SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZÁRTHELYI, A csoport
2009.12.11. 90 perc

Név	Neptun kód	Kurzus	Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{5}{1+10s}$. Tervezzen *PI* szabályozót a szakaszhoz póluskiejtési technikával.
a./ Adja meg a szabályozó átviteli függvényét.
b./Vázolja fel a felnyitott kör Bode diagramját. Adja meg a vágási körfrekvenciát és a φ_t fázistöbbletet.
c./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét! Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét!
d./ A megadott szabályozó mellett mekkora holtidő adható a szakaszhoz, hogy a fázistöbblet $\varphi_t = 60^\circ$ legyen?
e./ Mekkora járulékos holtidő beiktatásával kerül a zárt szabályozási kör a stabilitás határhelyzetébe? **5 pont** ☐

2. Egy folytonos szakasz átviteli függvénye legyen: $P(s)=\dfrac{1}{s^2+8s+7}=\dfrac{Y(s)}{U(s)}$
Írja fel a $P(s)$ átviteli függvénnyel megadott folyamat irányítható kanonikus állapotteres modelljét! (Segítség: $y=x_2;\ \dot{x}_2=x_1$)
A $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}=[1\quad 2]$ erősítési vektoron keresztül a fenti állapotváltozókkal negatív állapotvisszacsatolást alkalmazva határozza meg a zárt rendszer karakterisztikus egyenletét és a zárt rendszer pólusait. **5 pont** ☐

3. Származtassa az $\boldsymbol{x}[k+1]=\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}[k]+\boldsymbol{g}u[k]$ diszkrét állapotegyenlet $\boldsymbol{F}$ mátrixát és $\boldsymbol{g}$ vektorát a folytonos rendszer állapotegyenletének $\boldsymbol{A}$ mátrixából és $\boldsymbol{b}$ vektorából! **4 pont** ☐

4. Adja meg a *z*-transzformáció definícióját! Hova képezi le a *z*-transzformáció az *s* komplex sík imaginárius tengelyét? Hova képezi le az $s1=0$ és az $s2=-2$ pontokat? A mintavételezési idő legyen T_s. **4 pont** ☐

5. Egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\dfrac{0.08(z+0.9)}{(z-0.9)(z-0.2)}$.
Adja meg a folyamat statikus átviteli tényezőjét!
A negatívan visszacsatolt szabályozási körben a szabályozó impulzusátviteli függvénye: $C(z)=2\dfrac{(z-0.9)(z-0.2)}{(z-1)z}$. Milyen jellegű kompenzációnak felel meg ez? Egységugrás alapjelre a zárt körben adja meg a folyamat kimenőjel és a beavatkozójel kezdeti- és végértékét! **5 pont** ☐

6. Milyen típusú diszkrét szabályozót valósít meg a $C(z)=\dfrac{4(z-0.7)}{z}$ impulzusátviteli függvény? Adja meg a szabályozó kimenetén a jel kezdeti és végértékét, ha a bemenőjel mintavételezett egységugrás. Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét! **4 pont** ☐

7. Ismertesse az adaptív szimplex tiszta kereső módszer lényegét! **3 pont** ☐

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZÁRTHELYI, B csoport
2009.12.11 90 perc

Név	Neptun kód	Kurzus	Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s)=\frac{9}{s^2}$.

a./ Egységnyi átviteli tényezőjű arányos szabályozóval stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja!

b./ Alkalmazzunk PD szabályozót, amelynek átviteli függvénye: $C(s)=\frac{1+s}{1+0.05s}$.

