

Villamos energetika

BMEVIVEAC01

5. előadás

Dr. Ladányi József, egyetemi docens
BME-VIK - Villamos Energetika Tanszék
Villamos Művek és Környezet Csoport
Email: ladanyi.jozsef@vet.bme.hu
Tel.: +36 70 573 5027
V1. ép. IV. em. 411. szoba



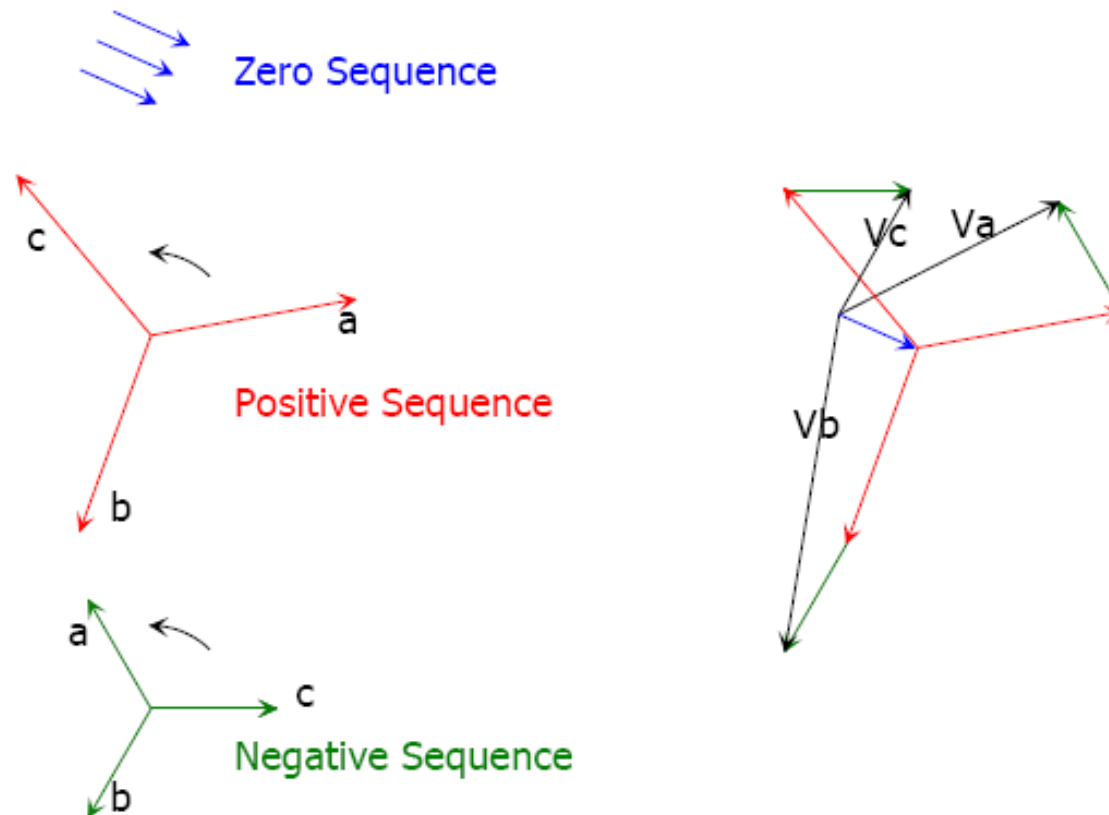
Villamos Energetika Tanszék
Villamos Művek és Környezet Csoport

Szimmetrikus összetevők módszerének alkalmazása

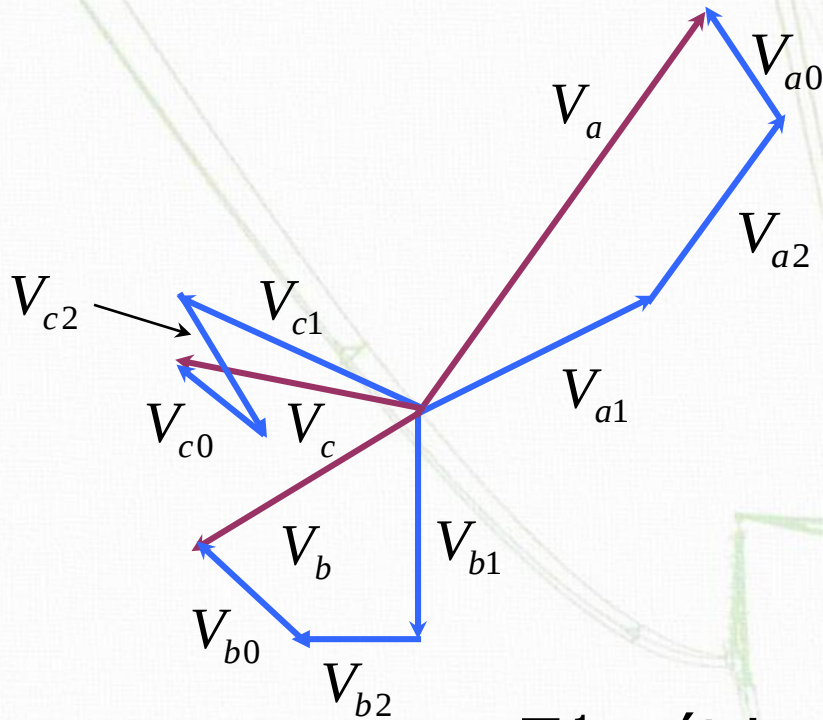
- Aszimmetrikus rendszer szimmetrizálására szolgáló módszer.
- Három fázisfeszültség ill. három fázisáram helyett azok szimmetrikus összetevőivel végezzük a számításokat (transzformáció).
- A háromfázisú hálózatot három, szimmetrikus összetevőkre vonatkozó, ún. „sorrendi hálózatokkal” helyettesítjük.
- Elvégezzük a számításokat a szimmetrikus összetevőkkel.
- A megoldásként kapott szimmetrikus összetevőkből előállítjuk a fázismennyiségeket (vissza transzformálás).

Szimmetrikus összetevők

"An unbalanced system of n related phasors can be resolved into n systems of balanced phasors called the symmetrical components of the original phasors. The n phasors of each set of components are equal in lengths, and the angles between adjacent phasors of the set are equal." – C.L. Fortescue, 1918



3F aszimmetrikus feszültség-rendszer szimmetrikus összetevő komponensei



$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0}$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0}$$

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0} = a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0}$$

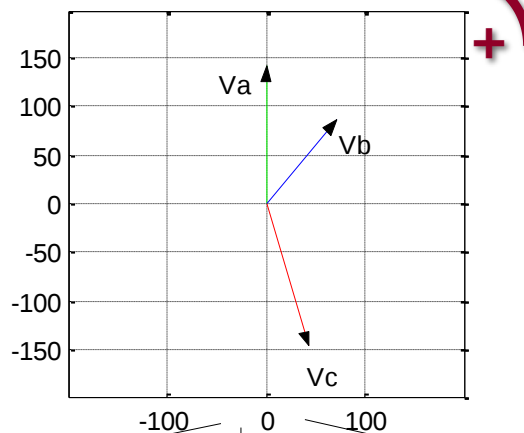
$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0} = a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0}$$

Egymás inverzei!

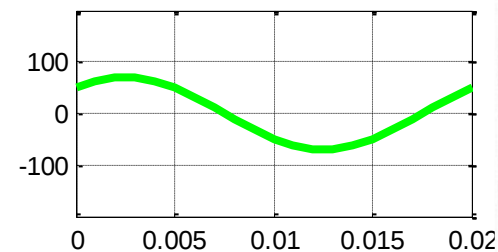
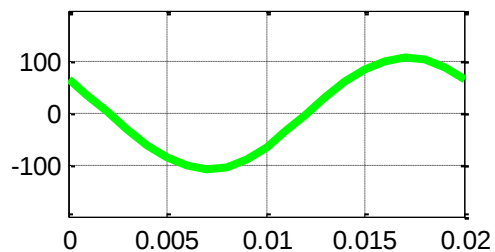
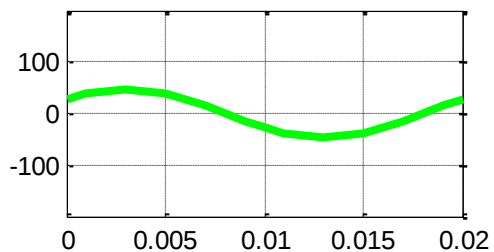
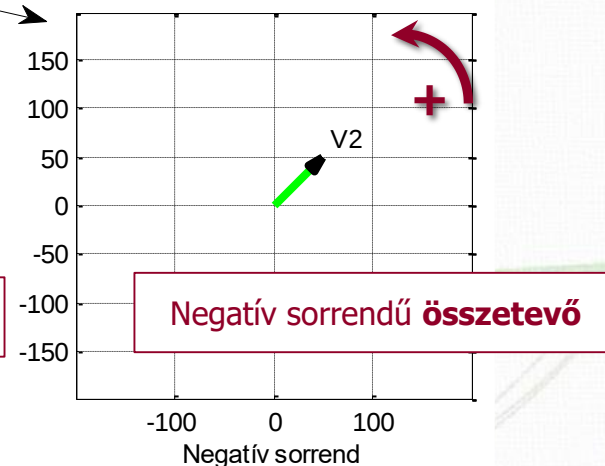
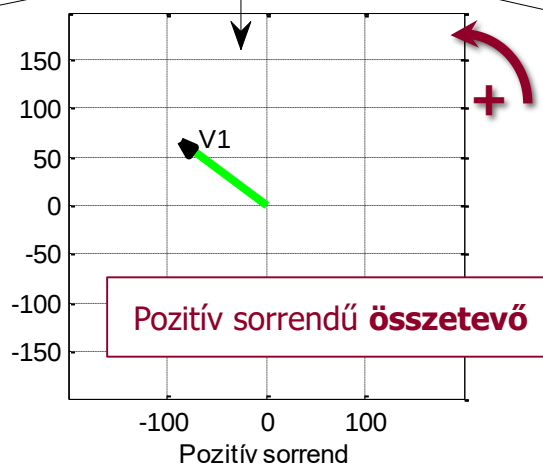
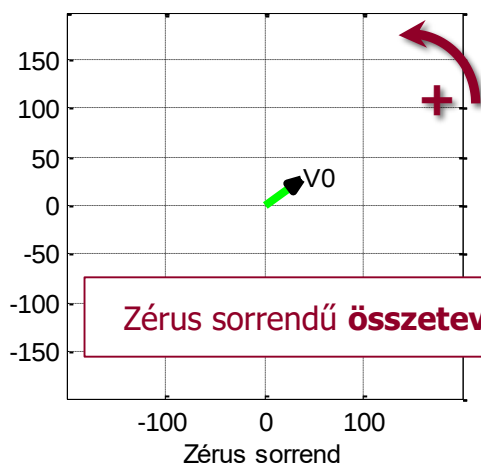
$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \leftrightarrow \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

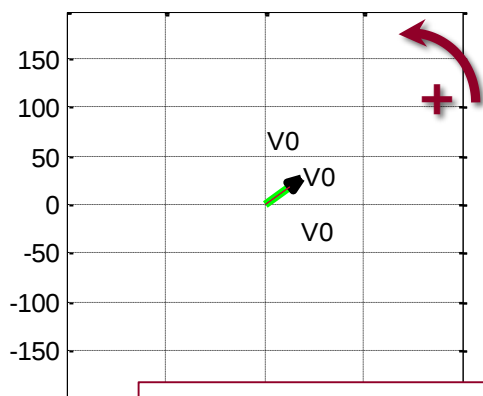
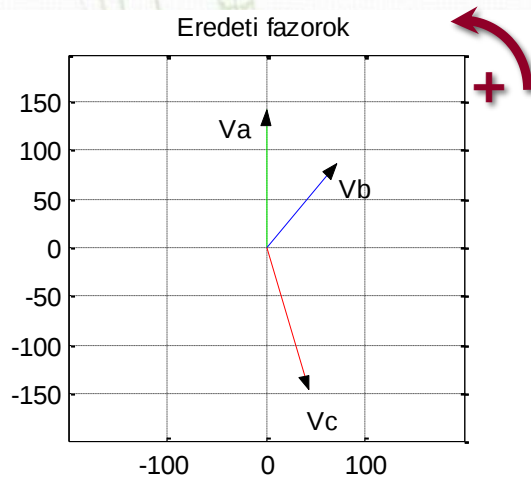
T⁻¹ mátrix T mátrix

