rokob Sándor, csütörtök 10-12 (R507); Rokob Sándor, péntek 10-12 (R515)

1. Egy bankjegykiadó automata által kiadható legkisebb összeg 1.000 Ft, a legnagyobb 100.000 Ft. Az egyes emberek által felvett összegek függetlenek egymástól, az átlaguk 35.000 Ft. Az automatát egy hétvégén – feltöltéstől feltöltésig – 400 ember használja. Mennyi pénzzel töltsék fel a hétvége előtt, hogy az igényeket legalább 0,999 valószínűséggel ki tudja szolgálni?
2. Egy iskolába 1000 gyerek jár. Mindegyik kezébe vesz egy szabályos dobókockát, és addig dobál vele, amíg ki nem jön egy hatos. Adjunk nagy eltérés becslést annak a valószínűségére, hogy összesen 5000 dobás elegendő.

(Segítség: a p paraméterű Bernoulli eloszlás Cramér féle rátafüggvénye

$$I(x) = x \ln \left(\frac{x}{1-x} \frac{1-p}{p} \right) + \ln \left(\frac{1-x}{1-p} \right)$$

(ha $0 < x < 1$). A p paraméterű (optimista) geometriai eloszlás Cramér féle rátafüggvénye

$$I(x) = x \ln \left(\frac{x-1}{x} \frac{1}{1-p} \right) + \ln \left(\frac{1-p}{p x - 1} \right)$$

(ha $x > 1$).)

3. Juliska nem tud választani a szőke, a barna és a vörös szín közül, ezért minden este átfesti a haját. A szőke után $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ valószínűséggel következik a barna és a vörös, a barna után szintén $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ valószínűséggel a szőke és a vörös, az előzményektől függetlenül. A vörös után viszont mindig barna jön.
- (a) Juliska december 16-án reggel barna volt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy december 19-én reggel megint (vagy még mindig) barna lesz?
- (b) Juliska december 16-án reggel barna volt. Közelítőleg számoljuk ki annak a valószínűségét, hogy jövő december 16-án reggel éppen szőke lesz.
- (c) Juliskának a vörös és a barna hajfesték egyaránt 800 Ft-jába kerül, a szőke viszont 1200-ba. Mennyi Juliska átlagos napi hajfesték-költsége hosszú távon?
4. Pistike csillárjában három égő van, melyek élettartamai független azonos exponenciális eloszlású val.változók 1 év várható értékkel. Ha egy vagy két égő kiég, Pistike nem törődik vele, de ha kiég a harmadik is, akkor az összeset azonnal kicseréli. (Vagyis 0 működő égő soha nincs a csillárban, az „egy működik” állapotból csak a „mind működik” állapotba van ugrás.)
- a.) Modellezzük a működő égők számát folytonos idejű Markov láncsal. Az időt mérjük években. Rajzoljuk fel a gráfrepresentációt és írjuk fel az infinitezimális generátort, *nagyon odafigyelve az egyes állapotokban a tartózkodási idő paraméterekre.*

- b.) Tegnap 20:00-kor minden égő működött. Közelítőleg mennyi a valószínűsége, hogy ma 20:00-kor pontosan kettő fog működni?
- c.) Tegnap 20:00-kor minden égő működött. Közelítőleg mennyi a valószínűsége, hogy tíz év múlva ugyanezen a napon 20:00-kor pontosan kettő fog működni?
5. Két nagy elektromos ellenállásról szeretnénk eldönteni, hogy melyik a nagyobb. Sajnos az ellenállást mérni csak hibával terheltén tudjuk: a műszerünk által mutatott érték egy valószínűségi változó, aminek a várható értéke a tényleges ellenállás, a szórása pedig $8M\Omega$. Ezért aztán mindkét ellenálláson több mérést is végeztünk, és a következő értékeket kaptuk ($M\Omega$ -ban).

A ellenállás	758	772	745	765	764	747	764	751	765
B ellenállás	753	764	758	764	772	767			

Döntsünk 99%-os szinten arról a hipotézisről, hogy az A ellenállás legalább akkora, mint a B .

Segítség: Az A ellenálláshoz tartozó adatsor átlaga 759, korrigált tapasztalati szórásnégyzete 87. A B ellenálláshoz tartozó adatsor átlaga 763, korrigált tapasztalati szórásnégyzete 44.8.