Digitális technika 1.
Házi feladatok

Soós Tamás és Sebők Bence

Contents

1. házi feladat **3**
1. feladat . . . 3
2. feladat . . . 3
3. feladat . . . 3
4. feladat . . . 3
5. feladat . . . 3

2. házi feladat **5**
1. feladat . . . 5
2. feladat . . . 6
3. feladat . . . 6
4. feladat . . . 7

3. házi feladat **9**
1. feladat . . . 9
2. feladat . . . 10
3. feladat . . . 11
4. feladat . . . 11
5. feladat . . . 12

4. házi feladat **14**
1. feladat . . . 14
2. feladat . . . 17

5. házi feladat **19**
1. feladat . . . 19
2. feladat . . . 22
3. feladat . . . 23

1. házi feladat

1. feladat

Írja fel bináris, oktális és hexadecimális alakban a decimális 217-et!

217	1
108	0
54	0
27	1
13	1
6	0
3	1
1	1
0	

Bináris:	011 011 001
Oktális:	3 3 1
Bináris:	1101 1001
Hexadecimális:	D 9

Kiegészítés: BCD (binárisan kódolt decimális) alakba a következőképpen lehetne átírni: minden decimális számjegyet egy-egy 4 bináris jegyből álló számmá kell átírni. Tehát a $217_{10} = 0010\,0001\,0111_{BCD}$.

2. feladat

Írja fel az ABC hexadecimális számot decimális, bináris és oktális alakban!

Hexadecimális $\Longrightarrow$ bináris: $ABC \implies 1010\,1011\,1100$

Bináris $\Longrightarrow$ oktális: $101\,010\,111\,100 \implies 5274$

Bináris $\Longrightarrow$ decimális:

$2^{11} + 2^9 + 2^7 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 = 2048 + 512 + 128 + 32 + 16 + 8 + 4 = 2748$

3. feladat

Írja fel a $12 + 3$ bites kettes komplemens ábrázolásban ábrázolható legkisebb és legnagyobb szám előjeles decimális értékét!

A legkisebb szám binárisan: 1000 0000 0000.000. Ez (mivel 12 biten ábrázolunk), a $-2^{11} = -2048$.

A legnagyobb ábrázolható szám binárisan: 0111 1111 1111.111, ezt átváltva decimális számra: $2^{10} + 2^9 + \ldots + 2^1 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} = 1024 + 512 + \ldots + 2 + 1 + 0.5 + 0.25 + 0.125 = 2047.875$, ami egyébként $2^{11} - 2^{-3} = 2048 - 0.125 = 2047.875$.

4. feladat

Adja meg, hogy legalább hány bites egész-, és hány bites törtrészt kell használni, ha -42 és 13 között szeretnénk számokat ábrázolni 0.03125 egység felbontással!

Egészrész: 42 a legnagyobb abszolútértékű szám, amit ábrázolni szeretnénk, erre 6 bit elég (ezzel max 64-ig tudnánk ábrázolni a negatív tartományon). Mivel negatív tartományban is kell ábrázolnunk, így az előjelbit még egy bitet jelent, tehát az **egészrészre 7 bit kell**.

Törtrész: a felbontás értéke $0.03125 = \frac{1}{32}$, ezt pedig **5 biten** tudjuk ábrázolni.

Tehát $7 + 5$ bit szükséges a megadott tartomány ábrázolására.

Kiegészítés: mi a legnagyobb és legkisebb ábrázolható szám itt?

5. feladat

Algebrai alakban adott az alábbi logikai függvény: $F(A, B, C, D) = AB + (C + D)D$. Adja meg a függvény diszjunktív és konjunktív kanonikus algebrai alakját!

Rajzoljuk fel a függvény Karnaugh-tábláját, ehhez először írjuk át diszjunktív (de nem kanonikus) alakba: $F(A, B, C, D) = AB + CD + D$.

0	1	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1
0	1	1	0

C, B, A, D

Ezután írjuk fel az egyes mintermeket kanonikus alakban a mintermindex szerint növekvő sorrendben: $F(A,B,C,D) = \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BCD + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}CD + AB\overline{C}\overline{D} + AB\overline{C}D + ABC\overline{D} + ABCD$, ez a diszjunktív kanonikus algebrai alakja az $F(A,B,C,D)$ függvénynek

A Karnaugh-táblából ki tudjuk olvasni a konjunktív kanonikus alak termjeit, de vigyázzunk, hogy ebben az esetben fordítottan kell gondolkodni, vagyis ahol nincs benne a peremezésben az adott cella, ott lesz ponált a kifejezésben az aktuális betű! Így a konjunktív kanonikus algebrai alak: $F(A,B,C,D) = \left(\overline{A} + B + \overline{C} + D\right) \cdot$
$\cdot \left(\overline{A} + B + C + D\right)\left(A + \overline{B} + \overline{C} + D\right)\left(A + \overline{B} + C + D\right)\left(A + B + \overline{C} + D\right)(A + B + C + D)$.

2. házi feladat

1. feladat

Adja meg annak a 4 bemenetű ($ABCD$), 1 kimenetű (F) kombinációs hálózatnak az **igazságtáblázatát**, amely kimenete 1, ha pontosan két bemenete 1-es értékű, vagy az A és B bemenet 1-es értéke mellett a C és D bemenetből csak az egyik 1-es.

Megoldás:

Először írjuk fel az igazságtáblázatba az $ABCD$ változók lehetséges értékeit, majd írjuk fel azt, hogy hol szerepel pontosan 2 db 1-es. A következő oszlopba írjuk fel az $A \cdot B$ kifejezés igazságértékét, ami pontosan akkor lesz 1, ha A és B bemenetek értéke egyszerre 1. Ezután írjuk fel a $C \oplus D$ kifejezést, ami pontosan akkor lesz 1, ha C és D bemenetek közül pontosan az egyik 1-es.

$A\,B\,C\,D$	Két bemenet 1 értékű	$A \cdot B$	$C \oplus D$
0 0 0 0	0	0	0
0 0 0 1	0	0	1
0 0 1 0	0	0	1
0 0 1 1	1	0	0
0 1 0 0	0	0	0
0 1 0 1	1	0	1
0 1 1 0	1	0	1
0 1 1 1	0	0	0
1 0 0 0	0	0	0
1 0 0 1	1	0	1
1 0 1 0	1	0	1
1 0 1 1	0	0	0
1 1 0 0	1	1	0
1 1 0 1	0	1	1
1 1 1 0	0	1	1
1 1 1 1	0	1	0

Így minden szükséges kifejezést felírtunk az igazságtáblába, már csak ezek alapján ki kell tölteni az F függvény oszlopát. Mivel $VAGY$ kapcsolat szerepel a két kifejezés között, így ahol a „Két bemenet 1 értékű” oszlopban 1-es szerepel, ott az F értéke is 1 lesz (a kékkel jelölt rész).

A második kifejezés (az A és B bemenet 1-es értéke mellett a C és D bemenetből csak az egyik 1-es) két fele között $ÉS$ kapcsolat van, tehát ott lesz az F értéke 1, ahol $A \cdot B$ és $C \oplus D$ egyszerre 1-es. Itt úgy járunk el, hogy az F oszlopában a maradék helyekre 0-t írunk, ha az $A \cdot B$ oszlopában vagy a $C \oplus D$ oszlopában 0 van(a pirossal jelölt rész). Az ezután is üresen maradt cellákba 1-est írunk.

$A\,B\,C\,D$	Két bemenet 1 értékű	$A \cdot B$	$C \oplus D$	F
0 0 0 0	0	0	0	0
0 0 0 1	0	0	1	0
0 0 1 0	0	0	1	0
0 0 1 1	1	0	0	1
0 1 0 0	0	0	0	0
0 1 0 1	1	0	1	1
0 1 1 0	1	0	1	1
0 1 1 1	0	0	0	0
1 0 0 0	0	0	0	0
1 0 0 1	1	0	1	1
1 0 1 0	1	0	1	1
1 0 1 1	0	0	0	0
1 1 0 0	1	1	0	1
1 1 0 1	0	1	1	1
1 1 1 0	0	1	1	1
1 1 1 1	0	1	0	0

Megjegyzés: nem szükséges kiírni a mellékszámításokhoz szükséges oszlopokat, ha a feladat nem kéri külön (ezt csak akkor

alkalmazd, ha már eléggé gyakorlott vagy, de otthoni gyakorlás során érdemes kiírni az összes oszlopot). Itt csak a megértést elősegítendően tüntettük fel, vizsgán célszerű fejben végiggondolni, és rögtön a megoldást leírni, mert nagyban meggyorsítja a folyamatot.