Eredeti fázorok

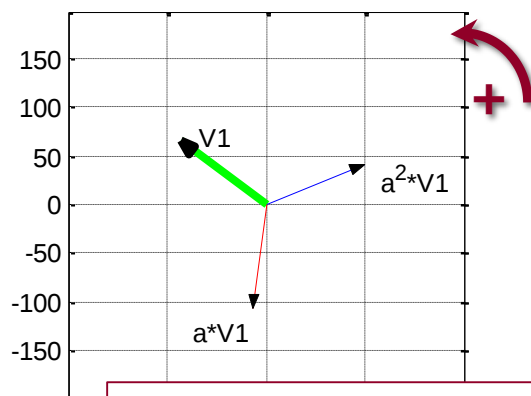


$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

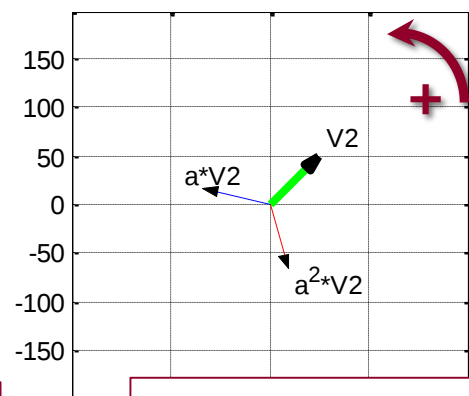




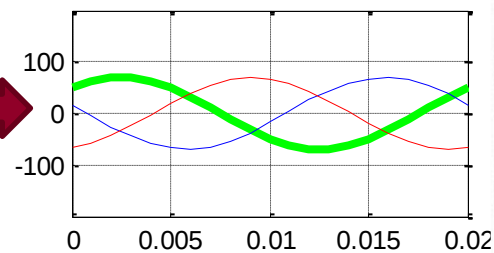
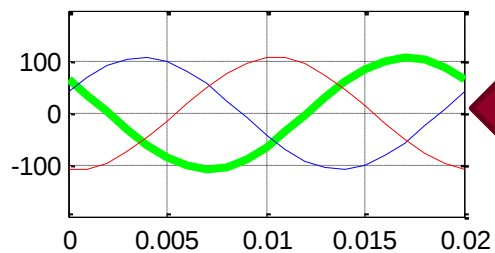
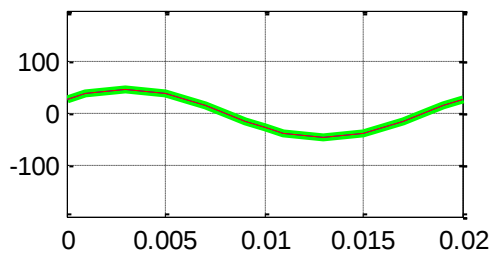
Zérus sorrendű rendszer

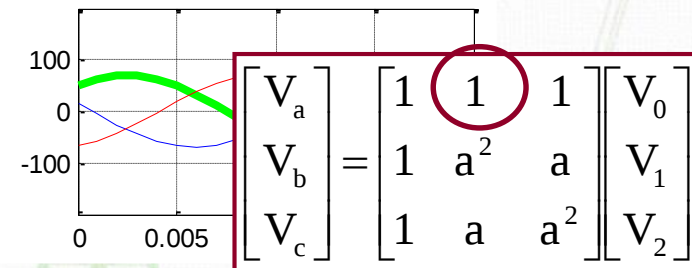
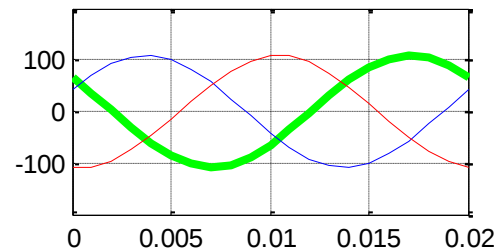
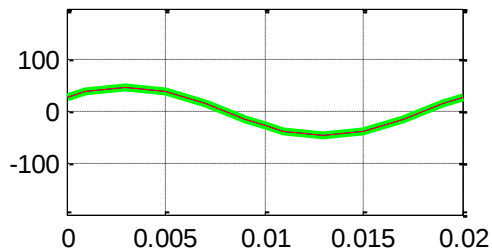
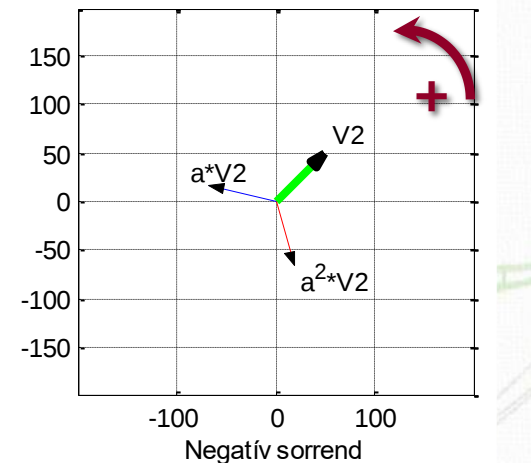
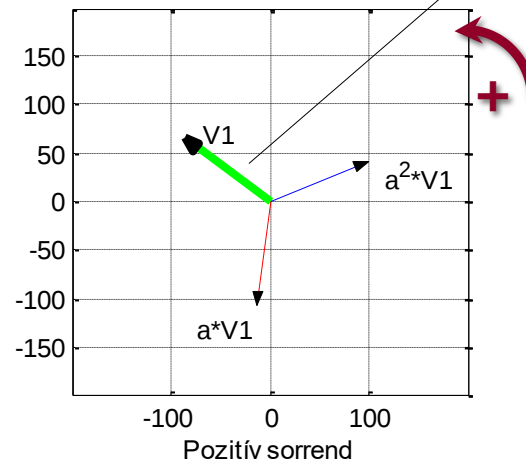
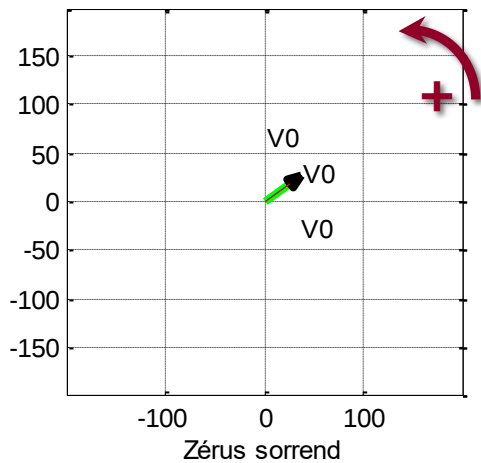
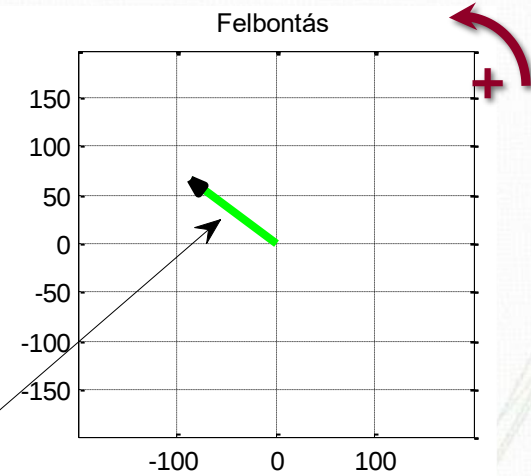
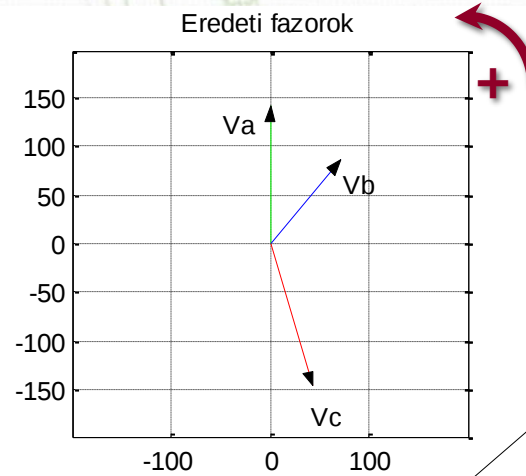


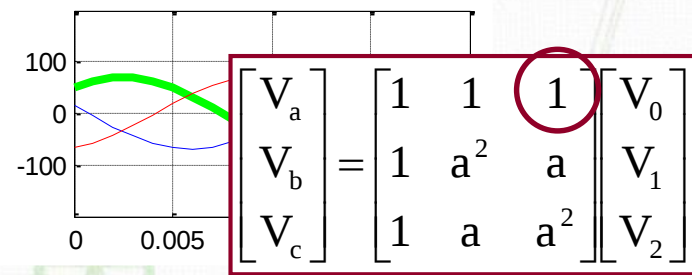
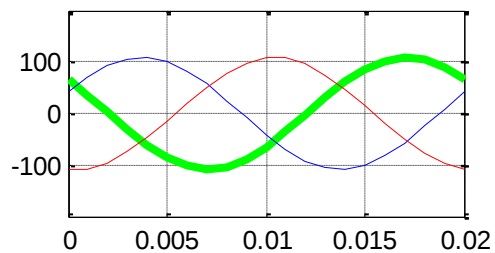
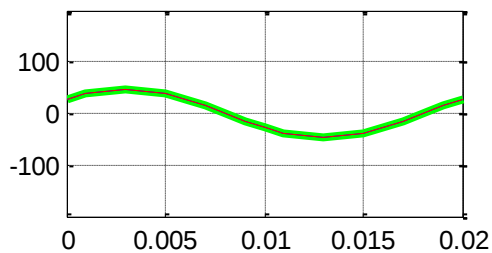
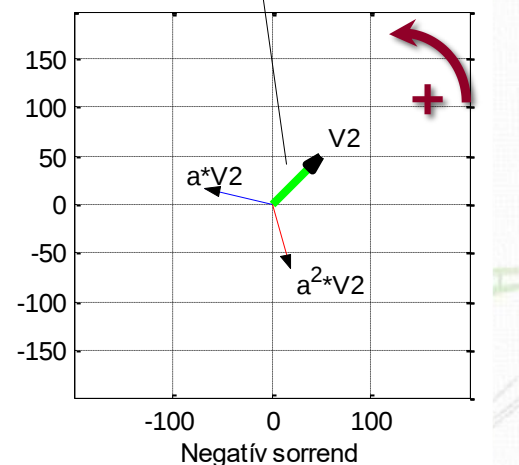
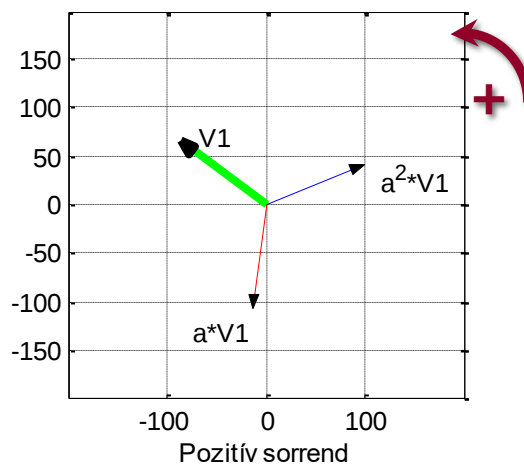
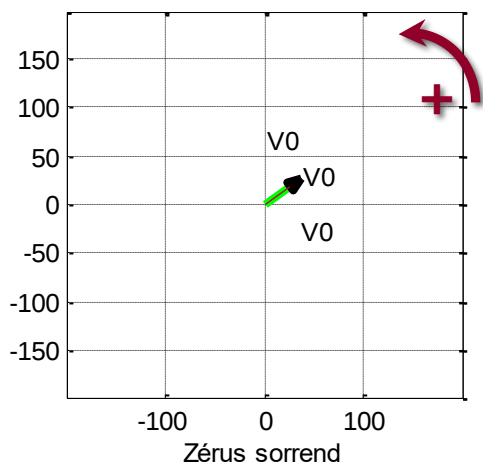
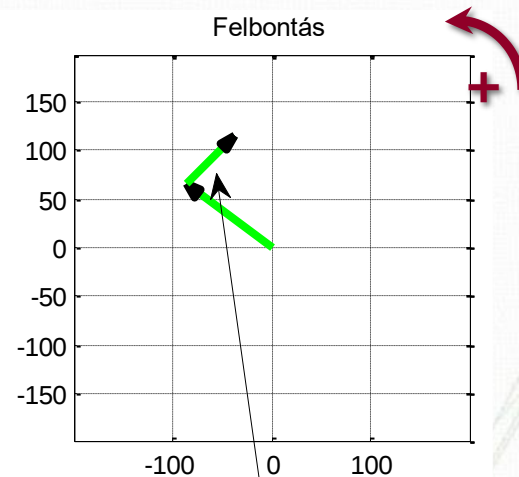
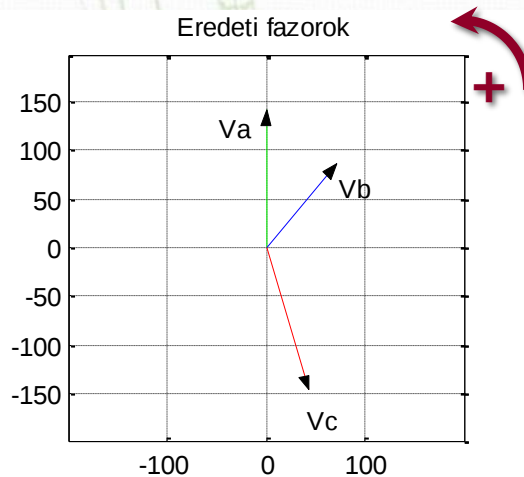
Pozitív sorrendű rendszer