Vázolja fel a felnyitott kör közelítő BODE diagramját! (aszimptotikus amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagram.) Jelölje be a diagramon a vágási körfrekvenciát és a fázistöbbletet. Stabilis-e a szabályozás? Válaszát indokolja!

c./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a PD szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét. Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét.

d./ Mekkora állandósult hibával követi a szabályozott jellemző a sebességugrás és a gyorsulásugrás alapjelet? **5 pont** ☐

2. A lineáris folytonos rendszer állapotmátrixai: $\boldsymbol{A},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}},d$. Adja meg a nyitott rendszer karakterisztikus egyenletét. Állapotvisszacsatolásos szabályozót alkalmazunk $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$ visszacsatoló vektorral. Adja meg az állapotvisszacsatolásos rendszer blokk-diagramját és karakterisztikus egyenletét! **5 pont** ☐

3. Vezesse le a diszkrét rendszer $\begin{aligned} \boldsymbol{x}[k+1]&=\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}[k]+\boldsymbol{g}u[k] \\ y[k]&=\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}[k]+du[k] \end{aligned}$ állapotegyenletéből a $G(z)$ impulzusátviteli függvényt! **4 pont** ☐

4. Számítsa ki a $P(s)=\frac{-8}{(s+4)(s-2)}$ átviteli függvényű folyamatot stabilizáló állapovisszacsatoló $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$ vektort! Használja az órán tanult labilis pólust tükröző módszert! **4 pont** ☐

5. Egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\frac{0.1(z+0.8)}{(z-1)(z-0.2)}$. A negatívan visszacsatolt szabályozási körben a szabályozó impulzusátviteli függvénye: $C(z)=2\frac{z-0.2}{z}$.

a./ Milyen jellegű kompenzációt alkalmazunk? Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét.

b./ Adja meg a szabályozó kimenőjelének kezdeti és végértékét, ha bemenőjele mintavételezett egységugrás.

c./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja!

d./ Egységugrás alapjelre a zárt szabályozási körben adja meg a kimenőjel és a beavatkozójel kezdeti- és végértékét! **5 pont** ☐

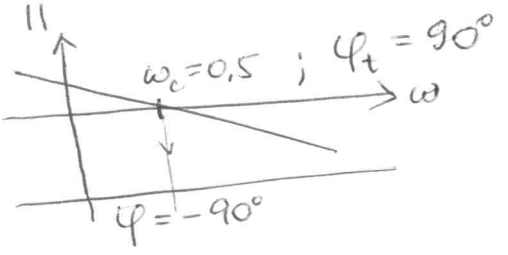
6. Adja meg egy mintavételezett jel z-transzformáltjának kifejezését. Adja meg az $y(t)=e^{-at}$ jel T_s mintavételi idővel történő mintavételezésével adódó diszkrét jel z-transzformáltját.

Adja meg az impulzusátviteli függvény definícióját és számítási módját. **4 pont** ☐

7. Adja meg a gradienst felhasználó NEWTON-RAPHSON optimalizáló módszer kanonikus alakját! **3 pont** ☐

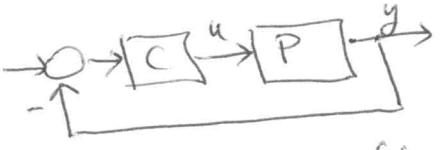
SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZH 2009.12.11.
MEGOLDÁS „A".

1.) a.) $C(s) = \dfrac{1+10s}{10s}$



b.) $L(s) = C(s) \cdot P(s) = 0{,}5/s$

c.)



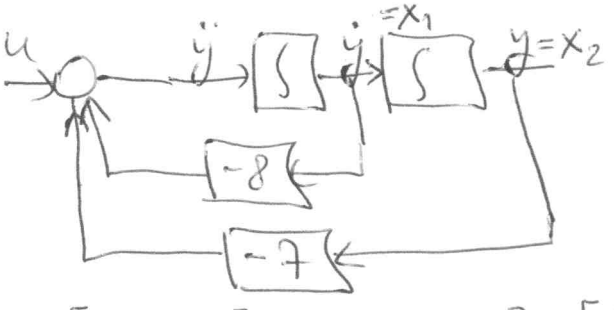
$y(t=0) = 0$; $y(t \to \infty) = 1$

$u(t=0) = 1$; $u(t \to \infty) = 1/5 = 0{,}2$

d.) $-\omega_c T_H = -\dfrac{\pi}{6}$; $0{,}5 \cdot T_H = \dfrac{\pi}{6} \longrightarrow T_H = \dfrac{\pi}{3}$

e.) $-\omega_c T_{Hkr} = -\dfrac{\pi}{2}$; $0{,}5 \cdot T_{Hkr} = \dfrac{\pi}{2} \longrightarrow T_{Hkr} = \pi$

