KONDENZÁTOR ÉS AZ ELEKTROMOS ERŐTÉR ENERGIÁJA

Oly sok titkon áthatolva már nem hiszünk a megismerhetetlenben. Mégis itt ül közöttünk, száját éhesen nyalogatva les ránk.

H. L. MENCKEN
Minority Report (1956)

27.1 Bevezetés

Ebben a fejezetben válik világossá, miért fordítottunk annyi figyelmet az elektromos erőtér fogalmára. Vezető anyagokból olyan, viszonylag kisméretű szerkezeteket lehet létrehozni, amelyekben nagyon intenzív elektromos erőtér van. Az ilyen szerkezeteket *kondenzátoroknak* vagy (a villamosmérnöki zsargonban) kapacitásoknak nevezzük. Megmutatjuk, hogy a külső munka, amit a kondenzátor lemezein a töltések szétválasztásakor be kell fektetnünk, a lemezek (régies szóhasználattal fegyverzetek) között kialakuló elektromos erőtér energiájaként tárolódik. Az ebben a fejezetben leírtak ahhoz a fontos következtetéshez vezetnek, hogy az elektromos erőterek energiát tartalmaznak. Kondenzátorokat széles körben alkalmaznak elektromos áramkörökben; néhány alkalmazási lehetőséget a későbbi fejezetekben mutatunk be.

27.2 A kapacitás fogalma

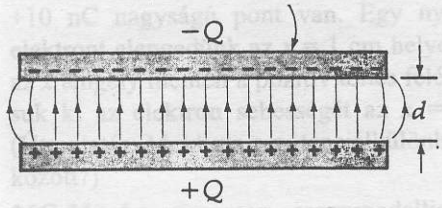
Bármely két, szigetelővel elválasztott vezető kondenzátort alkot, a két vezetőt a kondenzátor lemezeinek nevezzük. Ha a lemezekre V feszültségű telepet[1] csatlakoztatunk, akkor a telep pozitív pólusa a hozzácsatlakozó kondenzátorlemezről negatív töltésű elektronokat vonz magához, míg a negatív pólusról ugyanannyi elektron áramlik át a kondenzátor másik lemezére. A töltésvándorlás addig tart, amíg a lemezek között a telepével megegyező V potenciálkülönbség ki nem alakul. Ekkor a telepet eltávolíthatjuk; a töltés a lemezeken marad. A kondenzátor tehát képes adott feszültséget fenntartva töltést tárolni. Ez a képesség a **kapacitás**, aminek a jele C:

[1] A kondenzátorok tárgyalásánál kizárólag a potenciálkülönbségek játszanak szerepet, ezért az egyszerűség kedvéért az általános gyakorlatnak megfelelően a ΔV helyett a V szimbólumot használjuk.

A KAPACITÁS $$C = \frac{Q}{V} \tag{27-1}$$

A kapacitás SI egysége 1 *coulomb/volt* (C/V), amelynek a farad (F)[2] nevet adták. A kondenzátor áramköri jele —||—. Megjegyezzük, hogy bár a kondenzátor kapacitását és a töltés egységét, a coulombot ugyanaz a C jelöli, ez nem okozhat félreértést, mivel egyik esetben a kapacitás *mennyiségéről*, másik esetben a töltés *mértékegységéről* van szó.

Amikor arról beszélünk, hogy „a kondenzátor Q töltése", akkor ezen az egyik vezetőn lévő töltés mennyiségét értjük. (A kondenzátor két lemezén a töltések összege zérus.) A következő példákban néhány jellegzetes geometriájú elrendezés kapacitását számítjuk ki.



27-1 ábra
A 27-1 példához. Két párhuzamos, A felületű, egymástól d távolságra lévő lemezen egyenlő nagyságú, ellentétes előjelű töltés van. Ha d sokkal kisebb, mint a lemezek szélessége, akkor a lemezek pereménél lévő inhomogén elektromos erőteret elhanyagolhatjuk.