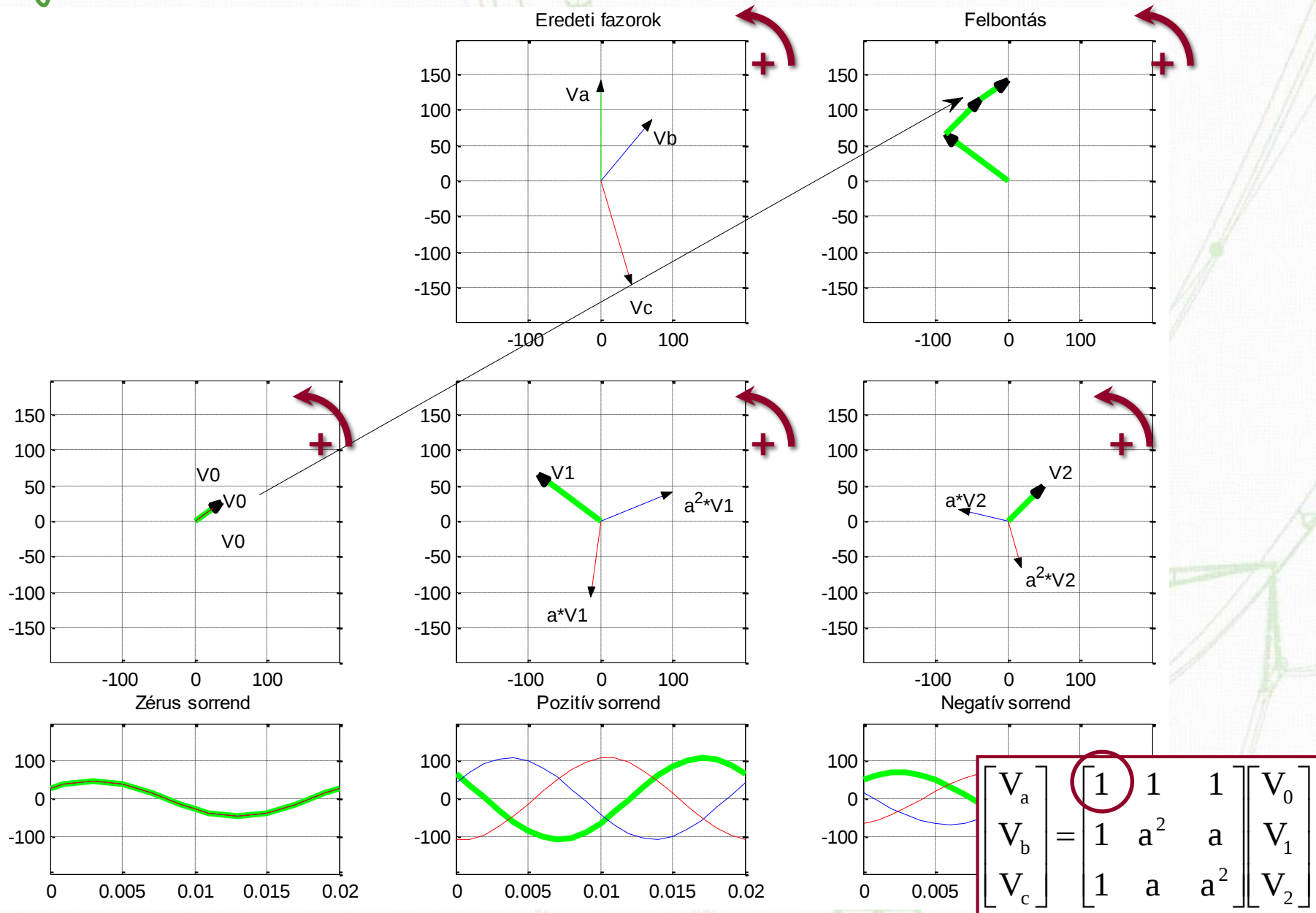
Negatív sorrendű rendszer

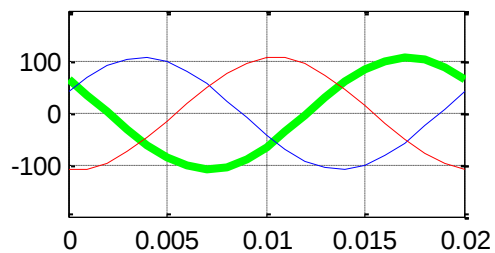
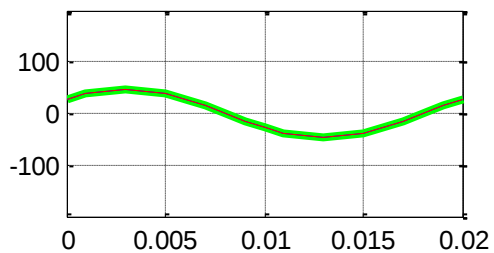
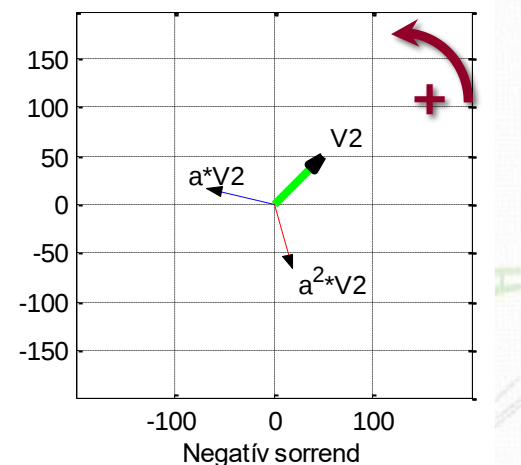
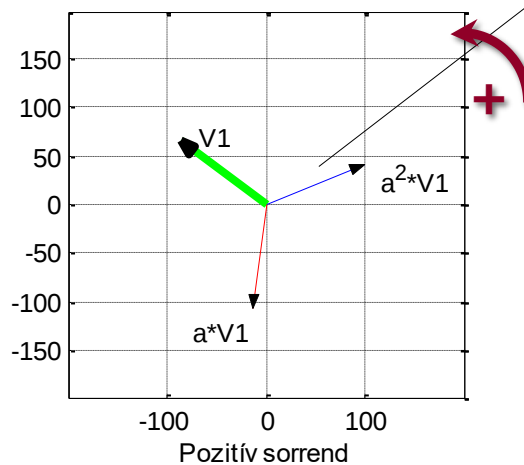
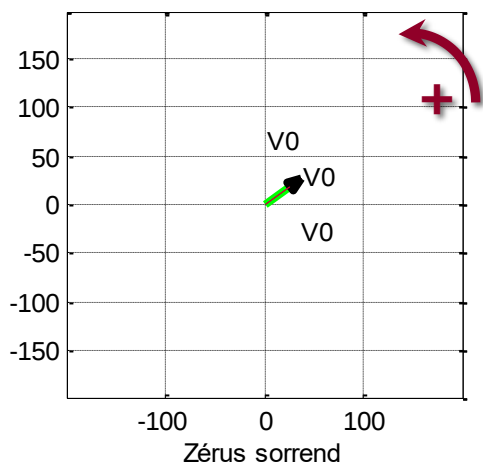
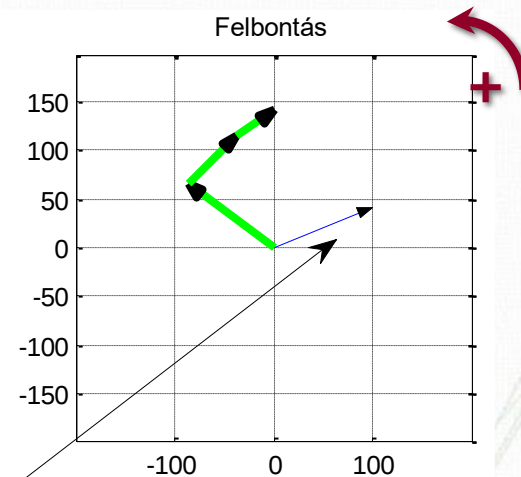
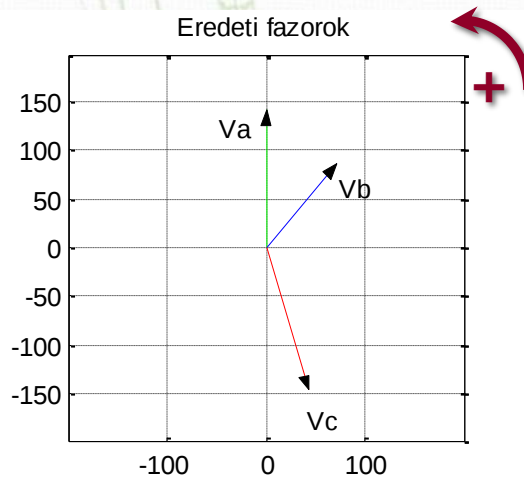