2. feladat

Adja meg az 1. feladatban szereplő függvény **Karnaugh-tábláját**! A táblázat felírásakor vegye figyelembe, hogy a bemeneten azok a kombinációk nem fordulhatnak elő, ahol fennáll az alábbi Boole algebrai egyenlőség: $CD = A+B$.

Megoldás:

$A\,B\,C\,D$	Két bemenet 1 értékű	$A \cdot B$	$C \oplus D$	$C \cdot D$	$A + B$	F
0 0 0 0	0	0	0	0	0	-
0 0 0 1	0	0	1	0	0	-
0 0 1 0	0	0	1	0	0	-
0 0 1 1	1	0	0	1	0	1
0 1 0 0	0	0	0	0	1	0
0 1 0 1	1	0	1	0	1	1
0 1 1 0	1	0	1	0	1	1
0 1 1 1	0	0	0	1	1	-
1 0 0 0	0	0	0	0	1	0
1 0 0 1	1	0	1	0	1	1
1 0 1 0	1	0	1	0	1	1
1 0 1 1	0	0	0	1	1	-
1 1 0 0	1	1	0	0	1	1
1 1 0 1	0	1	1	0	1	1
1 1 1 0	0	1	1	0	1	1
1 1 1 1	0	1	0	1	1	-

Az előző feladatban vizsgált igazságtáblázatot bővítsük ki a $C \cdot D$ és az$A + B$ kifejezésekkel. Innen már könnyen leolvasható, hogy mely esetekben egyenlő e két kifejezés értéke (a kékkel jelöltek), és innen már egyszerű kitölteni a Karnaugh-táblát.

C

-	-	1	-
0	1	-	1
1	1	-	1
0	1	-	1

B

A

D

Megjegyzés gyakorlottaknak: ha nem akarunk ennyit írni, akkor egyszerűbben is meg lehet oldani a feladatot, csak nagyobb a hibázás esélye. Ekkor először a közömbös értékeket kell felvenni a Karnaugh-táblában a következőképpen: vizsgáljuk a feladatban megadott egyenlőséget, ha mindkét oldal igaz. Ez azt jelenti, hogy $C = D = 1$ értéke mellett $(A, B) = \{01, 10, 11\}$, ezután azokra a helyekre írunk „don't care"-t, ahol az egyenlőség mindkét oldala hamis, vagyis $A = B = 0$ értéke mellett $(C, D) = \{00, 01, 10\}$. Ezután a maradék helyeket kitöltjük az előző feladat Karnaugh-táblája szerint.

3. feladat

Adja meg a maxterm indexeit az alábbi logikai függvénynek: $F(A, B, C, D) = \sum [(0, 1, 2, 5, 7, 9) + (3, 10, 15)]$.

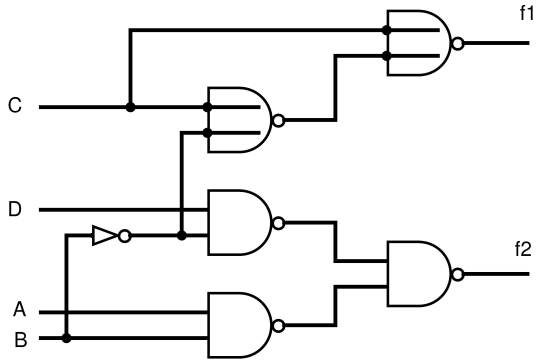
Megoldás:

Ebben a felírásban a + jel előtti értékek azoknak a mintermeknek az indexei, ahol az F értéke 1, a + utániak pedig azok a mintermindexek, ahová közömbös értéket kell írnunk. Az első lépésben vegyük a függvény negáltját úgy, hogy a mintermindexes felírásba azokat az indexeket írjuk, amik nem szerepelnek a ponált függvény felírásában, azonban ez nem vonatkozik a közömbös értékekre (hiszen azok attól nem változnak, hogy megnegáljuk a függvényt). Így a

kapott $\overline{F} = \sum[(4,6,8,11,12,13,14)+(3,10,15)]$. Végül mégegyszer negáljuk a függvényt (amivel visszakapjuk az eredetit) úgy, hogy a mintermindexes felírásból áttérünk maxtermindexes felírásba. Ezt úgy tehetjük meg, hogy minden maxtermindex a legnagyobb indexű elem indexéből (ami itt 15) kivonva a mintermindexet. (A legnagyobb index kiszámítása egyébként úgy történik, hogy ha n-változós a függvény, akkor a legnagyobb index 2^n-1.) Tehát a kapott függvény:

$\overline{\overline{F}} = F = \prod[(11,9,7,4,3,2,1)+(12,5,0)] = \prod[(1,2,3,4,7,9,11)+(0,5,12)]$

Adott az alábbi elvi logikai rajz. Adja meg az f_1 és f_2 függvények Karnaugh-tábláját.



Megoldás:

Az f_1 függvény kizárólag *NOR*-kapukkal megvalósított házózat, vagyis algebrailag egyszerűen konjunktív alakban írható le. Ez a következő: $f_1 = \left(\overline{B}+C\right)\cdot\overline{C}$ (mivel a C a második szintre is be van kötve, ott negáltan kell figyelmebe venni, ez a *NOR*-kapus felírásból adódik). Hasonlóan az f_2 függvényt is meghatározhatjuk. Itt tisztán *NAND*-kapus a hálózat megvalósítása, amit pedig diszjunktív algebrai alakba egyszerű alakítani: $f_2 = AB + \overline{B}D$. Innen egyszerűen kitölthetőek a

Karnaugh-táblák:

f_1

		C	
1	1	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
1	1	0	0

A, B, D

f_2

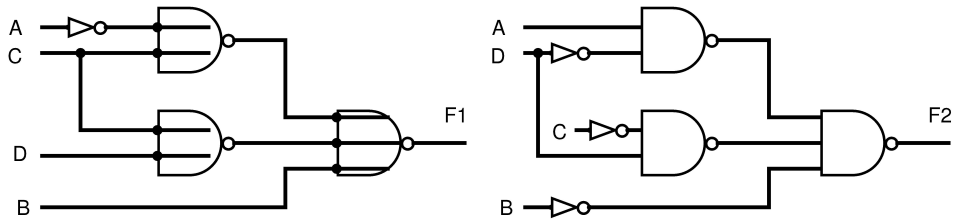
		C	
0	1	1	0
0	0	0	0
1	1	1	1
0	1	1	0

A, B, D

4. feladat

Rajzolja fel a következő függvények kizárólag *NAND*- vagy *NOR*-kapus megvalósítását: $F_1 = \left(\overline{A}+C\right)(C+D)\,\overline{B}$ valamint $F_2 = A\overline{D} + \overline{C}D + B$.

Megoldás:



Ahogy az előző feladatban láthattuk, *NAND*-kapus megvalósításból a diszjunktív alakba történő felírás, illetve *NOR*-kapus megvalósításból a konjunktív alakba történő felírás egy lépésben egyszerűen elvégezhető, és ez termé-

szetesen a fordított irányra is igaz, ahogy ebben a feladatban láthatjuk. Amire itt is nagyon figyelni kell, hogy ha a második szintre kötünk be egy változót közvetlenül, akkor annak a felírásban szereplőhöz képest a negáltját kell bekötni. Ez a *NAND*-, illetve *NOR*-kapus megvalósítás oka, ettől eltekintve ugyanúgy kötjük be a jeleket mintha csak egyszerű *ÉS*-*VAGY*-kapuk lennének.

3. házi feladat

1. feladat

Adott az $F(A,B,C,D) = \sum[(0,1,2,5,7,9) + (3,10,15)]$ függvény.

Töltse ki a Karnaugh-tábláját, **jelölje be** és **adja meg** az összes **mintermből** képezhető prímimplikánsát.

Ugyanennek a függvénynek **jelölje be** és **adja meg** az összes **maxtermből** képezhető prímimplikánsát.

Kiegészítő feladat: jelöljük meg mindkét esetben a lényeges prímimplikánsokat.