27-1 PÉLDA

A síkkondenzátor. Két párhuzamos, egyenlő A felületű, egymástól kicsiny d távolságra lévő fémlemez alkotja a legegyszerűbb, legközönségesebb kondenzátortípust. Az egyik lemez töltése $+Q$, a másiké $-Q$, mint azt a 27-1 ábrán illusztráltuk. Ha a lemezek egymástól való távolsága sokkal kisebb, mint a lemezek szélessége, akkor a lemezek pereménél kitüremkedő, inhomogén elektromos erőtér elhanyagolható, ezért feltételezhetjük, hogy a lemezek közötti elektromos erőtér mindenütt homogén. A (25-10) képlet szerint, a lemezek[3] közötti elektromos térerősség:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0} \tag{27-2}$$

Fejezzük ki a (26-5) egyenletből a lemezek közötti potenciálkülönbség nagyságát

$$V = -\int \mathbf{E}\cdot d\boldsymbol{l} = Ed \tag{27-3}$$

Ezeknek az egyenleteknek alapján, a kapacitás nagysága:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 AE}{Ed} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Figyeljük meg, hogy a kapacitás független a kondenzátor töltésétől. A C *kapacitás kizárólag a kondenzátor méreteitől* (és az ε_0 dielektromos állandótól) függ. Itt, a kondenzátor kapacitása egyenesen arányos a lemezek A felületével és fordítva arányos a lemezek közötti d távolsággal.

SÍKKONDENZÁTOR KAPACITÁSA $$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \tag{27-4}$$

[2] A *farad* nevet Michael Faraday (1791–1867) angol fizikus és vegyész tiszteletére adták, aki számos elektromos, mágneses, optikai és kémiai jelenséget vizsgált. Legismertebb felfedezése a 32. fejezetben tárgyalt elektromágneses indukció jelensége. Faraday nagyon szegény családban nőtt fel, szülei nem tudták iskoláztatni, ezért állhatatosan képezte önmagát. Már gyerekkorában kitűnő kísérleti érzéke volt. 13 éves korában könyvkötő-tanonc volt. Ebben az időben tett rá lebilincselő hatást egy javításra hozott harmadik kiadású *Encyclopaedia Britannica*. Ebben számos cikk foglalkozott az elektromossággal, ami Faradayt különösen érdekelte, és tovább fokozta kísérletező kedvét. Később Sir Humphry Davy, a híres brit vegyész segédje lett, aki helyet és állást biztosított neki a Royal Institutionban. Davy halála után Faraday lett utóda; fontos kutatásai és népszerű tudományos előadásai is híressé váltak. Életének utolsó kilenc évében Faraday és felesége egy Hampton Court-i házban élt, amit Viktória királynő adományozott nekik.

[3] Feltételezzük, hogy a lemezek között vákuum van. A dielektrikumok hatásával a 27.4 pontban foglalkozunk.

27-2 PÉLDA

Számítsuk ki két, egymástól 1 mm-es távolságban lévő, 2 m^2 felületű fémlemezből álló kondenzátor kapacitását, elhanyagolva az erőtér inhomogenitását a lemezek pereménél.

MEGOLDÁS

Párhuzamos lemezek esetén

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{(8{,}85\times10^{-12}\,\mathrm{F/m})(2\,\mathrm{m}^2)}{1\times10^{-3}\,\mathrm{m}} = 17{,}7\times10^{-9}\,\mathrm{F} = 17{,}7\,\mathrm{nF}$$

Nagy mérete ellenére ez viszonylag kis kapacitású kondenzátor. 1 F kapacitása 10,6 km-es oldalhosszúságú, egymástól 1 mm-es távolságban lévő párhuzamos négyzetes fémlemezekből álló kondenzátornak lenne! (A 27.3 szakaszban tárgyaljuk azt, hogy hogyan lehet, viszonylag nagy kapacitású kis térfogatú kondenzátorokat létrehozni.) Minthogy a farad meglehetősen nagy egység, a gyakorlatban a kapacitásokat legtöbbször mikrofarad (1 μF = 10^{-6} F); nanofarad (1 nF = 10^{-9} F), és pikofarad (1 pF = 10^{-12} F) egységekben adjuk meg.