$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

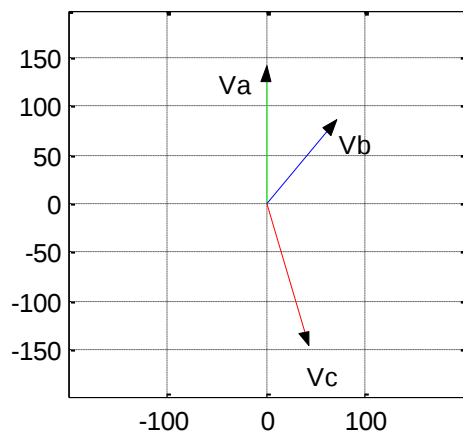




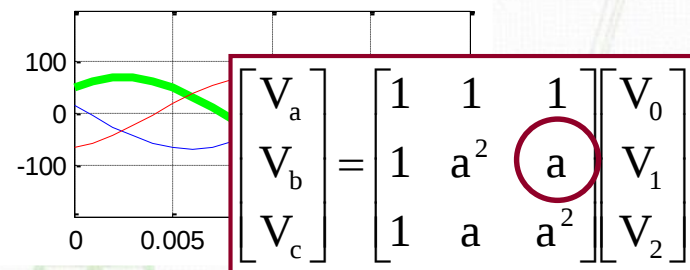
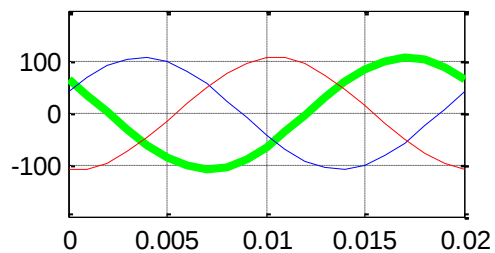
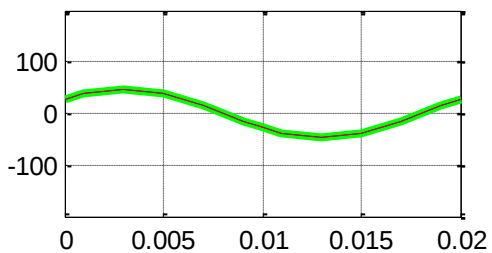
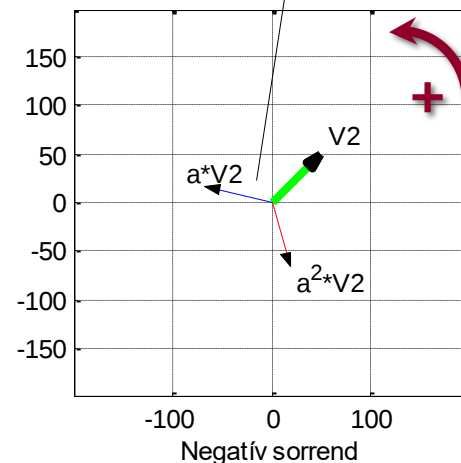
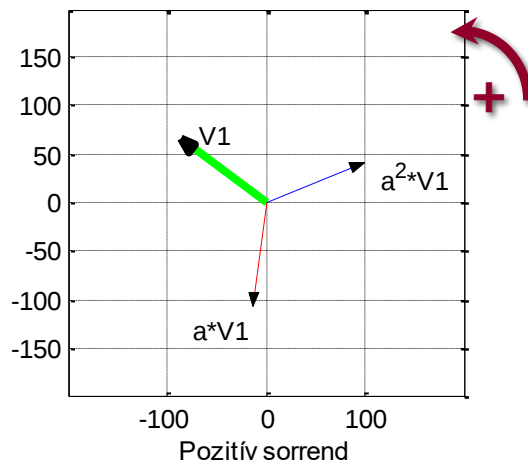
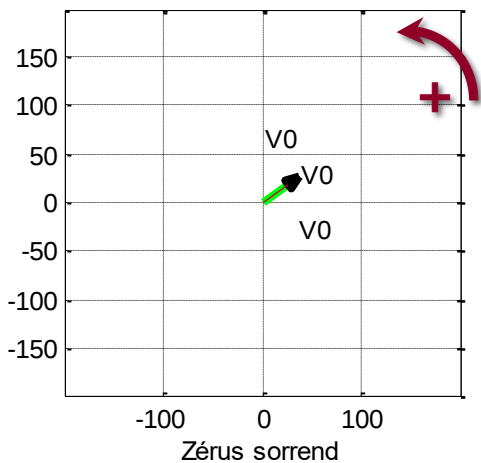
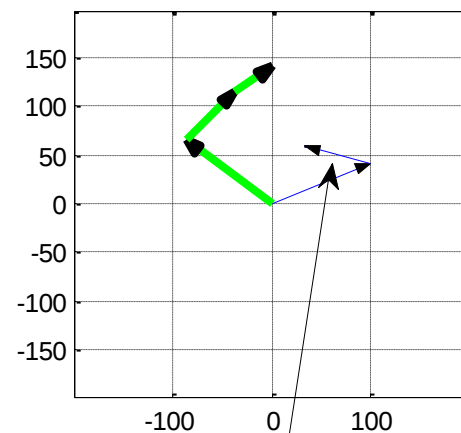
Plot showing the time-domain waveforms for the negative sequence component, consisting of three green sinusoidal waves phase-shifted by 120 degrees.

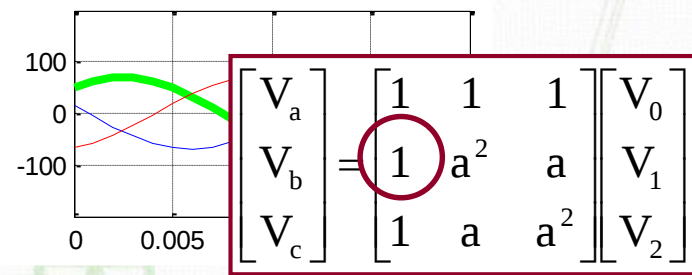
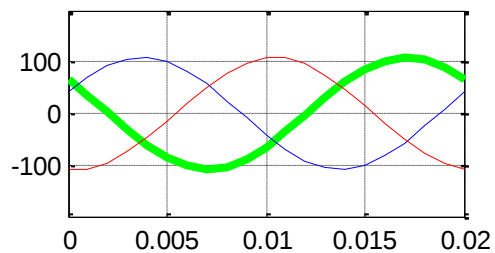
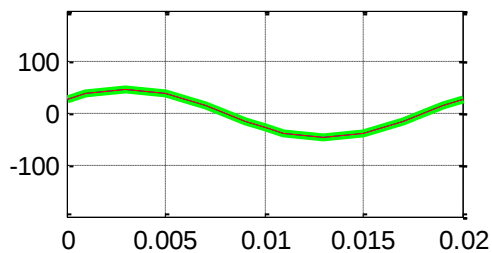
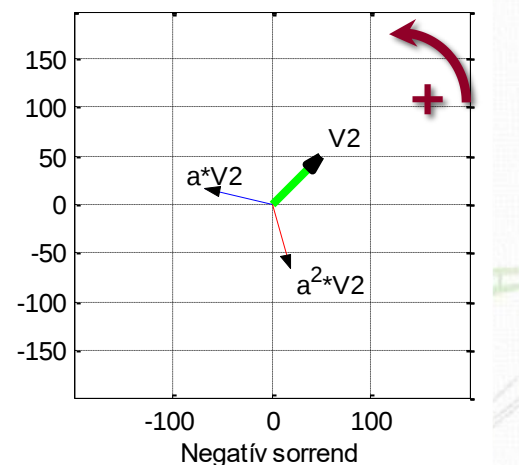
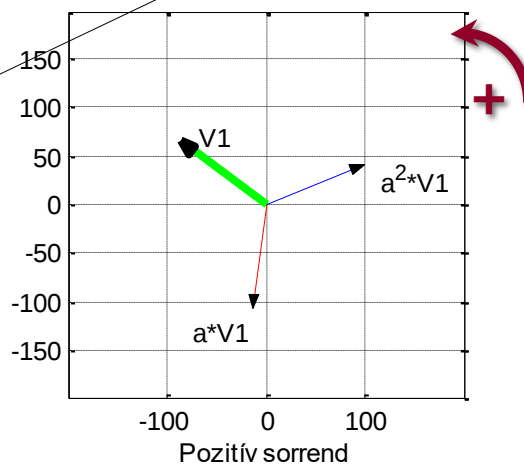
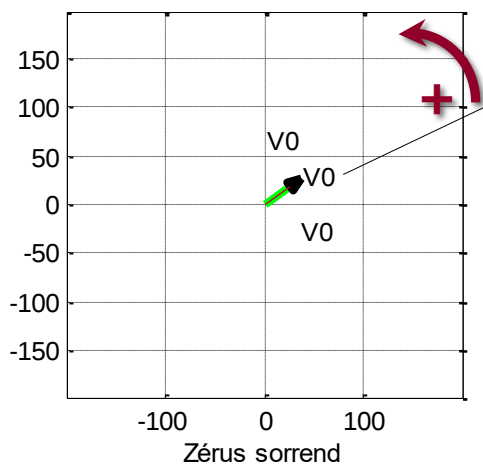
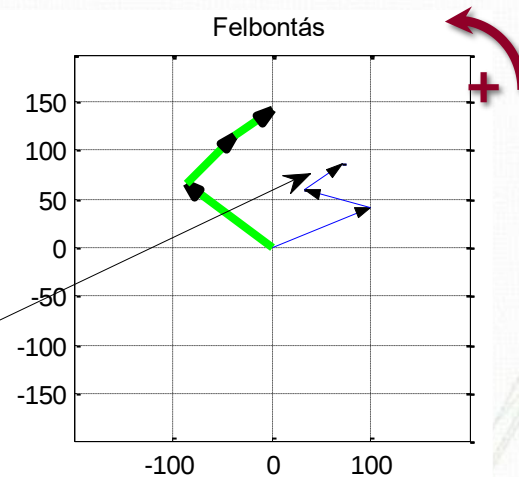
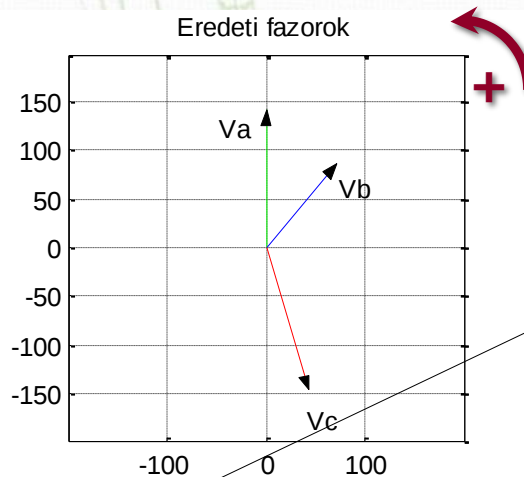
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