Megoldás:

Fontos megjegyezni még az elején, hogy azokat az implikánsokat nevezzük prímimplikánsoknak, amik tartalmaznak legalább egy határozott kimenetet (tehát van bennük legalább egy 1-es vagy 0-ás, de ezek közül pontosan az egyik, azaz nem csak don't care-ekből állnak).

Először töltsük ki a Karnaugh-táblát a megadott mintermindexes alak alapján.

F		C	
1	1	-	1
0	1	1	0
0	0	-	0
0	1	0	-

A, B, D

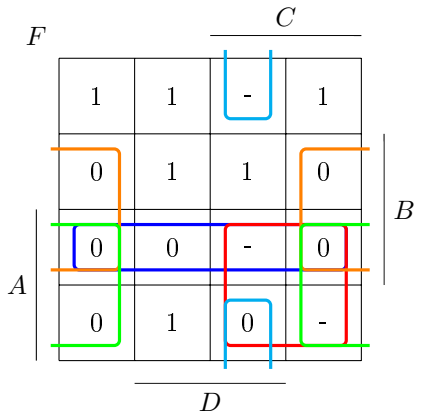
Ezután jelöljük be a pírimimplikánsokat. Ezek azok az implikánsok (vagyis egy vagy több min- vagy maxtermet - de mindig csak az egyiket -, illetve esetleg „don't care"-t lefedő egyszerűsített elemek), melyek már tovább nem egyszerűsíthetőek. Vagyis már nem tudunk további termet vagy közömböst lefedni vele úgy, hogy „megtartsa téglalap alakját". Először nézzük meg a mintermekből képezhető prímimplikánsokat.

F		C	
1	1	-	1
0	1	1	0
0	0	-	0
0	1	0	-

A, B, D

Ekkor a prímimplikánsok felírva a következők lesznek: $\overline{B}C\overline{D}$, BCD, $\overline{A}\,\overline{B}$, $\overline{A}D$ és $\overline{B}\,\overline{C}D$. *Ezek közül csak az* $\overline{A}\,\overline{B}$, $\overline{A}D$ *és* $\overline{B}\,\overline{C}D$ *lényeges, mert ezek tartalmaznak megkülönböztetett mintermet (ami olyan minterm, amit pontosan 1 prímimplikáns fed le).*

A függvény ugyanaz, tehát a Karnaugh-táblája ugyanaz, csak a maxtermekből képezhető prímimplikánsokat kell bejelölnünk:



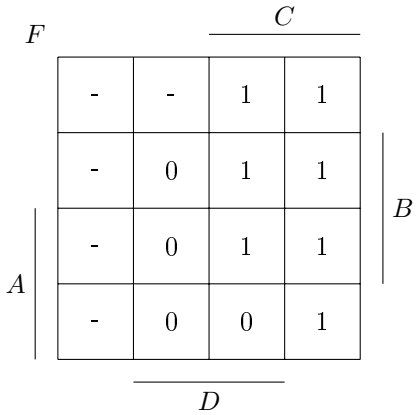
Ekkor pedig a prímimplikánsok: $B+\overline{C}+\overline{D}$, $\overline{A}+\overline{B}$, $\overline{A}+\overline{C}$, $\overline{B}+D$ és $\overline{A}+D$. *Ezek közül csak az* $\overline{A}+\overline{B}$, $\overline{B}+D$ *és* $\overline{A}+D$ *lényeges, mert ezek tartalmaznak megkülönböztetett mintermet*

2. feladat

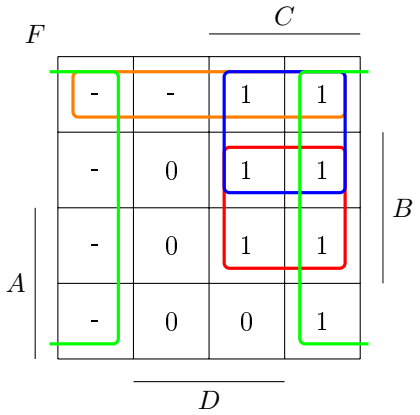
Adott az $F(A,B,C,D)=\prod[(2,4,6,10)+(3,7,11,14,15)]$ függvény. Töltse ki a Karnaugh-tábláját, majd grafikus minimalizálással határozza meg a legegyszerűbb, kétszintű, **diszjunktív**, algebrai alakját.

Megoldás:

Először töltsük ki a Karnaugh-táblát, nem feledve, hogy maxtermindexes alakban van megadva a függvény.



Ezután határozzuk meg a mintermekből képezhető prímimplikánsokat (mivel diszjunktív alakban kell megadni a függvényt).



Az $\overline{A}\,\overline{B}$ és $\overline{A}C$ prímimplikánsok nem lényegesek, vagyis minden mintermjét tartalmazza más prímimplikáns is. Ennek ellenére nem hagyhatjuk el mindkettőt, mert akkor az $\overline{A}BCD$ minterm nem lenne lefedve.

Mivel mindkét nem lényeges prímimplikáns ugyanolyan bonyolultságú, ezért választhatunk, hogy melyiket hagyjuk el. Ezek alapján két egyforma komplexitási indexű megvalósítást tudunk felírni a függvényre, ami a legegyszerűbb: $F(A,B,C,D)=BC+\overline{D}+\overline{A}C=BC+\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}$.

3. feladat

Adott az $F(A,B,C,D) = \sum[(6,9,10,11,14)+(0,1,3)]$ függvény. Grafikus minimalizálással határozza meg a legegyszerűbb, kétszintű, **diszjunktív**, algebrai alakját.

Megoldás:

Először rajzoljuk fel a Karnaugh-táblát, és töltsük ki a megadott függvény szerint. Figyeljünk, hogy itt a mintermindexes alak van megadva.

F		C	
-	-	-	0
0	0	0	1
0	0	0	1
0	1	1	1

A, B, D

Ezután rajzoljuk be a mintermekből képezhető prímimplikánsokat (mivel diszjunktív alakot kér a feladat).

F		C	
-	-	-	0
0	0	0	1
0	0	0	1
0	1	1	1

A, B, D

Innen látható, hogy az $AC\overline{D}$ és az $A\overline{B}C$ prímimplikánsok közül csak az egyik kell, mivel egyik sem lényeges, viszont ha mindkettőt elhagyjuk, akkor a 10-es indexű minterm nem lesz lefedve (a többi prímimplikáns mind lényeges). Mivel mind a két prímimplikáns ugyanolyan méretű, így mindegy, hogy melyiket hagyjuk el, a függvény komplexitási indexe nem fog változni, vagyis mind a két megoldással a legegyszerűbb alakhoz jutunk (annak ellenére, hogy különbözik a két felírás). Itt felírjuk mind a két lehetséges megoldást, de alapvetően elegendő csak az egyik megadása. Tehát ha az $AC\overline{D}$ mintermet hagyjuk el: $F(A,B,C,D) = \overline{B}D + BC\overline{D} + A\overline{B}C$. Ha az $A\overline{B}C$ mintermet hagyjuk el, akkor pedig az $F(A,B,C,D) = \overline{B}D + BC\overline{D} + AC\overline{D}$.

4. feladat

Adott az $F(A,B,C,D) = \sum[(4,6,8,9,10,11,12,14)+(5,7,13)]$ függvény. Grafikus minimalizálással határozza meg a legegyszerűbb, kétszintű, hazárdmentes, **konjunktív** algebrai alakját, ha a közömbös bejegyzésekhez tartozó bemeneti kombinációk fizikailag nem fordulhatnak elő a hálózat bemenetén.

Megoldás:

Először ismét rajzoljuk fel a Karnaugh-tábláját a hálózatnak.

F		C	
0	0	0	0
1	-	-	1
1	-	0	1
1	1	1	1

A, B, D

A következő lépésben határozzuk meg és rajzoljuk be a Karnaugh-táblába a prímimplikánsokat.