27-3 PÉLDA

A hengereskondenzátor. A hengereskondenzátor két koaxiális vezető hengerből áll (27-2 ábra). A belső hengeres vezető külső sugara a, a külső vezető belső sugara b. Tételezzük fel, hogy a vezetők hossza nagyon nagy, így az erőtérnek az inhomogenitását elhanyagolhatjuk. Tekintsünk egy L hosszúságú szakaszt, melyen a belső hengeren $+Q$, a külső hengeren $-Q$ töltés van; ezek a töltések hengerszimmetrikus, kifelé mutató radiális irányú elektromos erőteret hoznak létre. A Gauss törvényt alkalmazva egy r sugarú ($a < r < b$), L hosszúságú hengeres Gauss felületre, az E elektromos térerősség (lásd még a 25-1 példát is):

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi rL) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

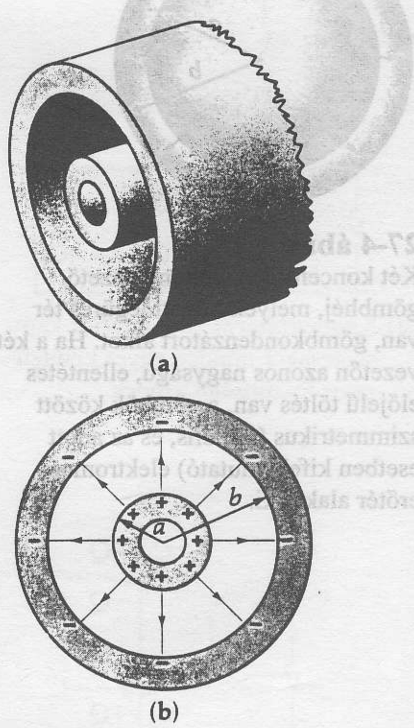
$$E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rL} \qquad \text{(27-5)}$$

A $V = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\ell$ potenciálkülönbség az alábbi alakú:

$$V = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_a^b \frac{dr}{r} = -\left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\right)\ln r\Big|_a^b = -\left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\right)(\ln b - \ln a)$$

A V potenciálkülönbség nagysága tehát

$$V = -\left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\right)\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

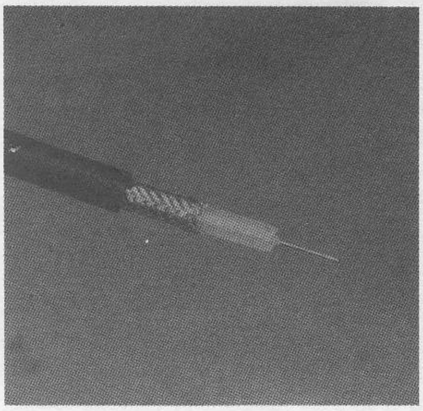


27-2 ábra
A 27-3 példához. Két hosszú, koaxiális hengeres vezető, melyek között légüres tér van, hengereskondenzátort alkot. Az azonos nagyságú, ellentétes előjelű $\pm Q/L$ töltéssűrűség hatására a hengerek között sugárirányú elektromos erőtér alakul ki.

és a C kapacitás $$C=\frac{Q}{V}=\frac{Q}{\left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\right)\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

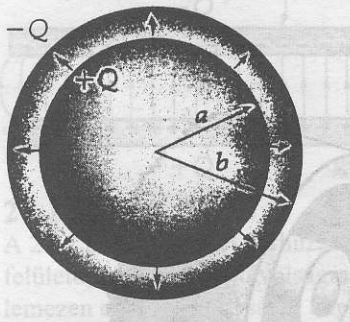
A HENGERES KONDENZÁTOR KAPACITÁSA $$C=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \qquad (27\text{-}6)$$

Figyeljük meg, hogy a kapacitás nagyságát ebben az esetben is kizárólag a kondenzátor geometriája szabja meg.



27-3 ábra
Elektromos berendezések és áramkörök közötti jelátvitelre használt koaxiális kábel felépítése.

Elektronikus készülékek közötti elektromos jelek átvitelére gyakran használjuk a flexibilis *koaxiális kábelt* (27-3 ábra). Ez gyakorlatilag két koaxiális, hengeres vezető érpár. A kábel elektromos tulajdonságait nagymértékben megszabja az érpár hosszegységenkénti kapacitása. A koaxiális kábel fő előnye az, hogy a külső ér földelésével a belső ér a külső elektromos erőterekkel szemben árnyékolható; s ekkor a jellel interferáló, nem kívánatos zajfeszültségek nem lépnek fel.



27-4 ábra
Két koncentrikus vékony vezető gömbhéj, melyek között légüres tér van, gömbkondenzátort alkot. Ha a két vezetőn azonos nagyságú, ellentétes előjelű töltés van, a gömbök között szimmetrikus (radiális, és az adott esetben kifelé mutató) elektromos erőtér alakul ki.