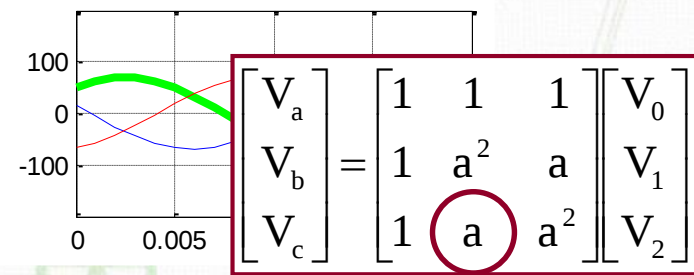
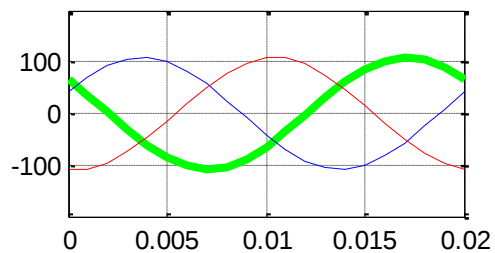
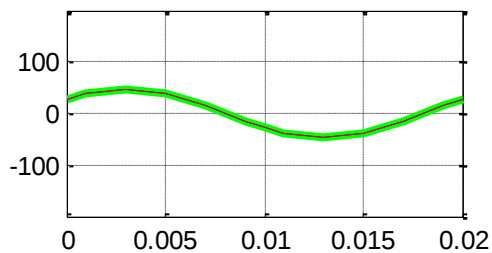
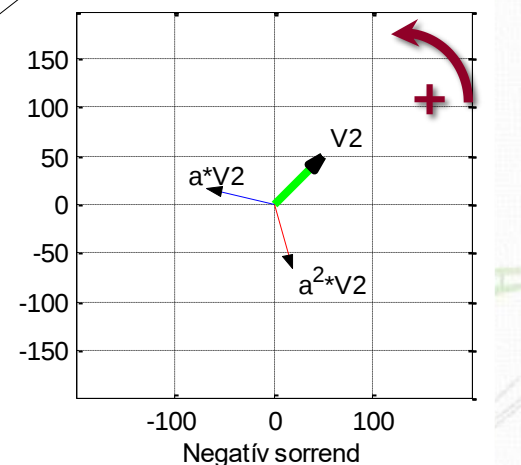
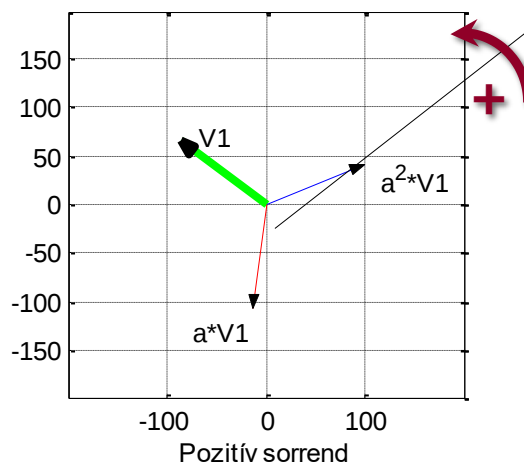
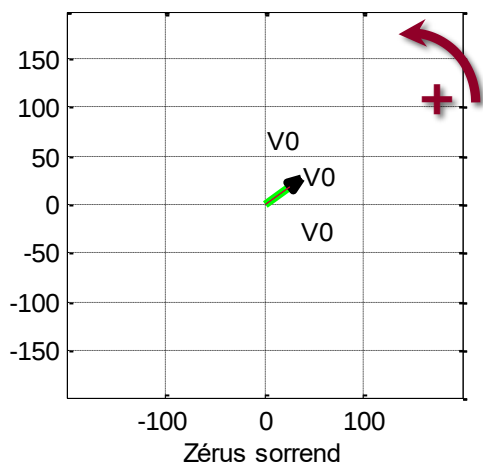
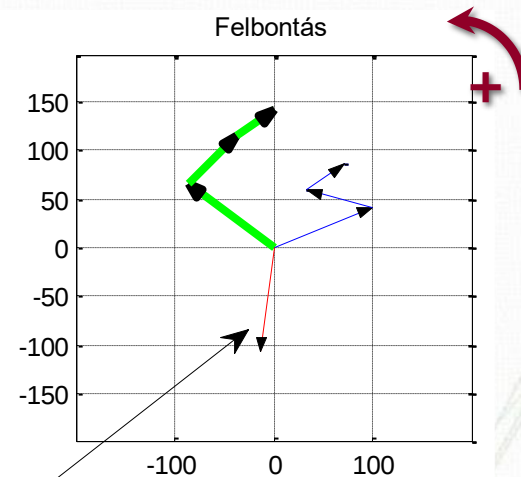
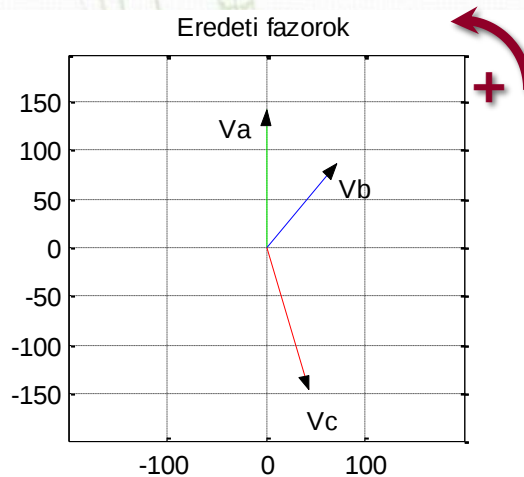
Eredeti fázorok

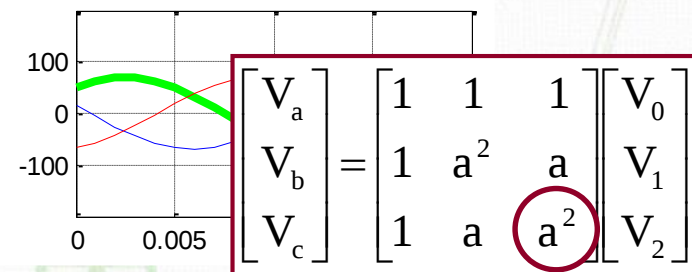
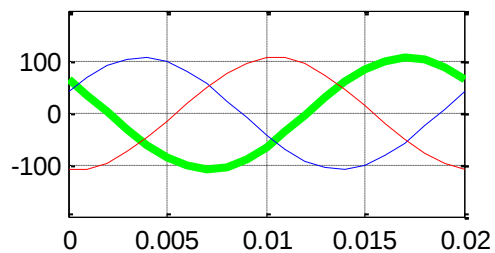
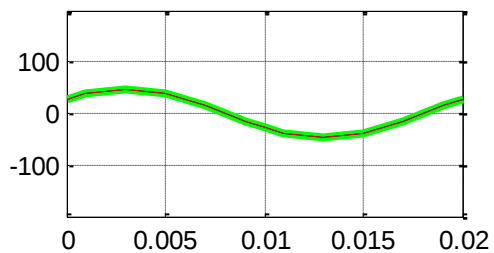
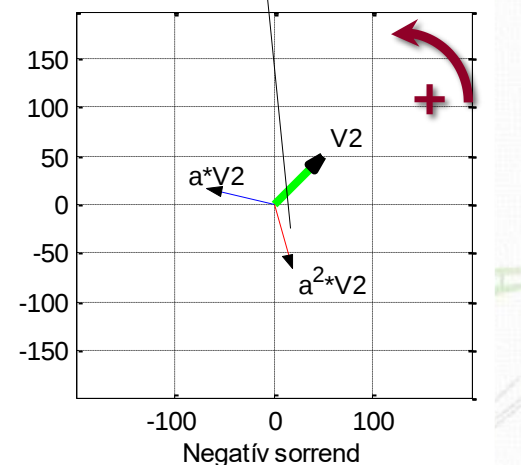
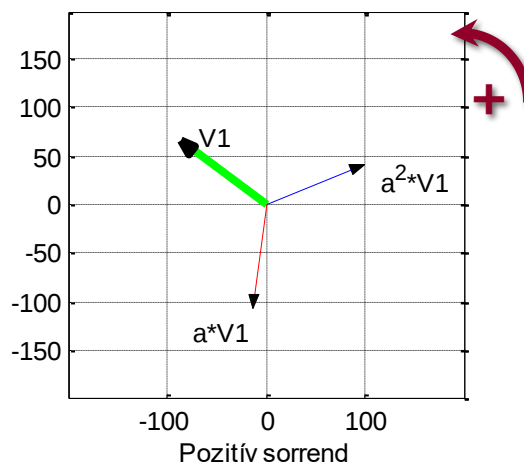
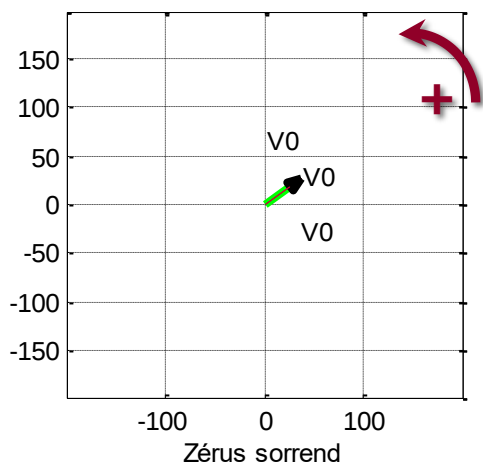
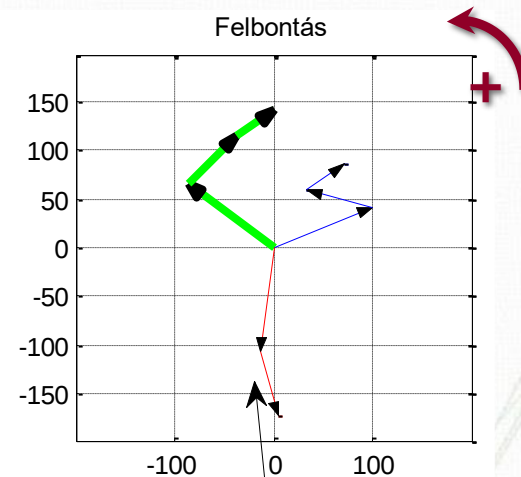
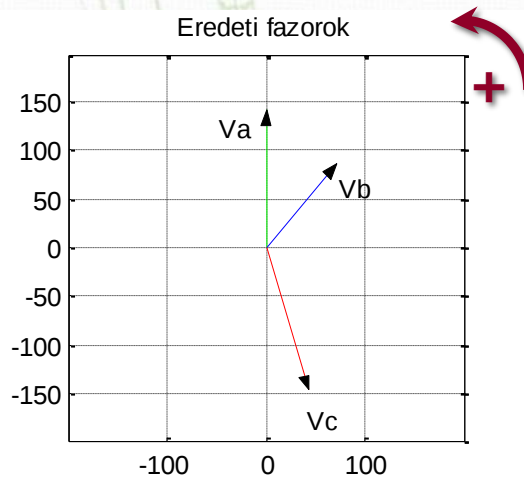