F		C	
0	0	0	0
1	-	-	1
1	-	0	1
1	1	1	1

A, B, D

Mivel az $A + \overline{D}$ nem tartalmaz megkülönböztetett maxtermet, így nem is lényeges, tehát elvileg elhagyhatjuk. Vizsgáljuk meg, hogy ez milyen hatással lesz a hazárdmentességre: ha elhagyjuk, akkor megjelenhetnek a következő helyeken statikus hazárdok:

F		C	
0	0	0	0
1	-	-	1
1	-	0	1
1	1	1	1

A, B, D

Mivel a feladat szövege szerint a közömbös értékekhez tartozó bemeneti kombinációk fizikailag nem fordulhatnak elő, ez azt jelenti, hogy az olyan átmeneteket nem kell hazárdmentesítenünk, ahol legalább az egyik állapot közömbös érték (mivel ez az átmenet fizikailag nem valósulhat meg). Ez azt jelenti számunkra, hogy ebben az esetben elhagyhatjuk az $A + \overline{D}$ prímimplikánst, és ezzel nem sérül a hazárdmentesség, tehát a megoldás a Karnaugh-táblából kiolvasva: $F(A, B, C, D) = \left(\overline{B} + \overline{D}\right)(A + B)$.

5. feladat

Adott az $F(A, B, C, D) = \sum[(4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14) + (5, 7, 13)]$ függvény. Grafikus minimalizálással határozza meg a legegyszerűbb, kétszintű, hazárdmentes, **konjunktív** algebrai alakját, ha a megvalósított hálózat nem tartalmazhat statikus hazárdot.

Megoldás:

Az előző feladathoz képest annyi a különbség, hogy itt nem mondja a feladat, hogy nem fordulhatnak elő a közömbös értékek, ami azt jelenti, hogy ugyan az nem érdekel minket, hogy ott 1-es vagy 0 a megvalósított hálózat kimenete, de az őket érintő átmeneteket is hazárdmentesíteni kell, hiszen ha nem tesszük, a hálózatban ugyanúgy jelen lehet statikus hazárd, amitől a hálózat működése helytelenné válhat. Ismét kezdjük azzal, hogy felírjuk a függvény Karnaugh-tábláját, és rajzoljuk is be a prímimplikánsokat.

F		C		
	0	0	0	0
	1	-	-	1
A	1	-	0	1
	1	1	1	1
		D		B

Az előző feladattal ellentétben itt nem hagyhatjuk el a az $A + \overline{D}$ prímimplikánst, mert akkor hazárdossá válna a hálózatunk. Így hagyjuk meg azért, hogy lefedje a hazárdokat. Ekkor a függvényünk a következő lesz: $F(A, B, C, D) = \left(A + \overline{D}\right)\left(\overline{B} + \overline{D}\right)(A + B)$. Vizsgáljuk meg a hálózat komplexitási indexét: ez jelen esetben 9 lesz (hiszen ha megvalósítjuk tényleges kapukkal a hálózatot, akkor ennyi bemenetünk lesz).

Gondoljuk végig, hogy mi okozta a hazárdot: két olyan átmenet, aminek az egyik eleme egy közömbös érték volt. Azon kívül, hogy beveszünk még egy implikánst, hogy lefedje a hazárdot, mi lenne ha kihagynánk a két problémás közömbös értéket? A következőképpen fog kinézni ekkor a függvényünk:

F		C		
	0	0	0	0
	1	-	-	1
A	1	-	0	1
	1	1	1	1
		D		B

Ekkor ugyancsak hazárdmentes hálózathoz jutunk, de vajon az előző vagy ez a megoldás a legegyszerűbb? Ennek eldöntésére való a komplexitási index, tehát vizsgáljuk meg ebben az esetben is. Ehhez célszerű először felírni algebrai alakban a függvényt: $F(A, B, C, D) = \left(\overline{A} + \overline{B} + \overline{D}\right)(A + B)$, innen kiolvasva 7 lesz a komplexitási index ebben az esetben, ami azt jelenti, hogy ez a legegyszerűbb konjunktív, hazárdmentes alak.

Megjegyzés: alapvetően a következő háromféle feladat lehetséges: (1) Ha legegyszerűbb; (2) ha legegyszerűbb hazárdmentes; (3) vagy ha legegyszerűbb hazárdmentes alakot kérnek, de azzal a feltétellel, hogy a közömbös bejegyzésekhez tartozó bemeneti kombinációk fizikailag nem fordulhatnak elő. Ezekkel kapcsolatban azt érdemes fejben tartani, hogy az (1) és (3) esetben a megoldás csak prímimplikánsokat tartalmaz, míg a (2) esetben - ahogyan láthattuk is -, ez nem feltétlenül igaz.

Apró megjegyzés: ezekben a feladatokban nem foglalkoztunk a funkcionális hazárddal, mert csak olyan esetekben fordul elő, amikor egyszerre több bemeneti változó értéke módosul, amit mi eleve kizártnak tekintünk, mert az ellen nem ilyen formában lehet védekezni, hanem ha közvetlenül egy felhasználó akarja a hálózatunkat használni, akkor egyszerűen megtiltjuk neki ezt, és megmondjuk, hogy arra nem vállalunk garanciát, hogy mit fog csinálni a hálózat, ha ilyet csinál vele. Ha pedig egy másik hálózatrész adja a mi hálózatunk bemenetét, akkor abban a másik hálózatrészben kell gondoskodni arról, hogy ne változtasson meg több bemenetünket egyszerre.

4. házi feladat

1. feladat

Valósítsa meg az $F = \sum[(1,2,4,6,13,15) + (10,14)]$ logikai függvényt a $G = \sum[(1,5,6,7,13,14,15)]$ logikai függvény mint építőelem és **minimális** kiegészítő hálózat felhasználásával oly módon, hogy az eredő hálózat kimenetén

ÉS kapu szerepeljen.

VAGY kapu szerepeljen.

Megoldás:

Először töltsük ki az F és G Karnaugh-tábláit.

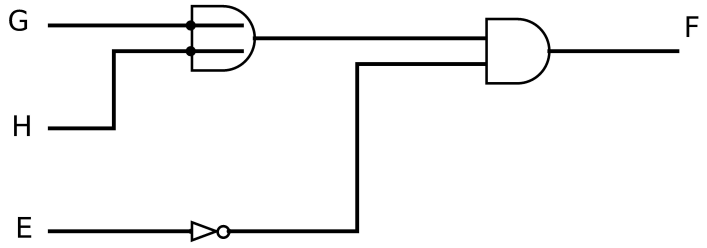
F

0	1	0	1
1	0	0	1
0	1	1	-
0	0	0	-

G

0	1	0	0
0	1	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

Ha ÉS kapu szerepel az eredő hálózat kimenetén, akkor a következő koncepció szerint épül fel a hálózat:



Tehát a külső ÉS kapuba csatlakozik (egy inverteren keresztül) az elvonó hálózat, és az első szinten pedig egy VAGY kapuba van kötve a G és a hozzáadó hálózat. Ez azt jelenti, hogy először az elvonó hálózatot kell meghatároznunk. Ezt a következőképpen tehetjük meg: ott lesz 1-es a függvény, ahol a G-ben 1-es van, de az F-ben 0-nak kell lenni, mivel ezeket a kimeneteket „el kell venni”. Azok az értékek, amik a G-ben 0-k és az F-ben is azok, vagyis az olyan 0 értékek, amiken nem kell változtatnunk, don't care értékek lesznek. Ez azért van, mert ezeken az értékeken nem változtat, ha még egyszer „elvesszük” őket. Az olyan helyeken pedig, ahol a kimenetnek (vagyis az F-nek) 1-nek kell lennie, ott biztosan 0-nak kell lennie az elvevő hálózatnak. Ott, ahol a kimenetnél don't care van, ott az elvonó hálózatban is don't care van természetesen, hiszen ott mindegy, hogy milyen lesz a hálózat megvalósítása.

Ennek a hálózatnak kell megtalálnunk a legegyszerűbb megvalósítását. Diszjunktív megvalósításokat tekintünk csak ezekben a feladatokban.

-	0	-	0
0	1	1	0
-	0	0	-
-	-	-	-

Tehát az elvonó hálózat a következő lesz: $E = \overline{A}BD$.