27-4 PÉLDA

A gömbkondenzátor. Tekintsünk két koncentrikus, vékony falú vezető, gömbhéjat, amelyek között légüres tér van (27-4 ábra). A belső gömb sugara a, a külső gömbé b. Számítsuk ki ennek a gömbkondenzátornak a kapacitását.

MEGOLDÁS

Legyen a belső gömbhéj töltése $+Q$, a külsőé pedig ezzel azonos nagyságú, de ellentétes előjelű, $-Q$. Így a gömbhéjak között sugárirányú, kifelé mutató E elektromos térerősség alakul ki. A (26-5) képletet alkalmazva, a gömbhéjak közötti V potenciálkülönbség

$$V=-\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}$$

Minthogy a térerősség éppen olyan, mintha a középpontban egy pontszerű töltés lenne,

$$V=-\int_a^b \frac{kQ}{r^2}\,dr=-kQ\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_a^b=kQ\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$$

Figyelembe véve, hogy $b>a$, a következő alakú kifejezéshez jutunk:

$$V=kQ\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)=\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{b-a}{ab}\right)$$

A C kapacitás értéke: $$C=\frac{Q}{V}=\frac{Q}{\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{b-a}{ab}\right)}$$

A GÖMBKONDENZÁTOR KAPACITÁSA $$C=4\pi\varepsilon_0\left(\frac{ab}{b-a}\right) \qquad (27\text{-}7)$$

Mint minden, a kondenzátorok kapacitására vonatkozó esetben, C kizárólag a gömbkondenzátor geometriájától függ (és az ε_0 állandótól).

27-5 PÉLDA

Számítsuk ki egy R sugarú, izolált gömb kapacitását. (A másik vezetőnek tekintsünk egy a végtelenben lévő fémgömböt, amelyen $V \equiv 0$.)

MEGOLDÁS

Ha az előző példában a külső gömbhéj b sugara a végtelenhez közelít, akkor a (27-7) összefüggésben a nevezőben lévő a tag elhanyagolható; b-vel egyszerűsíthetünk, és így határesetben $C = 4\pi\varepsilon_0 a$. Az izolált, R sugarú gömb kapacitása tehát

IZOLÁLT, R SUGARÚ GÖMB KAPACITÁSA
$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \qquad (27\text{-}8)$$

Megjegyezzük, hogy az egyetlen lényeges tényező a geometriára jellemző R sugár.

27-6 PÉLDA

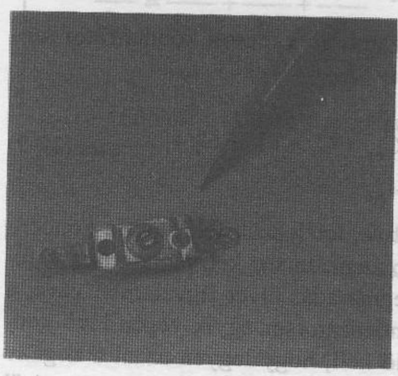
Számítsuk ki a Föld elektromos kapacitását.

MEGOLDÁS

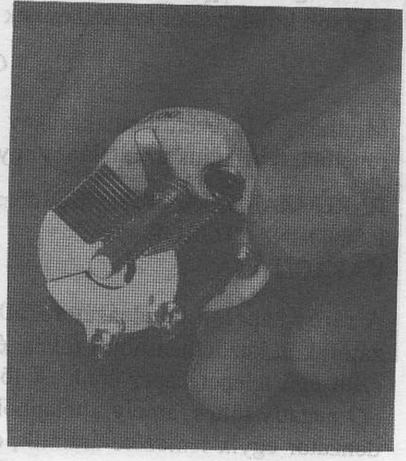
A Föld sugara $R = 6{,}34 \times 10^6$ m. A (27-8) képletet alkalmazva,

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R = \frac{6{,}34\times10^6\,\mathrm{m}}{9\times10^9\,\mathrm{Nm/C^2}} = 7{,}04\times10^{-4}\,\mathrm{F}$$

Ez az eredmény azt mutatja, hogy a *farad* egység (F) nagyon nagy. Az 1 F kapacitású izolált gömb sugara mintegy 1400-szorosa lenne a Földének, vagy kb. 13-szorosa a Napénak!



a) E kisméretű kondenzátornak (trimmerkondenzátornak) a kapacitása azáltal változtatható, hogy a lemezek távolsága változtatható. Más típusoknál egy rögzített lemez felett egy másik forgatható el, ami által a lemezek átfedése, azaz hatásos felülete változtatható.



b) Ebben a forgókondenzátorban két lemezcsoport van: az egyik rögzített, a másik elforgatható. Az elforgatással a két lemezcsoport átfedése változik meg.