Felbontás

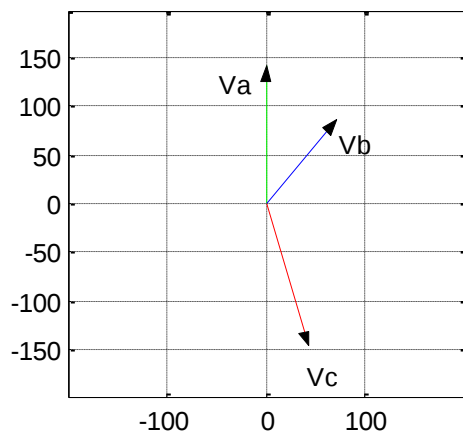




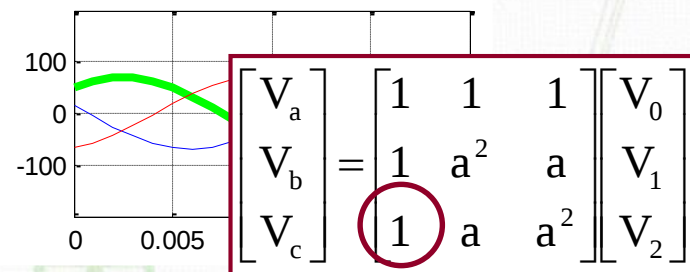
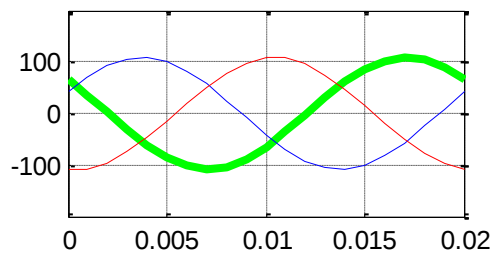
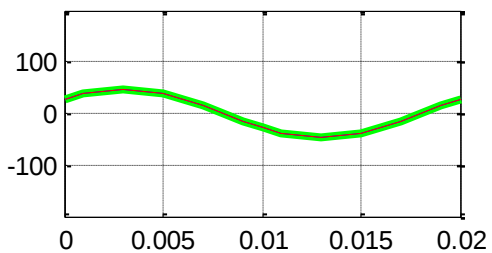
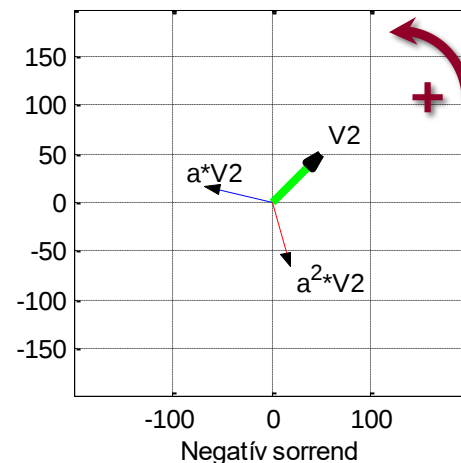
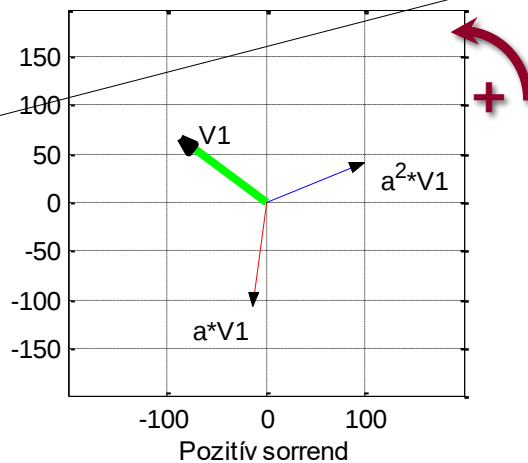
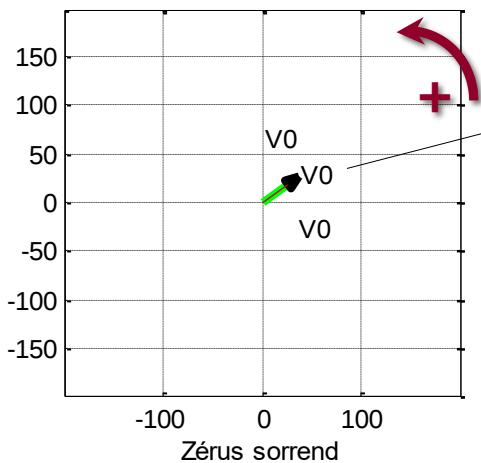
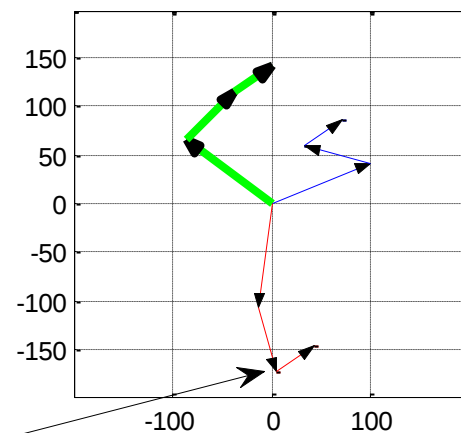




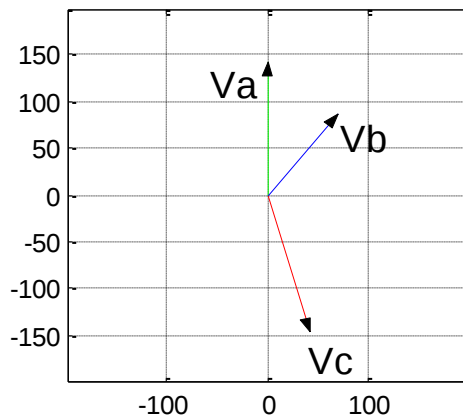
Eredeti fázorok



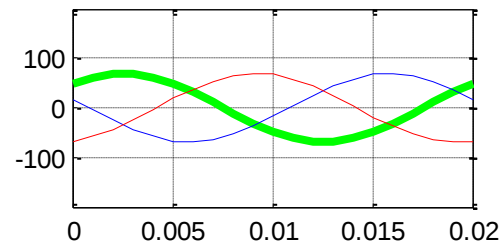
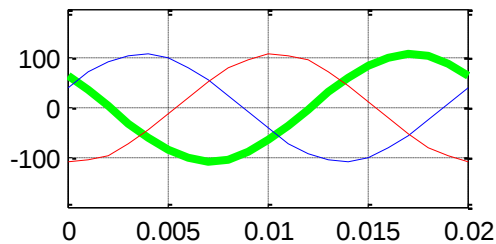
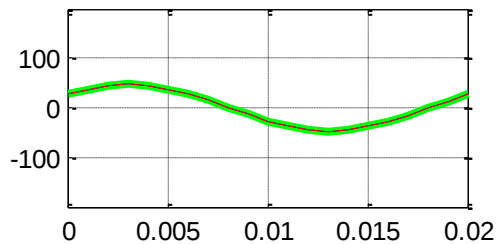
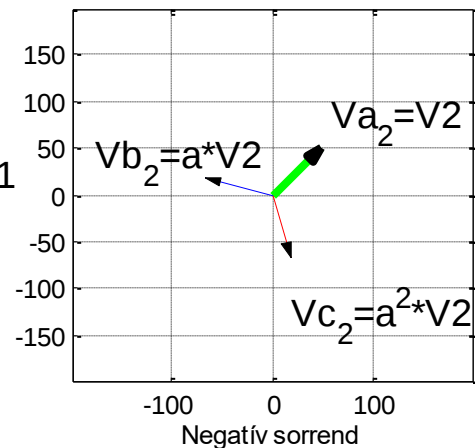
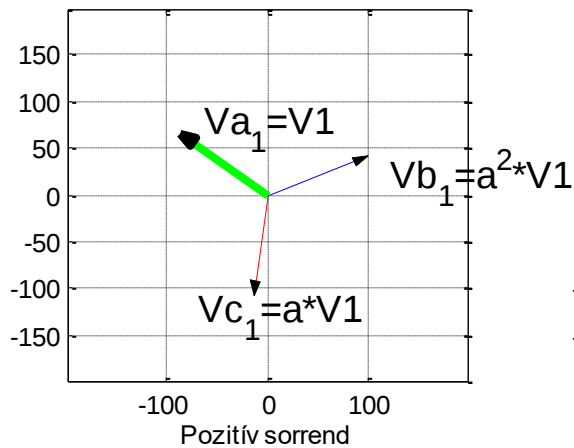
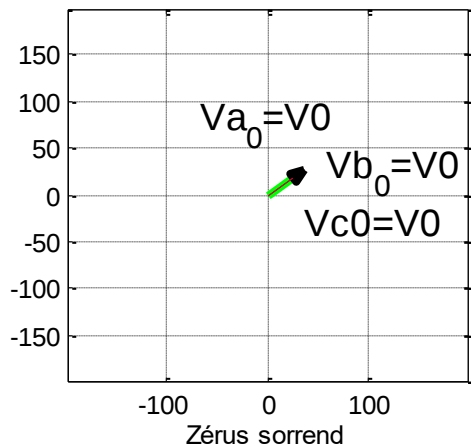
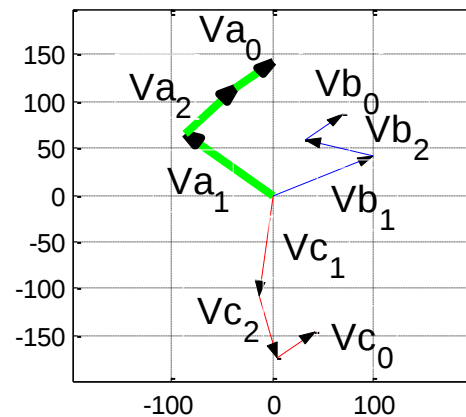
Felbontás



Eredeti fázorok



Felbontás

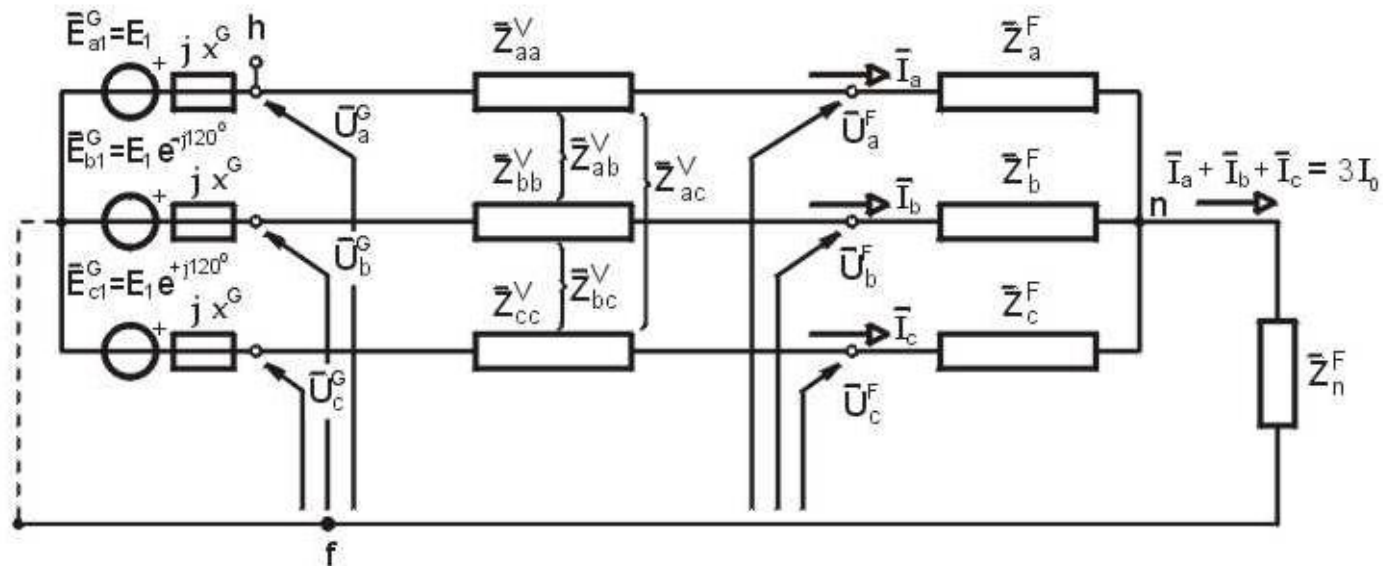


Egyfázisú sorrendi hálózatok

Helyettesítő kapcsolások leszármaztatása



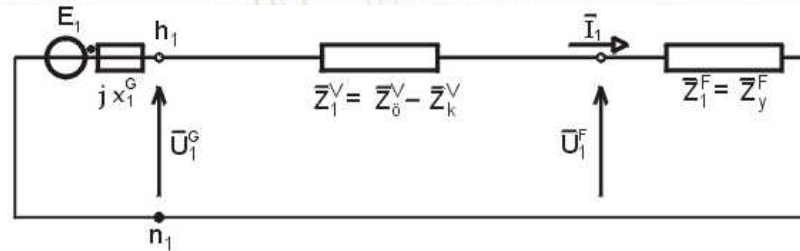
a, Egyvonalas kapcsolási vázlat.



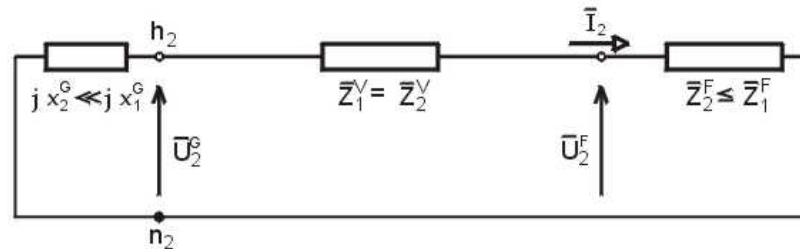
b, Háromfázisú hálózat.