2.) $\dfrac{Y}{U} = \dfrac{1}{s^2+8s+7}$; $\ddot{y} + 8\dot{y} + 7y = u$



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u - 8x_1 - 7x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ y = x_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -8 & -7 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b} u \quad ; \quad y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{c} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{0}_{d} \cdot u$$

Az állapotvisszacsatolt kör karakterisztikus egyenlete:

$$\det(sI - A + b \cdot k^T) = 0$$

$$\det\left\{ \begin{bmatrix} s+8 & 7 \\ -1 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \right\} = \det \begin{bmatrix} s+9 & 9 \\ -1 & s \end{bmatrix}$$

$$s^2 + 9s + 9 = 0 \quad \text{kar. egy.}$$

$$s_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{45}}{2}$$ Bal oldali, stabilis pólusok.

2. ZH

2009. 12. 11.

MEGOLDÁS "A"

3.) A folytonos állapotegyenlet:

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t)$$
$$y(t) = c^T x(t) + d\,u(t)$$

A diszkrét állapotegyenlet: T_s : mintaidő

$$x[k+1] = F\,x[k] + g\,u[k]$$

ahol $F = e^{AT_s}$; $g = \int_0^{T_s} e^{A\lambda}\,d\lambda \cdot b = A^{-1}(e^{AT_s} - I)\,b$ ha A invertálható.

4.) $z = e^{sT_s}$

Az imaginárius tengely az egységsugarú körre,

$s_1 = 0 \rightarrow z_1 = e^{0T_s} = 1$ - be,

$s_2 = -2 \rightarrow z_2 = e^{-2T_s}$ - be képződik le.

5.) Statikus átviteli tényező: $G(z=1) = \dfrac{0.08 \cdot 1.9}{0.1 \cdot 0.8} = 1.9$

$C(z)$ PID kompenzációt valósít meg.

$y(t=0) = 0$; $y(t \to \infty) = 1$ (mivel a szabályozás 1 típusú.)

$$u(t=0) = \lim_{z \to \infty} \frac{z}{z-1}\, 2\,\frac{(z-0.9)(z-0.2)}{(z-1)z} = 2$$

(t=0-ban a visszacsatoló jel 0.)

$$u(t \to \infty) = \frac{1}{G(z=1)} = \frac{1}{1.9} = 0.5263$$

(Az eredő átviteli függvényekből is számíthatók a végértékek.)

6.) $C(z) = \dfrac{4(z-0.7)}{z}$ ideális PD szabályozó.

$$u(t=0) = \lim_{z \to \infty} \frac{z}{z-1} \cdot \frac{4(z-0.7)}{z} = 4$$

$$u(t \to \infty) = \lim_{z \to 1} (1 - \cancel{z^{-1}})\,\frac{\cancel{z}}{\cancel{z-1}} \cdot \frac{4(z-0.7)}{z} = 1.2$$

$$\frac{u(z)}{e(z)} = 4 - 2.8\,z^{-1}$$

A differenciaegyenlet:

$$u(nT) = 4\,e(nT) - 2.8\,e((n-1)T)$$

2. ZH 2009.12.11

MEGOLDÁS "A"

7.) Adaptív simplex tiszta kereső módszer:

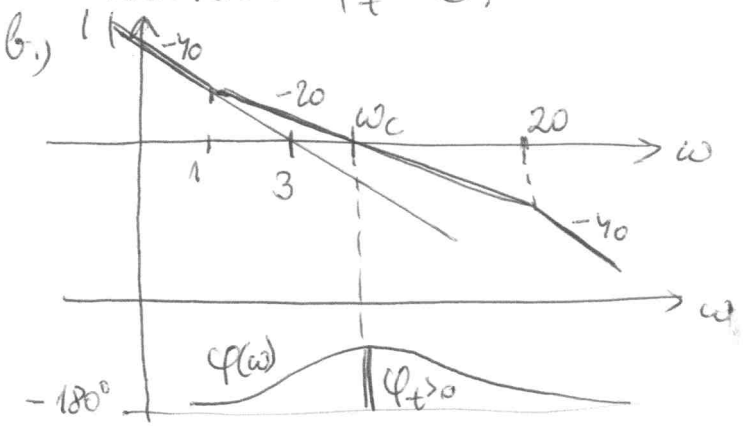
Tiszta kereső a módszer, ha az $f(x)$ fv-nek csak az értéke számítható a minimum pontban (a deriváltjai nem).

Leírása a jegyzet 385. oldalán.

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZH 2009.12.11.
MEGOLDÁS "B"

1. a.) A szabályozás a stabilitás határán van.
A karakteristikus egyenlet $s^2+9=0$; $s_{1,2}=\pm j3$.
Illetve: $\varphi_t=0$.

b.)

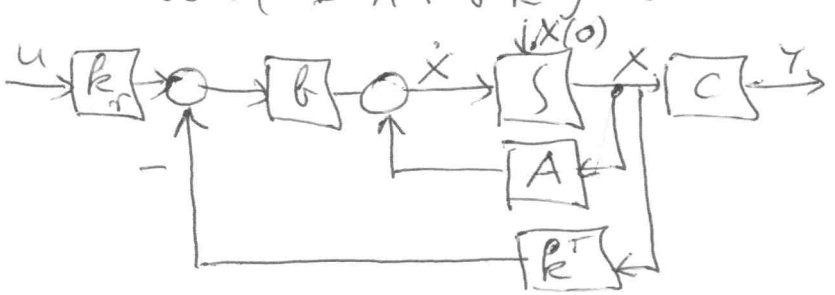


A szabályozás strukturálisan stabilis.
$\varphi_t>0$ (bármilyen erősítésre.)

c.) $y(0)=0$; $y(t\to\infty)=1$.
$u(0)=20$; $u(t\to\infty)=0$.

d.) A sebességugrást 0 hibával, a gyorsulásugrást $1/K=1/9$ állandósult hibával követi.

2. A nyitott rendszer karakteristikus egyenlete:
$\det(sI-A)=0$
Az állapotvisszacsatolt rsz. kar. egyenlete:
$\det(sI-A+bk^T)=0$



3.) $zX(z)=FX(z)+gu(z)$

$X(z)=(zI-F)^{-1}gu(z)$

$Y(z)=\left[c^T(zI-F)^{-1}g+d\right]U(z)$

$G(z)=\dfrac{Y(z)}{U(z)}=c^T(zI-F)^{-1}g+d$

2. ZH

MEGOLDÁS "B"

4.) A jegyzet 283. oldala alapján (mintaszerűen 10.1 példa)

$$\frac{y}{u} = P = \frac{B}{A} = \frac{-8}{(s+4)(s-2)}$$, $p=2$ pólusa labilis.