27-5 ábra
Változtatható kapacitású kondenzátorok két alaptípusa.

Számos elektronikus áramkörben alkalmaznak olyan kondenzátorokat, melyek kapacitása bizonyos tartományban változtatható. A 27-5 ábrán két elterjedt típus látható. A gyakorlatban tetszés szerinti geometriájú vezetők kapacitásának általános meghatározása meglehetősen bonyolult feladat. A kapacitás konkrét kiszámítását három esetben mutattuk meg, melyeknél a számítás a geometriai szimmetria miatt volt egyszerű. Nem szimmetrikus geometriájú rendszerek kapacitását kísérleti úton lehet meghatározni, például úgy, hogy a vezetőkre bizonyos töltésmennyiséget juttatunk, és ezután megmérjük a vezetők közötti potenciálkülönbséget. Elektronikus áramkörök esetében még ez a módszer sem alkalmazható, ugyanis az áramkör egyes részeit nem lehet egymástól elszigetelni. Bár az áramkörök egyes részei közötti *szórt kapacitás* rendszerint elhanyagolhatóan kicsiny, váltakozó áramú áramköröknél azonban még kicsiny szórt kapacitás is problémákat okozhat (lásd bővebben a 34. fejezetben).

27.3 Kondenzátorok kapcsolása

Elektronikus áramkörök szerkesztése, építése közben gyakran szükséges lehet két vagy több kondenzátor összekapcsolása. Az összekapcsolt kondenzátorok általában sorba kapcsolt, illetve párhuzamosan kapcsolt csoportokból állnak (27-6 ábra). Az ábrákon a kondenzátorokat a —||— szimbólummal jelöljük (bár ez a jel párhuzamos fémlemezekből álló kondenzátort sejtet, mégis ezt a jelölést használjuk, mindenféle más típusú kondenzátor esetében is).

Párhuzamosan kapcsolt kondenzátorokon a *V potenciálkülönbség az összes kondenzátoron azonos*, noha a töltés különböző lehet rajtuk. A kondenzátorok összes töltése

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Behelyettesítéssel azt kapjuk, hogy

$$Q = VC_1 + VC_2 + VC_3$$
$$Q = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

Ennélfogva a C_{eq} eredő (vagy ekvivalens) kapacitás a három párhuzamosan kapcsolt kondenzátor kapacitásának összege:

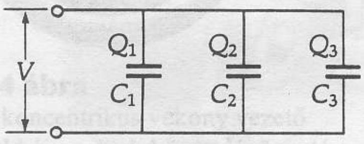
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

Minthogy a levezetésben akárhány párhuzamosan kapcsolt kondenzátor szerepelhet, felírhatjuk az általános egyenletet:

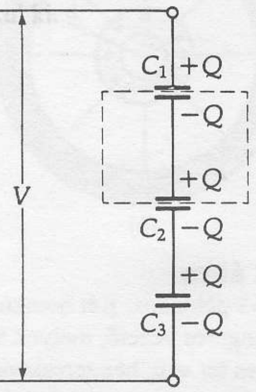
PÁRHUZAMOSAN KAPCSOLT KONDENZÁTOROK KAPACITÁSA

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \ \dots \qquad (27\text{-}9)$$

A *sorba* kapcsolt kondenzátorokat elemezve, tételezzük fel, hogy a kondenzátorokon kezdetben nincs töltés, és a kondenzátorsor két végpontjára V feszültségű telepet kapcsolunk. A töltésmegmaradás elvét figyelembe véve, a $-Q$ negatív töltés, amely a telepből a kondenzátorsor egyik végén lévő kondenzátor egyik lemezére áramlik, egyenlő kell, hogy legyen azzal a negatív töltésmennyiséggel, amelyik a sor másik végén lévő kondenzátor lemezéről áramlik a telepbe. Ez utóbbi lemezen ennélfogva $+Q$ töltésnek kell maradnia. A kondenzátorsor azon része, amely az ábrán a szaggatott vonalon belül van, az áramkör többi részétől szigetelve van, tehát rajta a töltésmennyiségek összege zérus (azaz a kezdeti érték) marad. Mivel azonban a felső szaggatott vonal felett lévő kondenzátorlemez töltötté válik, a szaggatott vonalon belüli részen is szétválnak a töltések, vagyis a kondenzátorok mindkét lemezén töltések gyűlnek össze; a két lemez töltése ellentétes előjelű, de azonos nagy-



a) Kondenzátorok párhuzamos kapcsolásakor minden egyes kondenzátor feszültsége azonos.



b) Kondenzátorok soros kapcsolásakor minden egyes kondenzátor töltése azonos.

