JAVÍTÁSI PÉLDÁNY
(CSAK EGÉSZ PONTSZÁM ADHATÓ)

<u>1. nagypélda</u>

Egy DI rendszer impulzusválasza: $h[k] = A\,\delta[k] + \varepsilon[k-1]\,B\,\beta^k$.

a) Adja meg a valós A, B és β paraméterekre annak a feltételét, hogy a rendszer átviteli karakterisztikája értelmezhető legyen! (2 pont)

A továbbiakban számoljon az A = 0, B = 4, β = 0,5 paraméter értékekkel!

b) Számítsa ki a rendszer átviteli karakterisztikáját, és írja fel normál alakban! (4 pont)

A rendszer bemeneti jele a 4 periódus idejű DI jel, melynek kifejezése $-2 < k \le 2$ -re $u[k] = 10\,|k|$.

c) Vázolja a jelet a $-4 \le k \le 4$ változó értékekre! (2 pont)

d) Adja meg a bemeneti jel valós alakú Fourier sorát! (8 pont)

e) Adja meg a válaszjel valós alakú Fourier sorát! (4 pont)

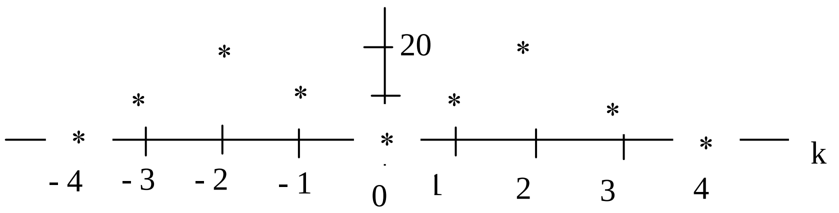
---

a) A, B tetszőleges, $|\beta| < 1$ $\boxed{\text{2 pont}}$

(vagy A, β tetszőleges, B = 0)

b $h[k] = 4\,\varepsilon[k-1]\,0{,}5\,(0{,}5)^{k-1} = 2\,\varepsilon[k-1]\,(0{,}5)^{k-1}$ $\quad H\left(e^{j\vartheta}\right) = \dfrac{2\,e^{-j\vartheta}}{1-0{,}5\,e^{-j\vartheta}}$ $\boxed{\text{4 pont}}$

c)



$\boxed{\text{2 pont}}$

d $U_0^C = \dfrac{1}{4}\,[0 + 10 + 20 + 10] = 10$ $\qquad U_0 = 10$ $\qquad$ 1 pont

$$U_1^C = \frac{1}{4}\left[10\,e^{-j\frac{\pi}{2}} + 20\,e^{-j\pi} + 10\,e^{-j\frac{3\pi}{2}}\right] = \frac{1}{4}\,[-10\,j - 20 + 10\,j] = -5$$

$U_1 = 10,$ $\qquad \rho_1 = \pi$ $\qquad$ 3 pont

$$U_2^C = \frac{1}{4}\left[10\,e^{-j\pi} + 20\,e^{-j2\pi} + 10\,e^{-j3\pi}\right] = \frac{1}{4}\,[-10 + 20 - 10] = 0$$ 2 pont

$$u[k] = 10 + 10\cos\left(k\frac{\pi}{2} \pm \pi\right)$$ 2 pont, összesen $\boxed{\text{8 pont}}$