Egyfázisú sorrendi hálózatok

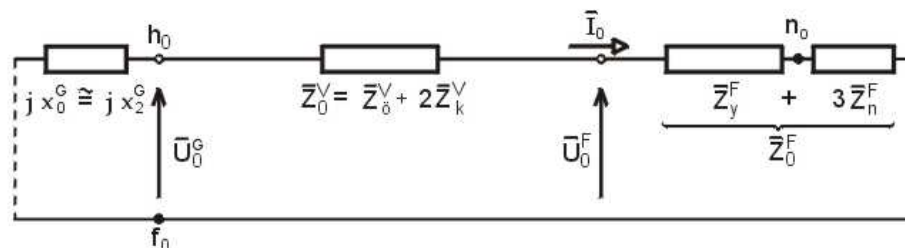
Helyettesítő kapcsolások



c, Pozitív sorrendű hálózat.



d, Negatív sorrendű hálózat.



e, Zérus sorrendű hálózat.

Megállapítások

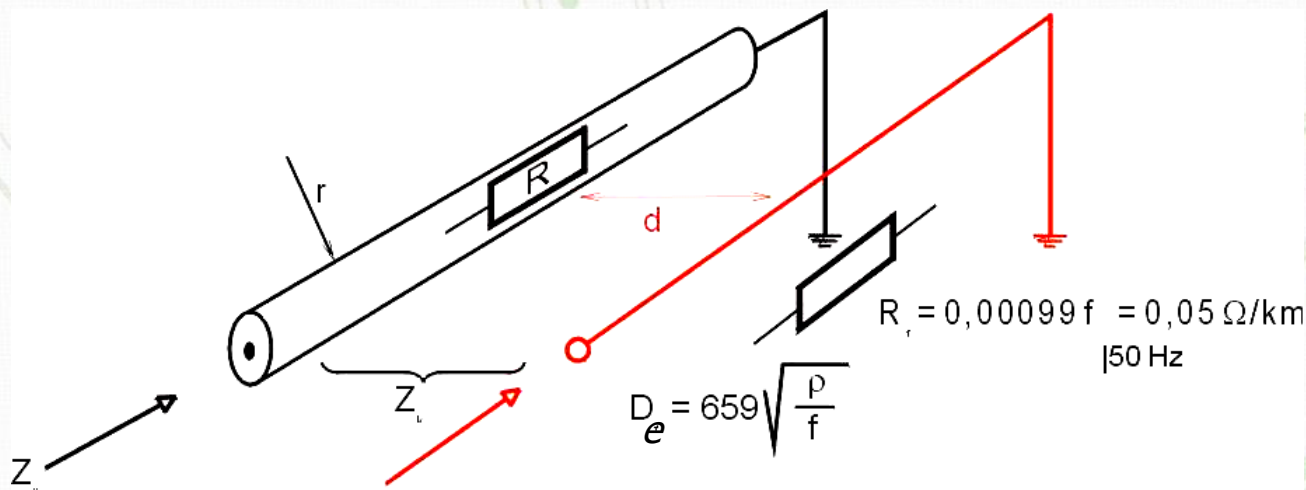
- A „+” és „-” sorrendű áramok a fázisvezetőkön belül záródnak.
- I_0 összetevő csak külső visszavezetés (nullavezető vagy föld) esetén alakulhat ki.
- Az I_0 áram a vezető-föld hurokban feszültséget indukál, a földeléseken potenciálemelkedést okoz (mértezés!).
- Csillagponti feszültség: U_0
- Nullavezető árama: $3I_0$
- Az U_0 feszültség a vonali feszültségekben nem jelentkezik!

The background of the slide is a faded, light green image of a high-voltage power line tower. The tower is a lattice structure with multiple cross-arms supporting the power lines. The lines extend from the tower towards the top and bottom corners of the slide. In the top left corner, there is a small green line graph showing a fluctuating waveform.

Hálózati elemek sorrendi impedanciái

Távvezeték pozitív (negatív) és zérus sorrendű soros impedanciája

Földvisszavezetétes impedancia:



Ön:
$$Z_{\text{ö}} = R_{\text{vez}} + R_f + j\omega 0,2 \cdot 10^{-3} \ln \frac{D_e}{r^*}$$

Kölcsönös:
$$Z_k = R_f + j\omega 0,2 \cdot 10^{-3} \ln \frac{D_e}{d}$$

$$Z_1 = Z_2 = Z_{\text{ö}} - Z_k \quad Z_0 = Z_{\text{ö}} + 2Z_k$$

Távvezeték pozitív és zérus sorrendű soros impedanciája

- Pozitív sorrendű impedancia: $Z_1 = Z_{\ddot{o}} - Z_k$**

$$Z_1 = R_1 + j\omega 0.2 \cdot 10^{-3} \ln \frac{D_e d}{r^* D_e} = R_1 + j\omega 0.2 \cdot 10^{-3} \ln \frac{d}{r^*} = R_1 + jX_1$$

NF vezeték szokásos értékek: $R_1: 0.02 - 0.1 \frac{\Omega}{km}$; $X_1: 0.4 \frac{\Omega}{km}$

- Zérus sorrendű impedancia: $Z_0 = Z_{\ddot{o}} + 2Z_k$**

$$Z_1 = R_1 + j\omega 0.2 \cdot 10^{-3} \ln \frac{D_e D_e^2}{r^* d^2} \quad \left\langle \ln \frac{D_e^3}{r^* d^2} = 3 \ln \frac{D_e}{\sqrt{r^* d^2}} \right\rangle$$

$r_{cs}^* = \sqrt[3]{r^* d^*}$ A 3 fázisból egy egyenértékűt redukálva

$$Z_0 = R_v + 3R_f + j3\omega 0.2 \cdot 10^{-3} \ln \frac{D_e}{r_{cs}^*}$$

- **Szinkrongenerátor:** $X_2 \approx X_d''$, $X_0 \approx X_d'' / 2$

Emlékeztető:

$$\varepsilon_d'' = 8..20\%$$

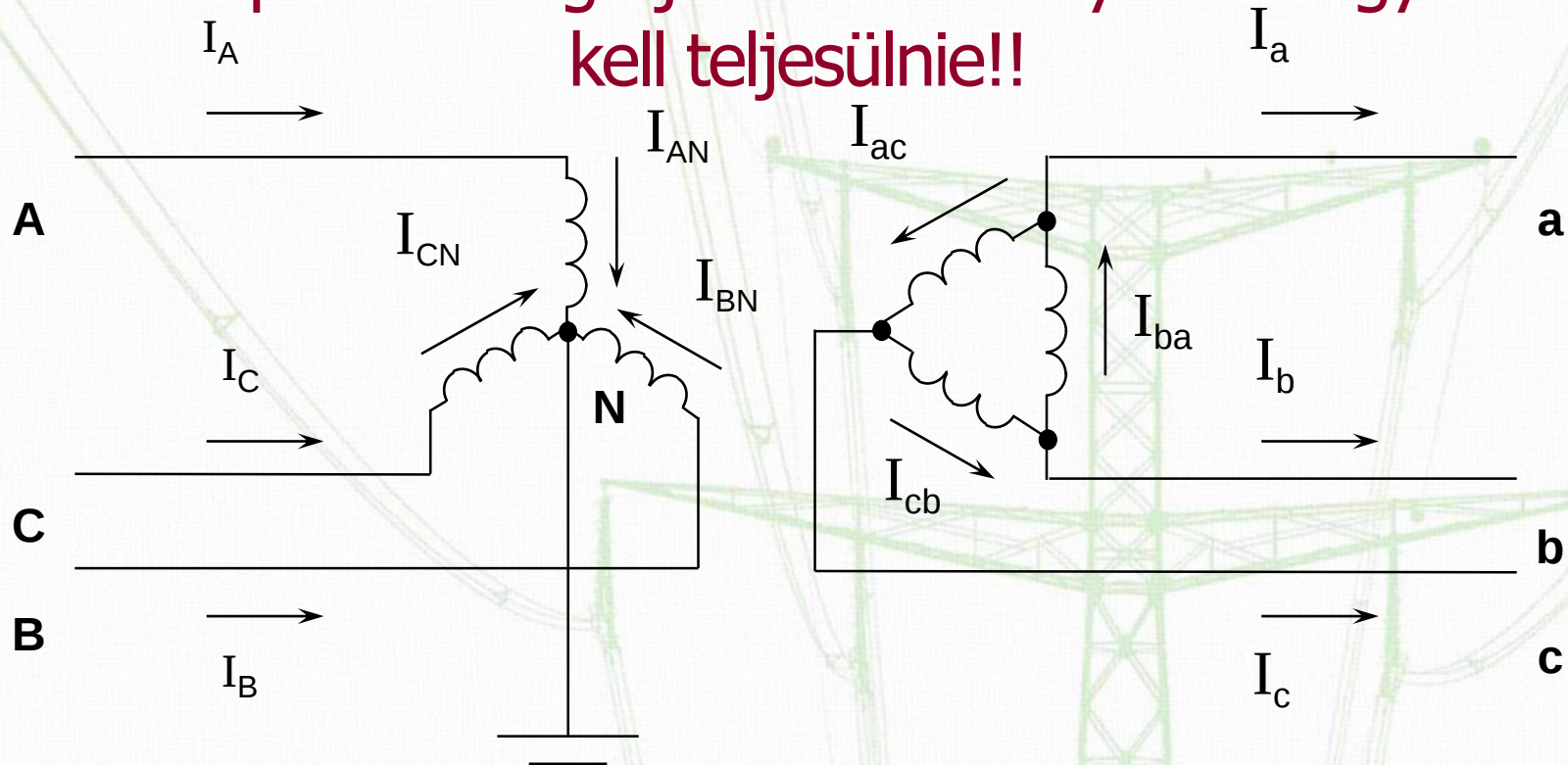
- **Transzformátor:** $X_2 = X_1$,

X_0 : kapcsolási csoporttól + csillagponttól függ

- Számottevő nagyságú áram – ellengerjesztés kialakulása
- Zérus sorrendű áram – földelt csillagpont

Transzformátor zérus sorrendű impedanciája

A csomóponti és a gerjesztési törvényeknek egyszerre kell teljesülnie!!



Transzformátorok zérus sorrendű impedanciája

Egyvonalas	Háromfázisú kapcsolás	Zérus sorrendű modell

Transzformátorok zérus sorrendű impedanciája

Egyvonalas	Háromfázisú kapcsolás	Zérus sorrendű modell

Connections			Equivalent circuit	Value of the zero-sequence reactance of the transformer, viewed from		
primary	secondary	tertiary		primary terminals 1	secondary terminals 2	tertiary terminals 3
				infinite	infinite	
				infinite	infinite	
				free flux infinite forced flux $X_{11} = 10 \text{ to } 15$ times X_{cc}	free flux infinite forced flux infinite	
				$X_{12} = X_{cc}$	$X_{12} = X_{cc}$	
				infinite	infinite	
				$X_{12} = X_{cc}$	infinite	
				infinite	infinite	
				infinite	$X_{22} = 1 \text{ p.c. at } S_n$	
				free flux infinite forced flux $X_{11} = 10 \text{ to } 15$ times X_{cc}	free flux infinite forced flux infinite	