27-6 ábra
Kondenzátorok kapcsolási módjai

ságú. Ennélfogva *a sorba kapcsolt kondenzátorok mindegyikén azonos nagyságú Q töltés van*. A kondenzátorsoron a teljes V potenciálkülönbség az egyes kondenzátorok potenciálkülönbségének összege:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = Q\left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right]$$

Minthogy $V = Q/C$, a kondenzátorsor kapacitásával azonos értékű U_{eq} eredő kapacitás nagyságát a következő képlet fejezi ki:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Minthogy a levezetésben akárhány sorba kapcsolt kondenzátor szerepelhet, felírhatjuk az általános képletet:

SORBA KAPCSOLT KONDENZÁTOROK KAPACITÁSA

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots \qquad (27\text{-}10)$$

27-7 PÉLDA

Öt kondenzátort a 27-7a ábrán látható módon kapcsoltunk össze. Számítsuk ki az áramkör eredő kapacitását.

MEGOLDÁS

A feladatot fokozatosan oldjuk meg, először a felső, illetve az alsó ágak eredő kapacitását számítjuk ki:

Felső ág

Sorba kapcsolt kondenzátorok

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_6}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{4\mu F} + \frac{1}{5\mu F} + \frac{1}{6\mu F}$$

$$C_{felső} = 1{,}62\mu F$$

Alsó ág

Sorba kapcsolt kondenzátorok

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

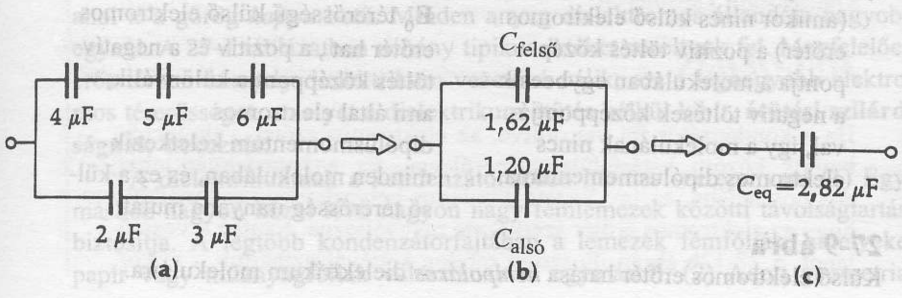
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2\mu F} + \frac{1}{3\mu F}$$

$$C_{alsó} = 1{,}20\mu F$$

A (b) áramkör két párhuzamosan kapcsolt kondenzátor. Ennek eredő kapacitása:

$$C_{eq} = C_{felső} + C_{alsó}$$

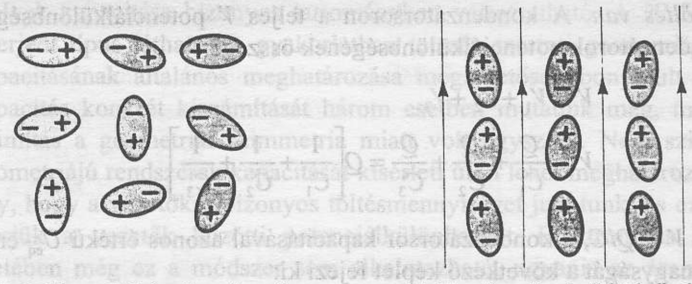
$$C_{eq} = 1{,}62\mu F + 1{,}20\mu F = 2{,}82\mu F$$



27-7 ábra
A 27-7 példához. A kondenzátorhálózatot lépésenként egyszerűsítjük; az utolsó lépésben a C_{eq} eredő kapacitáshoz jutunk.

27-8 ábra
Külső elektromos erőtér hatása poláros dielektrikum molekuláira.

POLÁROS DIELEKTRIKUM



a) Poláros dielektrikumban (ha nincs külső elektromos erőtér) a molekulák elektromos dipólusmomentumai rendezetlenek, véletlenszerűen helyezkednek el.