Keressük azt a $C = Y/X$ szabályozót, amely stabilizálja a folyamatot az

$R(s) = (s+4)(s+2)$ karakteristikus polinom

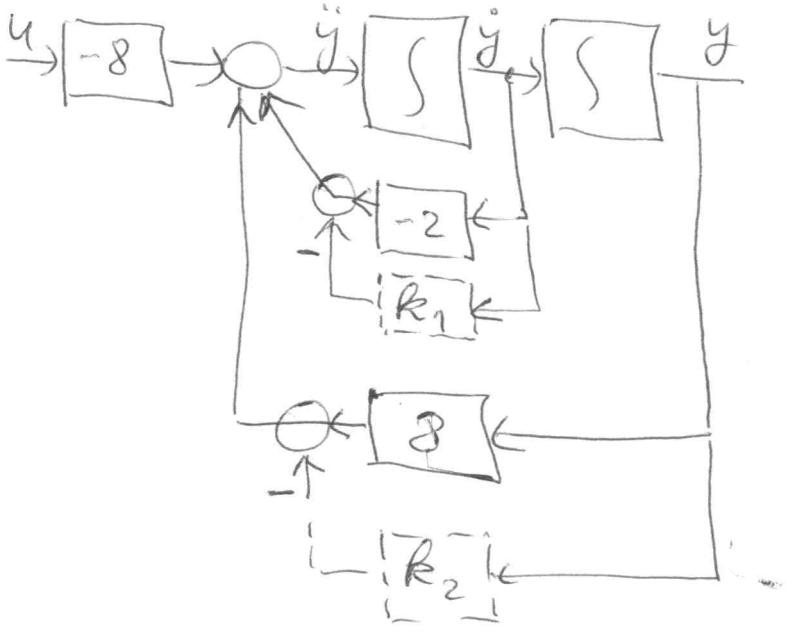
előírásával (tükrözés). $R(s) = s^2 + r_1 s + r_2$

$A(s) = (s+4)(s-2) = s^2 + 2s - 8 = s^2 + a_1 s + a_2$

Az állapotvisszacsatoló vektor:

$$k^T = [r_1 - a_1 \quad r_2 - a_2] = [6-2 \quad 8-(-8)] = [4 \quad 16]$$

Ugyanis:



vagy így:

$$-2 - k_1 = -6$$

$$k_1 = 4$$

$$8 - k_2 = 8$$

$$k_2 = 16$$

2. ZH 2009.12.11.

MEGOLDÁS "B"

5.) a.) Ideális PD.

$$C(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = 2(1 - 0.2 z^{-1})$$

$$u(nT) = 2e(nT) - 0.4\, e((n-1)T)$$

b.) $$u(0) = \lim_{z \to \infty} \frac{z}{z-1} \cdot 2\, \frac{z - 0.2}{z} = 2$$

$$u(t \to \infty) = \lim_{z \to 1} \cancel{(1 - z^{-1})} \frac{z}{\cancel{z-1}} 2 \cdot \frac{z - 0.2}{z} = 1.6$$

c.) $$L(z) = C(z) \cdot G(z) = \frac{0.2(z + 0.8)}{(z-1)z}$$

A karakteristikus egyenlet:

$$1 + L(z) = 0$$

$$z^2 - z + 0.2z + 0.16 = 0$$

$$z^2 - 0.8z + 0.16 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{0.8 \pm \sqrt{0.64 - 0.64}}{2} = \begin{cases} 0.4 < 1 \\ 0.4 < 1 \end{cases}$$ Stabilis.

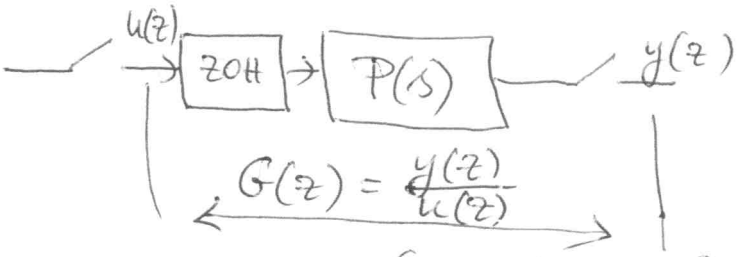
d.) $y(t=0) = 0$; $y(t \to \infty) = 1$ (1 típusú szabályozás)

$u(t=0) = 2$ (Az első pillanatban $y=0$, nem jön visszacsatoló jel.)

$u(t \to \infty) = 0$, mivel a makacs integráló.

6.) $$y(z) = \sum_{i=0}^{\infty} y(iT_0)\, z^{-i}$$

7.) Ld. jegyzet 386. old.



$v(t)$: átmeneti fv.

$$G(z) = \frac{Z\{ v(t)|_{t=kT_0} \}}{\frac{z}{z-1}}$$