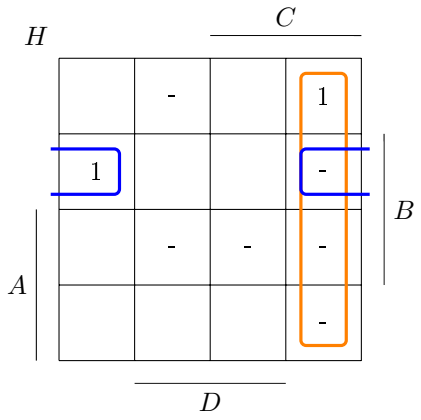
Ezután határozzuk meg az első szintre kötött hozzáadó hálózatot. Ez pedig úgy történik, hogy oda kerül 1-es, ahol a G 0, de az F-nek 1-esnek kell lennie. Ott, ahol mind a G, mind az F 1-es, mindegy, hogy milyen értékű a hozzáadó hálózat, ezért ezeken a helyeken don't care lesz. Ezután nézzük meg, hogy milyen megvalósítást alkalmaztunk az elvonó hálózatnál. Ez azért fontos, mert ahol úgyis 1 az elvonó hálózat (fontos, hogy ezt a tényleges megvalósítás alapján kell nézni, vagyis előtte meg kell határozni), ott mindegy, hogy az ÉS kapu másik bemenetére milyen érték érkezik, ezért ezeken a helyeken is don't care lesz. Természetesen ahol az F don't care, ott a hozzáadó hálózat is az lesz. A maradék helyeken a hozzáadó hálózat 0 értékű. *(Egyszerűbb lehet kihagyni a 0-kat a Karnaugh-táblából, mert így könnyebben átlátható, hogy mit kell lefednünk, amikor meghatározzuk a legegyszerűbb megvalósítást.)* Ezt vegyük fel egy Karnaugh-táblában, és határozzuk is meg a legegyszerűbb diszjunktív megvalósítást is.

	-		1
1	–	–	-
	-	-	-
			-

Így a hozzáadó hálózat megvalósítása: $H = \overline{A}B + C\overline{D}$.

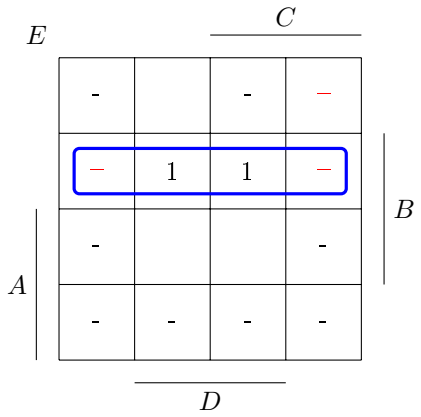
Abban az esetben, ha a VAGY kapu szerepel az eredő hálózat kimenetén, akkor pont ellentétes sorrendben történik a hozzáadás és elvonás. Tehát az elvonó hálózat az első, míg a hozzáadó hálózat a második szintre van bekötve. Az előző feladatrész alapján először itt a hozzáadó hálózatot kell meghatározni (természetesen miután kitöltöttük az F és G hálózatok Karnaugh-tábláit, de mivel megegyezik ebben az esetben az előző feladatéval, így itt ezt a lépést kihagyjuk), és csak miután meghatároztuk ennek a pontos megvalósítását, meghatározhatjuk az elvonó hálózatét.

Itt a hozzáadó hálózatot hasonlóan kell felvenni, mint az előző esetben, de ott nem lehet don't care, ahol az elvonó hálózat megvalósításában 1-es szerepel, hiszen azt még meg se határoztuk! Ezek helyén 0-nak kell lennie a hálózatnak. Tehát ebben az esetben a hozzáadó hálózat a következő lesz:



$H = \overline{A}B\overline{D} + C\overline{D}$.

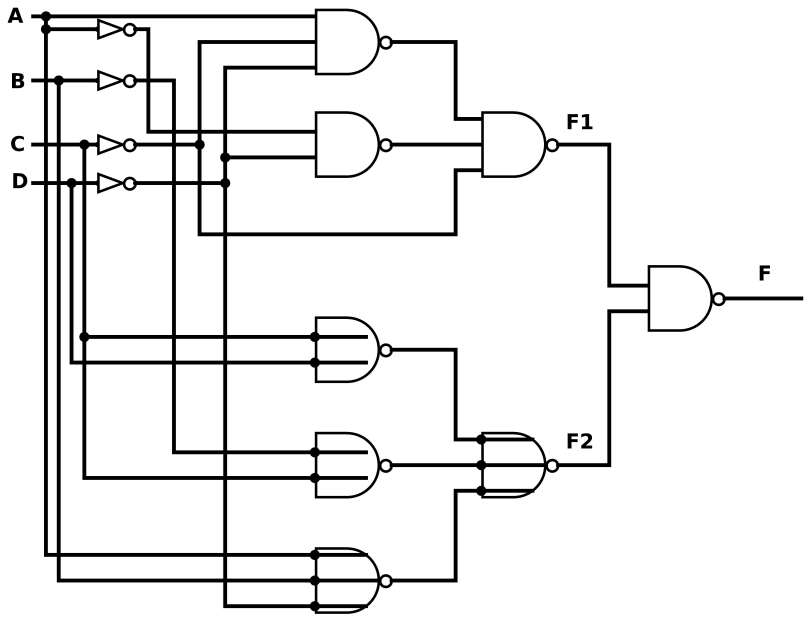
Miután meghatároztuk a hozzáadó hálózat megvalósítását, határozzuk meg az elvonó hálózatét. Ezt szintén hasonlóan tehetjük meg, mint az előző esetben, ám itt az lesz az eltérés, hogy bevehetünk még don't care-eket, méghozzá azokra a helyekre, ahol a hozzáadó hálózat megvalósításában 1-es szerepel. Így az elvonó hálózat Karnaugh-tábláját kitölthetjük, és meghatározhatjuk a legegyszerűbb diszjunktív megvalósítást:



$E = \overline{A}B$.

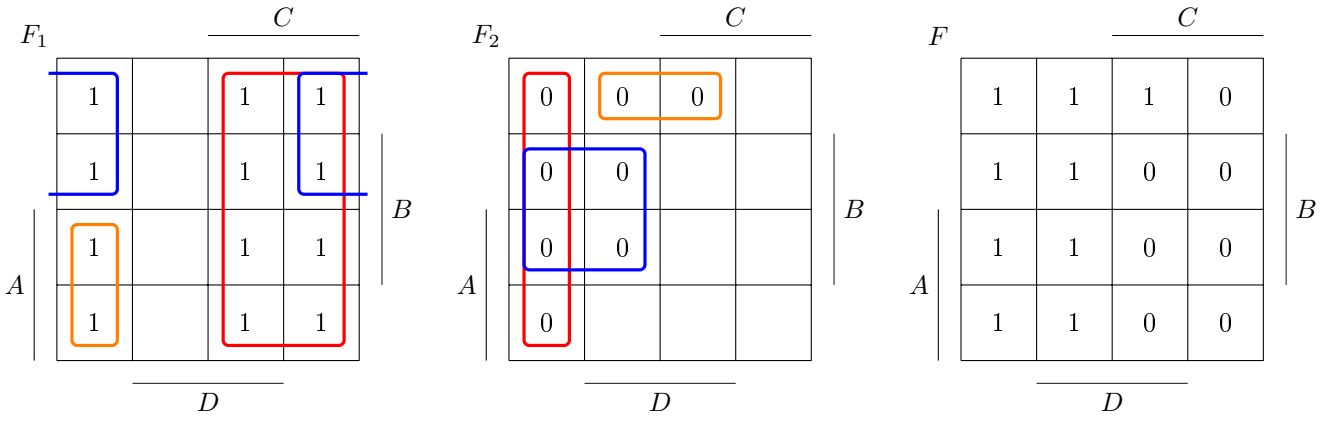
2. feladat

Elvi logikai rajzával adott az alábbi logikai hálózat. A rajz alapján írja fel az F_1, F_2 függvények algebrai alakját, és határozza meg az F_1, F_2 és F függvények Karnaugh-tábláit.
Jelölje meg, hogy hol tartalmaz az F_1, F_2 és F hálózat statikus és dinamikus hazárdot.

