

1. feladat (7 pont)

$$a_n = \frac{3^{n+1} + (-4)^{n-1}}{2^{2n+1} + 5}$$

$$\limsup a_n = ?, \quad \liminf a_n = ?, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$$

2. feladat (12 pont)

Konvergensek-e a következő sorok?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

3. feladat (15 pont)

$$f(x) = \pi - \operatorname{arctg} \left(1 - \frac{1}{x^2} \right)$$

a) Hol és milyen típusú szakadása van f -nek? $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$

b) $f'(x) = ?$

Hol monoton csökkenő, illetve monoton növekvő a függvény?

c) Adja meg az $x_0 = 1$ pontot tartalmazó azon legbővebb intervallumot, amelyen létezik f^{-1} ! (Indokoljon!)

$$f^{-1}(x) = ?, \quad D_{f^{-1}} = ?$$

4. feladat (10 pont)

Írja le és vezesse le az $\frac{1}{g(x)}$ függvény deriválási szabályát!

5. feladat (12 pont)

$$f(x) = \frac{\ln(e^{-x} + e^x)}{\ln(3 + e^x)}$$

a) $f'(x) = ?$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$

6. feladat (17 pont)*

a) $\int_0^{\pi/2} \sin x e^{1+\cos x} dx = ?$

b) $\int \sin^3 x \cos^4 x dx = ?$

c) $\int (x+1) \ln(2x) dx = ?$

7. feladat (12 pont)*

$$\int \frac{e^x + 1}{e^{2x} + 1} dx = ? \quad e^x = t \text{ helyettesítéssel dolgozzon!}$$

8. feladat (15 pont)*a) Milyen α -ra konvergens az

$$\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$$

integrál? Állítását bizonyítsa be!

b) Konvergens-e az alábbi integrál?

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2} (x^2 + 2x + 5)} dx$$

A *-gal jelölt feladatokból legalább 16 pontot el kell érni!

*Pótfeladatok (csak az elégséges (indokolt! esetben a közepes) vizsgához javítjuk ki):***9. feladat (9 pont)**

$$f(x) = \sqrt{4x^2 + 3x}$$

Keresse meg a függvény $+\infty$ -beli lineáris aszimptotáját!**10. feladat (11 pont)**

a) $f(x) = \frac{x-1}{(x+3)^3}$

$f'(x) = ?$

Írja fel az $x_0 = -2$ pontbeli érintő egyenes egyenletét!

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\operatorname{sh} 2x - 2x} = ?$