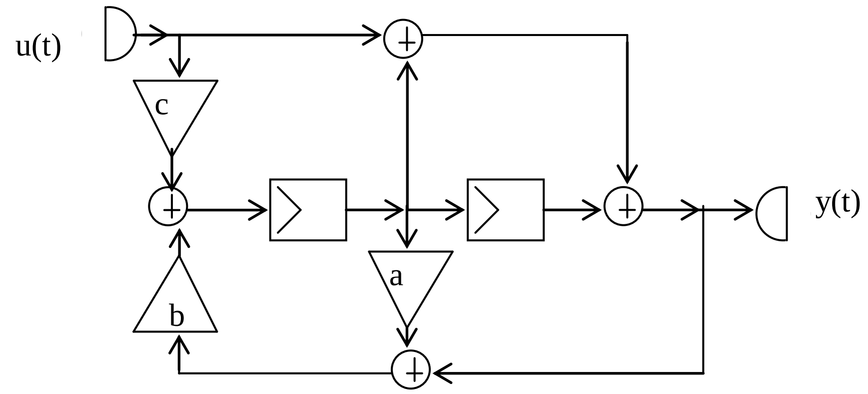
e $H\left(e^{j\vartheta}\right)\Big|_{\vartheta=0} = 4$ $\qquad H\left(e^{j\vartheta}\right)\Big|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}} = \dfrac{-2\,j}{1+j\,0{,}5} = 1{,}7889\,e^{-j\,2{,}0344}$ $\qquad$ 2 pont

$$y[k] = 40 + 17{,}889\cos\left(k\frac{\pi}{2} + 1{,}1071\right)$$ 2 pont, összesen $\boxed{\text{4 pont}}$

---

2. nagypélda

B



a) Határozza meg a jelfolyam hálózattal adott FI rendszer átviteli függvényét és írja fel normál alakban! (6 pont)

b) Az „a”, „b” és a „c” paraméterre vonatkozóan adja meg a hálózat stabilitásának feltételét! (4 pont)

Az „a”, „b” és a „c” paraméter valamely értéke mellett az átviteli függvény kifejezése:

$$H(s) = \frac{s^2 - 1{,}5}{s^2 + 2{,}5s + 1}$$

c) Adja meg az átviteli függvényt egy minimálfázisú, és egy mindent áteresztő rendszer átviteli függvényének szorzataként! (4 pont)

d) Számítsa ki a rendszer impulzusválaszát! (6 pont)

---

a P a baloldali integrátor kimenetén.

$$\left.\begin{aligned} sP &= c\,U + a\,b\,P + b\,Y \\ Y &= P + U + \frac{1}{s}P \end{aligned}\right\} \quad \text{(3 pont)} \qquad \left.\begin{aligned} (s - a\,b)\,P - b\,Y &= c\,U \\ (-s - 1)\,P + s\,Y &= s\,U \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &/ * (s+1) \\ &/ * (s - a\,b) \end{aligned}$$

$$Y(s^2 + (-a\,b - b)\,s - b) = U\,(s^2 + (-a\,b + c)\,s + c)$$

$$H(s) = \frac{s^2 + (c - a\,b)\,s + c}{s^2 - b\,(1+a)\,s - b}$$ 3 pont, összesen $\boxed{\text{6 pont}}$

b $b < 0$, $a > -1$, c tetszőleges $\boxed{\text{4 pont}}$

c $$H(s) = \frac{\left(s + \sqrt{1{,}5}\right)\left(s - \sqrt{1.5}\right)}{(s+2)\,(s+0{,}5)} = \frac{\left(s + \sqrt{1{,}5}\right)^2}{(s+2)\,(s+0{,}5)}\;\frac{s - \sqrt{1{,}5}}{s + \sqrt{1{,}5}}$$ 2 pont

$$H_{MF}(s) = \frac{s^2 + 2{,}4495\,s + 1{,}5}{s^2 + 2{,}5\,s + 1};\quad H_{MÁ}(s) = \frac{s - 1{,}2247}{s + 1{,}2247}$$ 2 pont, összesen $\boxed{\text{4 pont}}$

d $$H(s) = \frac{\left(s^2 + 2{,}5\,s + 1\right) - 2{,}5\,s - 2{,}5}{s^2 + 2{,}5\,s + 1} = 1 + \frac{-2{,}5\,s - 2{,}5}{(s+2)\,(s+0{,}5)}$$ 2 pont

$$H(s) = 1 + \frac{-1{,}6667}{s+2} + \frac{-0{,}8333}{s+0{,}5}$$ 2 pont

$$h(t) = \delta(t) - \varepsilon(t)\left(1{,}6667\,e^{-2t} + 0{,}8333\,e^{-0{,}5t}\right)$$ 2 pont, összesen $\boxed{\text{6 pont}}$

Kispéldák

1. Egy FI rendszer állapotmátrixának sajátértékei: $\lambda_1 = -0{,}8$; $\lambda_2 = 0{,}5$. Mit állíthatunk a rendszer aszimptotikus és GV stabilitásáról? Válaszát indokolja!