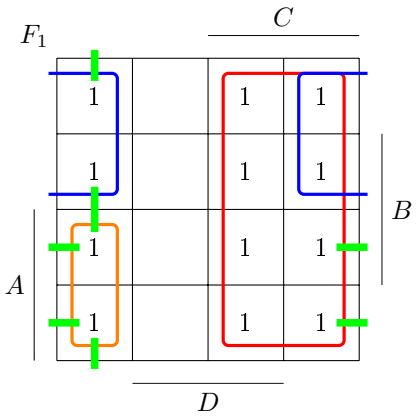


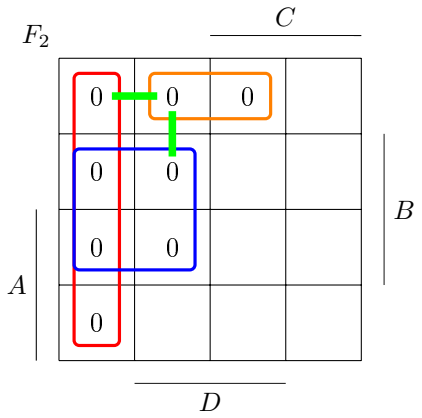
Megoldás:

Először vegyük fel a függvények Karnaugh-tábláit, és jelöljük be bennük a hurkokat a megvalósításnak megfelelően, hogy utána meghatározható legyen, hogy tartalmaz-e az adott hálózatrész hazárdot, és ha igen, akkor hol. Az F meghatározásához szükségünk van először az alhálózatok meghatározására. Ezután, mivel NAND kapukkal van összekötve (ami azt jelenti, hogy csak akkor 0, ha mind a két bemenete 1; más szavakkal akkor 1, ha valamelyik bemenete 0), megnézzük először az F_1-et, és ahol az 0, ott kitölthetjük az F Karnaugh-tábláját 1-gyel. Ugyanezt végigcsináljuk az F_2-re is, és ezután az üresen maradt helyeket kitöltjük 0-kkal. Ehhez azonban írjuk fel a függvényeket algebrai alakban:
$F_1 = A\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{D} + C$, $F_2 = (C+D)\big(\overline{B}+C\big)\big(A+B+\overline{D}\big)$ és $F = \overline{F_1 F_2}$.
A Karnaugh-táblák még csak a hurkokkal:



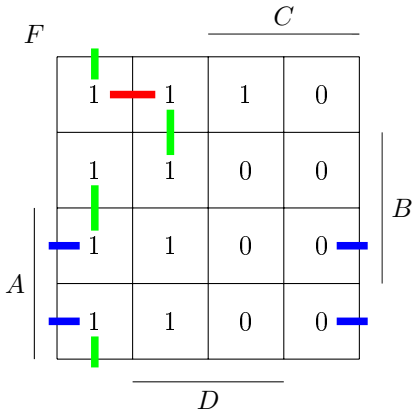
Miután ezzel megvagyunk, rajzoljuk be az F_1 és F_2 függvények Karnaugh-táblájába a statikus hazárdokat (mivel dinamikus hazárd csak legalább 3 szintű hálózatban fordulhat elő, az csak az F-ben jelenhet meg).





Ezután kitölthetjük az F Karnaugh-táblájában a hazárdokat. Ezt úgy tehetjük meg, hogy megvizsgáljuk, az alhálózatokban mely átmeneteknél voltak hazárdok. Azon az átmeneten, ahol valamelyik alhálózatban van statikus hazárd, és az F-ben pedig az adott átmenet egy 1-0 vagy 0-1 átmenet (vagyis változik a kimenet), akkor ezen az átmeneten dinamikus hazárd van (a dinamikus hazárd minden esetben kijut, csak a statikus hazárdok esetében kell ezt külön megvizsgálnunk). Erre példa a minterm index szerinti 12-14 átmenet. Azoknál az átmeneteknél, ahol nem változik az F, ott statikus hazárd lehet, de itt meg kell vizsgálnunk, hogy kijut-e a kimenetre. Ezt úgy tehetjük meg, hogy nézzük például a (minterm index szerinti) 4-12 átmenetet: az F_1 hálózatban itt van egy statikus hazárd, de az F_2 hálózat lefedi, mivel NAND-kapuval vannak összekötve, és az F_2-ben ezen az átmeneten egy lefedett 0-0 átmenet van, ami azt jelenti, hogy a NAND-kapu egyik bemenete biztosan 0, és ez azt jelenti, hogy a kimenete 1 attól függetlenül, hogy mi a másik bemenete (vagyis az F_2). Az ellenkező esetre láthatunk példát a (minterm index szerinti) 0-1 átmeneten: itt az F_2 hálózatban van statikus hazárd, amit nem fed le az F_1 hálózat, tehát ez a statikus hazárd kijut.

Ezt a gondolatmenetet játsszuk el az összes hazárdra, ami az F_1 illetve F_2 hálózatokban előfordul, és ezeket jelöljük az F Karnaugh-táblájában: a kijutó és nem kijutó statikus valamint a dinamikus hazárdokat:



Abban az esetben, ha az F_1 és F_2 ÉS kapuval lenne összekötve, csak annyi változna, hogy az F minden értéke pont a NAND-kapus ellentéte lenne, de a hazárdok nem változnának. (Ez belátható például úgy, ha a NAND kapura egy ÉS kapuként és egy inverterként tekintünk, és tudjuk, hogy az inverter nem változtat a hazárdokon.) Akkor lenne a hálózatban érdemi változás, ha VAGY kapuval lenne összekapcsolva a két alhálózat. Ekkor az F-et úgy tudnánk meghatározni, hogy először végignézzük az egyik alhálózat megvalósítását, és ahol ott 1-es van, az F kimenete is 1-es lesz, ugyanígy végignézzük a másik alhálózatot is, és az ezek után kimaradt helyeken lesz 0 az F. Ugyanúgy, ahol az alhálózatokban statikus hazárd van, az F-ben pedig azon az átmeneten változik a kimenet, ott dinamikus hazárd lesz, ami biztosan kijut. A statikus hazárd pedig akkor nem jut ki, ha az a másik alhálózat lefedi, ami pedig egy lefedett 1-1 átmenetet jelent ebben az esetben, hiszen ha a VAGY kapu egyik bemenete fixen 1, akkor a kimenete is fixen 1 lesz a másik bemenetétől függetlenül. És a NOR kapura pedig ugyanaz igaz, mint a NAND-re, vagyis arra tekinthetünk egy VAGY kapuként, aminek a kimenetén még van egy inverter, ami a hazárdokat nem változtatja meg.

5. házi feladat

1. feladat

Számjegyes minimalizálással határozza meg az $F(A,B,C,D) = \sum[(3,4,11,14,15)+(6,7,12)]$ függvény prímimplikánsait, és írja fel a prímimplikánsokat algebrai alakban.

Megoldás:

A számjegyes minimalizálás során először az egyes mintermeket kell felvenni az első oszlopba, ezen belül elválasztva őket bináris súlyuk szerint (vagyis hogy kettes számrendszerben felírva az adott számot, hány darab 1-est tartalmaz). Ekkor nem különböztetjük meg közömbös értékeket azoktól a mintermektől, amelyek esetén a függvénynek biztosan 1-nek kell lennie. A folyamatnak csak a legvégén lesz érdekes, hogy az F függvény min- vagy maxtermindexes alakban van megadva, ekkor még ugyanúgy zajlik a folyamat mindkét esetben.

(bin. súly)	**I**
(0)	
(1)	4
(2)	3
	6
	12
(3)	7
	11
	14
(4)	15

Vegyük észre, hogy ebben a feladatban nem szerepel 0 bináris súlyú minterm (ami egyedül a 0 érték), de azt a 4-es fölött elválasztva kellene elhelyezni. Miután felvettük az első oszlopot, elkezdhetjük a tényleges minimalizálást. Ez úgy zajlik, hogy a táblázatban fentről lefelé haladva megnézzük, hogy az adott mintermet melyik másik mintermmel lehet összevonni. Ennek feltételei: bináris súlyuk különbsége legyen pontosan 1; a kisebb bináris súlyú értéke is legyen kisebb (tehát ebben a példában a 4-est nem vonhatjuk össze a 3-assal); az összevonandó számok különbsége legyen 2 egész kitevőjű hatványa. Mivel fentről lefelé haladunk az oszlopban, így csak mindig az adott szám alatt szereplőekkel nézzük meg, hogy összevonható-e. Az olyan számokat, amiket már belevettünk egy összevonásba, kipipáljuk; ezzel nem tiltjuk meg, hogy a továbbiakban bevehető legyen az összevonásokba, de az összevonások legvégén ez ad lehetőséget arra, hogy megállapítsuk a prímimplikánsokat.