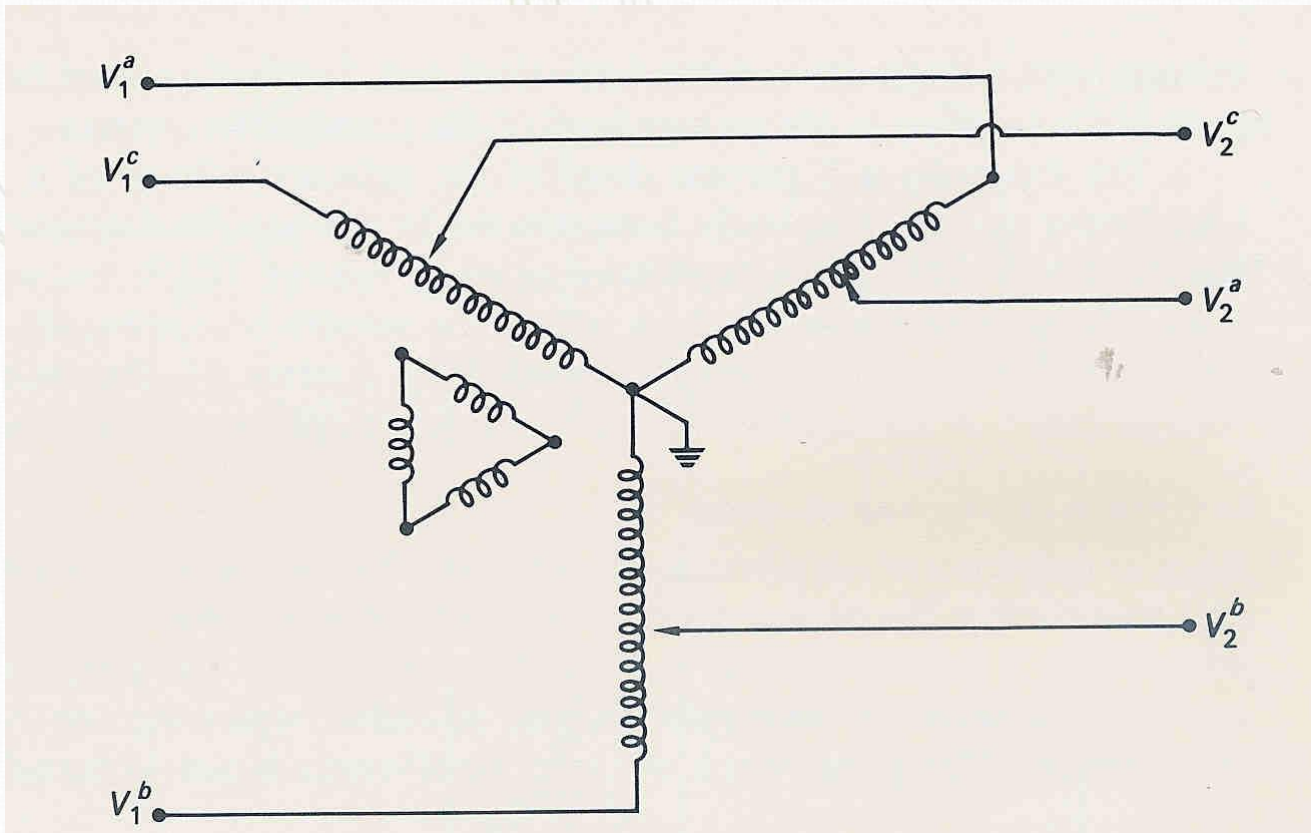
Transzformátor
zérus-sorrendű
helyettesítése:
2-tekercsű
transzformátor

Transzformátor zérus-sorrendű helyettesítése

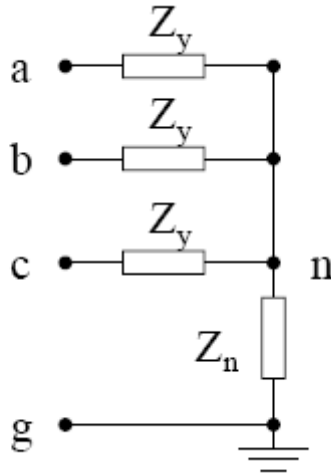
3-tekercsű transzformátor

				free flux infinite forced flux $X_{11} = 10 \text{ to } 15$ times X_{12}	infinite	infinite
				$X_1 + X_2 = X_{12}$	$X_1 + X_2 = X_{12}$	infinite
				$X_1 + \frac{(X_2 + X_{02})(X_3 + X_{03})}{X_2 + X_3 + X_{02} + X_{03}}$	$X_2 + \frac{(X_1 + X_{01})(X_3 + X_{03})}{X_1 + X_3 + X_{01} + X_{03}}$	$X_3 + \frac{(X_1 + X_{01})(X_2 + X_{02})}{X_1 + X_2 + X_{01} + X_{02}}$
				$X_1 + \frac{X_2 X_3}{X_2 + X_3}$	infinite	infinite
				$X_1 + X_2 = X_{12}$	infinite	infinite
				$X_1 + \frac{X_2 (X_3 + X_{03})}{X_2 + X_3 + X_{03}}$	infinite	$X_3 + \frac{X_2 (X_1 + X_{01})}{X_1 + X_2 + X_{01}}$
				$X_1 + X_2 = X_{12}$	infinite	$X_{33} = 1 \text{ p.c. } S_n$

Transzformátor zérus-sorrendű helyettesítése: 3-tekercsű transzformátor tekercsei



Fogyasztók zérus sorrendű impedanciája



Szimmetrikus Y-kapcsolású fogyasztó fázisonkénti impedanciája Z_y , (a fázis és a csillagpont között), a csillagpont és a nullavezető közötti impedancia: Z_n

$$\begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_y + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_y + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_y + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$V_p = Z_p I_p$$

$$V_p = T V_s = Z_p I_p = Z_p T I_s$$

$$V_s = (T^{-1} Z_p T) I_s$$

$$V_s = Z_s I_s$$

$$Z_s = T^{-1} Z_p T$$

$$V_p = Z_p I_p$$

$$Z_s = \begin{bmatrix} Z_y + 3Z_n & 0 & 0 \\ 0 & Z_y & 0 \\ 0 & 0 & Z_y \end{bmatrix}$$

Egyebek

- Csillagpontban Z impedancia $\rightarrow 3Z$ a zérus sorrendben (Miért?)
- Transzformátor „forgatása”: pozitív és negatív sorrend eltérően!

Transzformátor fázisforgatása

- A k kapcsolási óraszám definíciója, ha U^{N+} és U^{K+} az (ideális) transzformátor nagyobb ill. kisebb feszültségű oldalán mérhető pozitív sorrendű feszültség **viszonylagos egységben** (áramokra hasonlóan):

$$U^{K+} = U^{N+} e^{-jk30^\circ}$$

- Negatív sorrendű feszültségekre, **viszonylagos egységben** (és áramokra hasonlóan):

$$U^{K-} = U^{N-} e^{+jk30^\circ}$$

- Zérus sorrendű feszültségekre **viszonylagos egységben** (és áramokra hasonlóan), ha *a kapcsolási csoport olyan, hogy mindkét oldalon létrejöhet zérus sorrendű összetevő és ezek összefüggnek:*

$$U^{K0} = U^{N0}, \text{ ha } k = \{0; 4; 8\} \text{ és } U^{K0} = -U^{N0}, \text{ ha } k = \{6; 10; 2\}$$

Ha nem viszonylagos egységgel számolunk, akkor a képleteknél a tr. áttételét is figyelembe kell venni!!

Szimmetrikus és nem szimmetrikus impedanciarendszerek transzformációja

Nem szimmetrikus	Szimmetrikus
$Z_p = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ca} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{bc} & Z_{cc} \end{bmatrix}$	$Z_p = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ab} \\ Z_{ab} & Z_{aa} & Z_{ab} \\ Z_{ab} & Z_{ab} & Z_{aa} \end{bmatrix}$
$Z_s = \begin{bmatrix} Z_0 & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_1 & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_2 \end{bmatrix}$	$Z_s = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix}$

$$Z_s = T^{-1} Z_p T$$

Impedancia rendszerek

*Egy hálózati elem fázisáramainak oszlopvektora: $\underline{I}$,
a fázisfeszültségek oszlopvektora: $\underline{U}$*

$$\underline{U} = \underline{Z}_{ff} \underline{I}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix}$$

$$\underline{U} = \underline{A} \underline{U}_s$$

$$\underline{U}_s = \underline{A}^{-1} \underline{U}$$

$$\underline{I} = \underline{A} \underline{I}_s$$

$$\underline{I}_s = \underline{A}^{-1} \underline{I}$$

*$\underline{U}_s$ és $\underline{I}_s$ a sorrendi
mennyiségek
oszlopvektora*

$$\underline{Z}_{ss} = \underline{A}^{-1} \underline{Z}_{ff} \underline{A}$$

Impedancia rendszerek

Tekintsünk egy speciális esetet: legyen $\underline{Z}_{ff}$ ciklikus:

$$\underline{Z}_{SS} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^{-2} \\ 1 & \bar{a}^{-2} & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{\ddot{o}n} & Z_m & Z_n \\ Z_n & Z_{\ddot{o}n} & Z_m \\ Z_m & Z_n & Z_{\ddot{o}n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a}^{-2} & \bar{a} \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^{-2} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} Z_{\ddot{o}n} + Z_m + Z_n & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\ddot{o}n} + \bar{a}^{-2} Z_m + \bar{a} Z_n & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\ddot{o}n} + \bar{a} Z_m + \bar{a}^{-2} Z_n \end{bmatrix}$$

Impedancia rendszerek

HA $\underline{\underline{Z}}_{ff}$ -ben:

- $Z_m = Z_n = Z_{kölcs}$: $\underline{\underline{Z}}_{ff}$ ciklikus ÉS szimmetrikus, ekkor $\underline{\underline{Z}}_{ss}$ diagonális ÉS
 $Z_0 = Z_{ön} + 2Z_{kölcs}$, $Z_1 = Z_2 = Z_{ön} - Z_{kölcs}$
- $Z_m \neq Z_n$: $\underline{\underline{Z}}_{ff}$ ciklikus DE NEM szimmetrikus, ekkor $\underline{\underline{Z}}_{ss}$ diagonális DE $Z_1 \neq Z_2$

Ha $\underline{\underline{Z}}_{ff}$ ilyen:

$$\underline{\underline{Z}}_{ff} = \begin{bmatrix} Z_{ön} & Z_m & Z_n \\ Z_m & Z_{ön} & Z_p \\ Z_n & Z_p & Z_{ön} \end{bmatrix}$$

(vagyis szimmetrikus, DE NEM ciklikus), AKKOR $\underline{\underline{Z}}_{ss}$ NEM diagonális

Nem szimmetrikus, de "ciklikus" fázisimpedancia

$$Z_{SS} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{\text{ön}} & Z_m & Z_n \\ Z_n & Z_{\text{ön}} & Z_m \\ Z_m & Z_n & Z_{\text{ön}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} Z_{\text{ön}} + Z_m + Z_n & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\text{ön}} + \bar{a}^2 Z_m + \bar{a} Z_n & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\text{ön}} + \bar{a} Z_m + \bar{a}^2 Z_n \end{bmatrix} =$$

Ha szimmetrikus: $Z_m = Z_n = Z_{\text{kölcs}}$

$$= \begin{bmatrix} Z_{\text{ön}} + 2Z_{\text{kölcs}} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\text{ön}} - Z_{\text{kölcs}} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\text{ön}} - Z_{\text{kölcs}} \end{bmatrix}$$

Hálózati berendezések sorrendi impedanciái

	Pozitív	Negatív	Zérus
Távvezeték	azonos	azonos	Különböző $\sim 3x$
Transzformátor	azonos	azonos	Különböző
Villamos forgógép	különböző	különböző	különböző

Komplex teljesítmény sorrendi hálózatokban

$$S_p = V_{ag}I_a^* + V_{bg}I_b^* + V_{cg}I_c^*$$

$$S_p = [V_{ag} \quad V_{bg} \quad V_{cg}][I_a^* \quad I_b^* \quad I_c^*]^T$$

$$S_p = V_p^T I_p^* = (TV_s)^T (TI_s)^* = V_s^T T^T T^* I_s^*$$

$$T^T T^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$S_p = V_p^T I_p^* = V_s^T T^T T^* I_s^* = 3V_s^T I_s^*$$

$$S_p = 3(V_0 I_0^* + V_1 I_1^* + V_2 I_2^*)$$

The background is a faded, light green image of a high-voltage power line tower and its associated cables, stretching across the frame.

Köszönöm a figyelmet!