   Aszimptotikusan labilis: $\lambda_2 > 0$ 1 pont

   A GV stabilitás nem dönthető el. 1 pont, összesen $\boxed{\text{2 pont}}$

B

2. Adja meg az $x(t) = 6 \cos(0{,}1\,\pi\,t + 0{,}2) + 4 \cos(0{,}15\,\pi\,t - 0{,}1)$ periodikus FI jel periódusát!

$$T = \frac{2\pi}{0{,}05\,\pi} = 40$$ 2 pont

3. Egy FI rendszer átviteli függvénye: $H(z) = K\,\frac{1 + z^{-1} + a\,z^{-2}}{1 + 0{,}5\,z^{-1}}$. Adja meg az „a” és „K” paraméterekre annak a feltételét, hogy a rendszer véges impulzusválaszú legyen!

$a = 0{,}25$, K tetszőleges 2 pont

4. Egy 4 periódusú FI jel komplex Fourier együtthatói közül ismert: $X_0^C = 0$; $X_1^C = j$; $X_2^C = 1$. Írja fel a jel valós alakú másodrendű Fourier polinom közelítését!

$$x(t) \cong 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right) + 2\cos(\pi\,t)$$ 2 pont

5. Adja meg az $x[k] = \varepsilon[-k]\,2^k$ DI jel Fourier transzformáltját, ha lehetséges, illetve indokolja „nem lehetséges” válaszát

$$\sum_{k=-01}^{-\infty} 2^k\,e^{-j\vartheta k} = \sum_{p=0}^{\infty}\left(0{,}5\,e^{j\vartheta}\right)^p = \frac{1}{1-0{,}5\,e^{j\vartheta}} = \frac{-2\,e^{-j\vartheta}1}{1-2\,e^{-j\vartheta}}$$ 2 pont

6. Adja meg a $H(s) = \frac{3}{(s+2)^2}$ átviteli függvényű FI rendszer impulzusválaszát!

$h(t) = 3\,\varepsilon(t)\,t\,e^{-2t}$ 2 pont

7. Az x(t) FI jel Laplace transzformáltja X(s). Adja meg azt a belépő y(t) jelet, amelynek Laplace transzformáltja $X(s + \alpha)\left(1 - e^{-sT}\right)$! (T > 0)

$y(t) = \varepsilon(t)\,x(t)\,e^{-\alpha t} - \varepsilon(t - T)\,x(t - T)\,e^{-\alpha(t - T)}$ 2 pont

8. Az x(t) FI jel Fourier transzformáltja $X(j\omega)$. Adja meg az $y(t) = 2\,x(t)\cos(\Omega\,t)$ jel Fourier transzformáltját!

$Y(j\,\omega) = X\left(j(\omega - \Omega)\right) + X\left(j(\omega + \Omega)\right)$ 2 pont

9. Egy DI rendszer impulzusválasza $h[k] = \delta[k] + \varepsilon[k-1]\,1.1^k$. Adja meg a rendszer átviteli függvényét, ha létezik, illetve indokolja „nem létezik” válaszát!

$$H(z) = 2 + 1{,}1\,\frac{z^{-1}}{1-1{,}1\,z^{-1}} = \frac{2-1{,}1\,z^{-1}}{1-1{,}1\,z^{-1}}$$ 2 pont

10. Egy FI rendszer impulzusválasza $h(t) = \delta(t) + \varepsilon(t)\,e^{0.2\,t}$. Adja meg a rendszer átviteli karakterisztikáját, ha létezik, illetve indokolja „nem létezik” válaszát!

Nem létezik, h(t) nem abszolút integrálható, a rendszer GV labilis 2 pont