Tehát a fenti szabályok alapján nézzük végig, hogy mely mintermek vonhatóak össze. Az első, amit vizsgálunk, a 4-es: ez a 3-assal nem vonható össze, mivel a $3<4$. A 4-es és a 6-os összevonható, mert a bináris súlyuk különbsége 1, és maguknak a számoknak a különbsége pedig $6-4=2$, ami 2 egész kitevőjű hatványa, valamint a $6>4$. Miután ezeket összevonhatjuk, először a 4-et és a 6-ot is kipipáljuk, majd felvesszük a **II** oszlopot, ahová a következőképpen írjuk be: 4,6(2). Itt a 4 és a 6 az összevont mintermeket jelöli, a zárójelben szereplő 2 pedig a két szám különbségét. Ezután a 4-et a 12-vel is összevonhatjuk, mert minden feltételt teljesít, és az összevont alak (miután a 12-t is kipipáltuk) 4,12(8) lesz. És így végeztünk az 1 és 2 bináris súlyúak összevonásával, tehát a **II** oszlopban is húzunk egy vízszintes elválasztó vonalat (ahogyan az **I**-ben is tettük), majd folytatjuk az összevonásokat. Ezek elvégzése után a táblázatunk a következő lesz:

(bin. súly)	**I**	**II**
(1)	4 ✓	4, 6 (2)
(2)	3 ✓	4, 12 (8)
	6 ✓	3, 7 (4)
	12 ✓	3, 11 (8)
(3)	7 ✓	6, 7 (1)
	11 ✓	6, 14 (8)
	14 ✓	12, 14 (2)
(4)	15 ✓	7, 15 (8)
		11, 15 (4)
		14, 15 (1)

Ezután a **II** oszlopban lévő implikánsokat (hiszen ha Karnaugh-táblában ábrázolnánk ezeket, kettes hurkokat

kapnánk) is tovább lehet egyszerűsíteni. Ez hasonlóan történik, mint az **I** oszlop esetében, csak itt a párok kisebb tagjait vetjük össze, éppen ezért mindenképp úgy írjuk fel a II oszloptól kezdve az összevont alakokat, amilyen sorrendben az összevonást végeztük (vagyis fentről lefelé, ami azt jelenti ebben a lépésben, hogy a kisebb számnak kell az első helyen lennie). Ebben a lépésben kibővül a feltételek száma: az első dolog, amit megnézünk, hogy az összevonni kívánt implikánsoknál a zárójelben szereplő érték legyen ugyanaz; és innentől ugyanazok érvényesek, mint az előző esetben, csak elég az első helyen szereplő értékekre megnéznünk.

Vagyis a példánkban nézzük meg, hogy a $4,6\,(2)$-t össze tudjuk-e vonni valamivel: igen, a $12,14\,(2)$-vel, mert csak egy elválasztó választja el őket *(Itt már nem beszélhetünk bináris súlyról, mert nem csak egy mintermről van szó. Ezen kívül nagyon fontos, hogy ha úgy adódik, hogy két elválasztó közé nem esne összevont érték, akkor is húzzuk be mindkét elválasztót, mert ezzel tudjuk biztosítani, hogy működik az előbb vizsgált feltétel.)*, a zárójelben szereplő értékek egyenlőek és a 12-4=8, ami pedig kettő egész kitevőjű hatványa. Az így összevont implikánst a következőképpen jelöljük: $4,6,12,14\,(2,8)$. Ez a következőképpen áll össze: a nem a zárójelben szereplő értékeket pontosan abban a sorrendben írjuk be, ahogyan a táblázatban szerepelnek (tehát először azt a kettőt, ami feljebb van), a zárójelben szereplő értékek közül az első az, ami az összevont implikánsok esetében a zárójelben volt, a második pedig ami a két első szám különbsége. Így a **III** oszloppal kibővített táblázat:

(bin. súly)	**I**	**II**	**III**
(1)	4 ✓	$4,6\,(2)$ ✓	$4,6,12,14\,(2,8)$
(2)	3 ✓	$4,12\,(8)$ ✓	$4,12,6,14\,(8,2)$
	6 ✓	$3,7\,(4)$ ✓	$3,7,11,15\,(4,8)$
	12 ✓	$3,11\,(8)$ ✓	$3,11,7,15\,(8,4)$
(3)	7 ✓	$6,7\,(1)$ ✓	$6,7,14,15\,(1,8)$
	11 ✓	$6,14\,(8)$ ✓	$6,14,7,15\,(8,1)$
	14 ✓	$12,14\,(2)$ ✓	
(4)	15 ✓	$7,15\,(8)$ ✓	
		$11,15\,(4)$ ✓	
		$14,15\,(1)$ ✓	

Ahogy látható, a **III** oszlopban minden implikáns kétszer szerepel, csak az a különbség az egyes párok között, hogy a számok sorrendje más. Ezért fontos, hogy a jó sorrendben írjuk fel az összevont alakokat, mert ilyenkor azt, amiben nem növekvő sorrendben szerepelnek a számok, ki is húzhatjuk. Valamint az összevonást folytathatnánk azon szabályok alapján, amit az előző lépésben meghatároztunk, de az is látható, hogy már nem tudunk összevonni, mert nem teljesül minden feltétel egyetlen párra sem, ami azt jelenti, hogy a számjegyes minimalizálás ezen lépésével elkészültünk. Itt jutnak szerephez a nem kipipált implikánsok, mert ezek lesznek a prímimplikánsaink. Ezeket elnevezve és a felesleges implikánsokat kihúzva a táblánk a következő:

(bin. súly)	**I**	**II**	**III**
(1)	4 ✓	$4,6\,(2)$ ✓	$4,6,12,14\,(2,8)$ **a**
(2)	3 ✓	$4,12\,(8)$ ✓	~~$4,12,6,14\,(8,2)$~~
	6 ✓	$3,7\,(4)$ ✓	$3,7,11,15\,(4,8)$ **b**
	12 ✓	$3,11\,(8)$ ✓	~~$3,11,7,15\,(8,4)$~~
(3)	7 ✓	$6,7\,(1)$ ✓	$6,7,14,15\,(1,8)$ **c**
	11 ✓	$6,14\,(8)$ ✓	~~$6,14,7,15\,(8,1)$~~
	14 ✓	$12,14\,(2)$ ✓	
(4)	15 ✓	$7,15\,(8)$ ✓	
		$11,15\,(4)$ ✓	
		$14,15\,(1)$ ✓	

Miután meghatároztuk, hogy melyek a prímimplikánsok, fel kell őket írnunk algebrai alakban. Ekkor számít, hogy min- vagy maxtermindexes alakban volt megadva az F, mert ha mintermindexesbe, akkor abból diszjunktív, ha maxtermindextesben, abból konjunktív alakot tudunk felírni. Először írjuk fel az **a** $= 4,6,12,14\,(2,8)$ prímimplikánst. A zárójelben szereplő értékek azt jelzik, hogy melyik helyiérték marad ki a felírásból: mivel A,B,C,D sorrendben szerepelnek a változók, így az A a legmagasabb (ezt jelöli a 8-as), utána következik a B (ezt jelöli a 4-es) és így tovább. A kimaradó értékek azt jelzik, hogy ebben térnek el a prímimplikáns mintermjei. Tehát ebben az esetben a 2 és 8 szerepel a zárójelben, ami azt jelenti, hogy az A és C marad ki a felírásból. Már csak azt

kell eldöntenünk, hogy azok a változók, amiket felhasználunk a prímimplikáns felírásához, pontáltan vagy negáltan szerepelnek. Ezt abból tudjuk meg, hogy megnézzük az egyik mintermet, ami a prímimplikánsban szerepel, hogy abban ponáltan vagy negáltan szerepelnek (érdemes mindig a legkisebb számot megnézni). Itt a 4-es minterm alapján tudjuk eldönteni, hogy a B és D ponált vagy negált, így az **a**hhhhhé. Hasonlóan meg tudjuk határozni a másik két prímimplikánst is: **b**$= CD$ és **c**$= BC$. *Mivel ebben a példában mintermindexes alakban volt megadva az F, így diszjunktív alakban kaptuk meg a prímimplikánsokat. Ha maxtermindexes alakban lenne megadva, akkor is pontosan ugyanezeket a lépéseket kéne végigcsinálni, és nem kell semmit fordítottan figyelembe venni, mint a Karnaugh-táblánál. Az egyetlen különbség, hogy abban az esetben az egyes prímimplikánsokban a változók között + jel lenne.*

Kiegészítés (ha az is a feladat része lenne, hogy határozzuk meg a legegyszerűbb alakot): miután meghatároztuk a prímimplikánsokat, fel kell vennünk a segédfüggvényt, amely segít eldönteni, hogy mely prímimplikánsokat kell felhasználnunk a megadott függvény megvalósításához. A segédfüggvény meghatározásához fel kell vennünk egy táblázatot, amelyben bejelöljük, hogy melyik prímimplikáns melyik mintermeket fedi le. Ennek a táblázatnak a felvételekor kell figyelembe venni, hogy melyek a don't care értékek, mert ezeket nem kell bevennünk a táblázatba.

	3	4	11	14	15
a		x		x	
b	x		x		x
c				x	x

Ha ez megvan, be kell jelölnünk, hogy melyek a megkülönböztetett mintermek (vagyis amit pontosan egy prímimplikáns fed le), ezeket jelöljük pirossal. Azokat a prímimplikánsokat biztosan fel kell használnunk, amik tartalmaznak megkülönböztetett mintermet, így jelöljük be kékkel azokat a mintermeket, amik ezek miatt kerülnek biztosan lefedésre (de nem megkülönböztetett mintermek).

	3	4	11	14	15
a		x		x	
b	x		x		x
c				x	x

*Tehát az **a** és **b** prímimplikánsokat mindenképp be kell vennünk a megvalósításba, és ezzel le is fedtük az összes mintermet, tehát a segédfüggvényünk: $S = a \cdot b$ lesz. Nagyon fontos, hogy ez nem egy valós hálózat! Ez alapján határozzuk meg az F megvalósítását, ami a következő lesz (**a** és **b** behelyettesítésével): $F = B\overline{D} + CD$.*

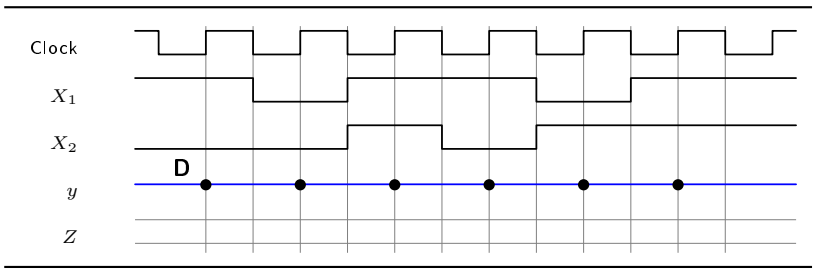
2. és 3. feladathoz tartozó állapottábla

Adott az alábbi sorrendi hálózat állapottáblája:

$y/X_1, X_2$	**00**	**01**	**11**	**10**
A	A,0	C,0	A,0	B,0
B	A,0	B,0	D,0	B,1
C	C,1	C,0	C,0	D,0
D	C,1	B,1	C,0	D,0

2. feladat

Szinkron működést feltételezve, a **D** állapotból indulva adja meg az állapotsorozatot és a hálózat kimenetének jelalakját, ha a hálózat bemenetére az alábbi jelsorozat érkezik:

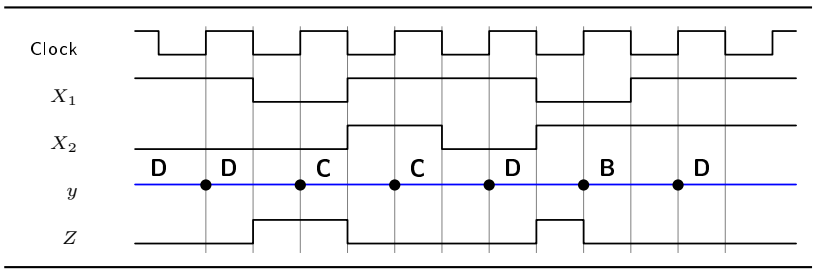


Megoldás:

Az állapottáblában pirossal jelölt állapotból indulunk ki:

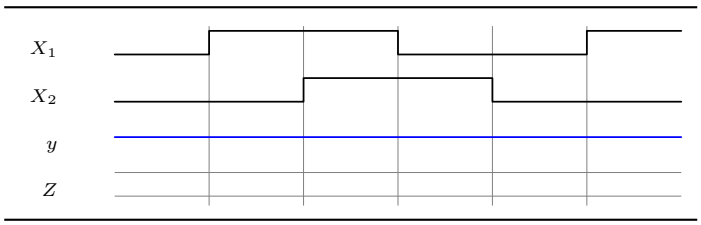
$y/X_1, X_2$	**00**	**01**	**11**	**10**
A	A,0	C,0	A,0	B,0
B	A,0	B,0	D,0	B,1
C	C,1	C,0	C,0	D,0
D	C,1	B,1	C,0	D,0

Ezután (az idődiagramról leolvashatóan) egy 10 $\rightarrow$ 00 bemeneti kombinációváltozás megy végbe. Ennek hatására a kékkel jelölt állapotba lép a rendszer, majd az órajel felfutó élére megváltozik a hálózat aktuális állapota (vagyis az y, ami a sorok közötti váltást jelenti; ez szinkron hálózat esetén csak az órajel hatására mehet végbe) megváltozik, és a **C** lesz az aktuális állapot (a táblában narancssárgával jelölve). Eközben a kimenet a kezdeti 0-ból a bemenet megváltozására 1-re vált (ebből egyébként azonnal következik, hogy a hálózat Mealy-típusú, hiszen a kimenet közvetlenül függ a bemenettől). Ezek alapján már ki tudjuk tölteni a szinkron esetben az idődiagramot:



3. feladat

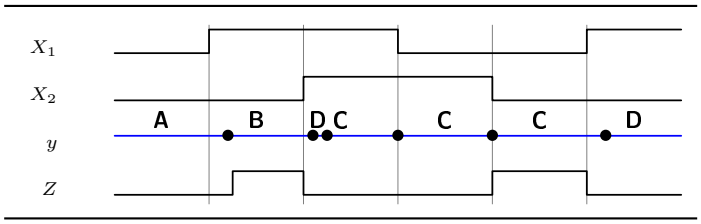
Aszinkron működést feltételezve, az **A** állapotból indulva adja meg az állapotsorozatot és a hálózat kimenetének jelalakját, ha a hálózat bemenetére az alábbi jelsorozat érkezik:



Aszinkron esetben mivel nincs órajel, így azonnal megtörténik az állapotok közötti váltás is (ezért alakulhat ki oszcilláció). Ennek megfelelően a bemeneti változások hatására azonnal változik az aktuális állapot és a kimenet is, valamint nem engedünk meg nem szomszédos bemeneti kombinációváltozást, mert nem tudjuk, hogy melyik bemenet változik előbb, és mivel azonnal reagál a rendszer minden változásra, ezért ettől függően más állapotba kerülhet a rendszer, ami indefinitté teszi az aktuális állapotot.

$y/X_1, X_2$	**00**	**01**	**11**	**10**
A	A,0	C,0	A,0	B,0
B	A,0	B,0	D,0	B,1
C	C,1	C,0	C,0	D,0
D	C,1	B,1	C,0	D,0

Itt az **A** állapotból indulunk, 00 bemeneti kombinációval (aszinkron rendszerek esetén a kiindulási állapot mindig valamelyik stabil állapot, azaz ahol az aktuális és a következő állapot megegyezik), ezt jelöljük pirossal. Ezután érkezik egy 00 $\rightarrow$ 10 bemenetváltozás, aminek hatására először a kékkel jelölt állapotba kerül a rendszer, ekkor még nem változik meg a kimenet, majd rögtön átugrik a narancssárgával jelölt B állapotba, és ezzel egyidőben lesz a $Z = 1$.

Ez stabil állapot, tehát a rendszer a következő bemenetváltozásig ebben az állapotban marad. A következő táblában pirossal jelölt állapotból indulunk tehát ki, majd érkezik egy 10 $\rightarrow$ 11 bemeneti kombinációváltozás, aminek hatására először a kimenet 0-ra vált, majd átmegy a rendszer a D állapotba (hiszen ez van következő állapotként kódolva a kékkel jelölt mezőben, ahová a bemeneti változás miatt jutott a rendszer), ha ez megtörtént, a narancssárgával jelölt állapotban van a rendszer, ami még mindig nem stabil, tehát ezután a rendszer átugrik a magentával jelölt állapotba, ami már stabil. Ennek mentén felírható a teljes idődiagram.

$y/X_1, X_2$	**00**	**01**	**11**	**10**
A	A,0	C,0	A,0	B,0
B	A,0	B,0	D,0	B,1
C	C,1	C,0	C,0	D,0
D	C,1	B,1	C,0	D,0