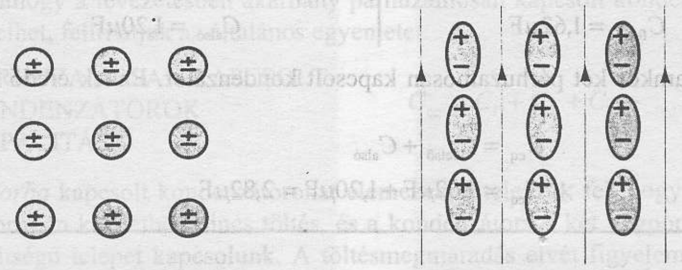
b) E_0 térerősségű külső elektromos erőtér jelenlétében a poláros dielektrikum molekuláris elektromos dipólusai az erőtér irányába rendeződnek.

27.4 Dielektrikumok

A kondenzátorokat tárgyalva mindeddig feltételeztük, hogy a kondenzátorok lemezei között légüres tér van. Ezt azonban meglehetősen nehézkesen lehet megvalósítani, sőt, az sem biztos, hogy az ilyen kondenzátor tulajdonságai a legelőnyösebbek. Ha ugyanis, a lemezek közötti teret valamilyen szigetelő anyaggal töltjük ki, akkor a kondenzátor kapacitása és az alkalmazható feszültség is megnő – és ez mindenképpen előnyösebb tulajdonság. A következőkben tárgyalásunk homogén elektromos erőtérben elhelyezkedő homogén szigetelőkre vonatkozik.

Helyezzünk szigetelő anyagból, ún. **dielektrikumból** készült réteget egy feltöltött, egymástól szigetelt párhuzamos lemezekből álló kondenzátor lemezei közé. Azt vesszük észre, hogy a lemezek közötti feszültség *lecsökken*. Ennek okát, vagyis azt, hogy a dielektrikum hogyan viselkedik, ha elektromos erőtérbe kerül, molekuláris szinten kell keresnünk. A dielektrikumokat két; *poláros és nempoláros (apoláros) csoportba* oszthatjuk: a poláros dielektrikumok molekulái polárosak, a másikéi nempolárosak. A 27-8 ábrán

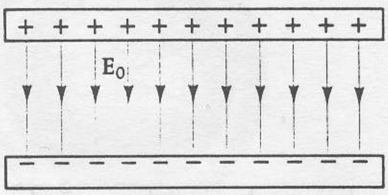
NEMPOLÁROS DIELEKTRIKUM



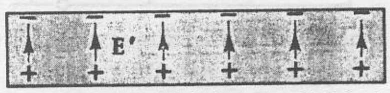
a) Nempoláros dielektrikumban (amikor nincs külső elektromos erőtér) a pozitív töltés középpontja a molekulában egybeesik a negatív töltések középpontjával, így a molekulának nincs elektromos dipólusmomentuma.

b) Ha a nempoláros dielektrikumra E_0 térerősségű külső elektromos erőtér hat, a pozitív és a negatív töltés középpontja különválik, ami által elektromos dipólusmomentum keletkezik minden molekulában, és ez a külső térerősség irányába mutat.

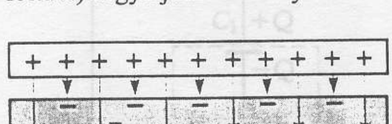
27-9 ábra
Külső elektromos erőtér hatása *nempoláros* dielektrikum molekuláira.



a) A szigetelt lemezek töltéseitől származó $\mathbf{E}_0$ eredeti elektromos térerősség



b) A lemezek közé helyezett dielektrikum felszínén indukált töltésektől származó **E'** indukált elektromos térerősség. (A lemezeket nem jelöltük.) Figyeljünk **E'** irányára.



c) Az $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$ eredő térerősség a dielektrikum belsejében kisebb, mint az eredeti $\mathbf{E}_0$ térerősség.

27-10 ábra
A töltött síkkondenzátor lemezei közé helyezett dielektrikum lecsökkenti a lemezek közötti elektromos térerősséget. Ennek eredményeként a kondenzátor kapacitása megnő.

27-1 TÁBLÁZAT Dielektromos állandók és dielektromos (átütési) szilárdságok közelítő* értékei

Anyag	Dielektromos állandó κ	Dielektromos szilárdság (10^6 V/cm)
Vákuum	1	–
Száraz levegő	1,00059	3
Víz	80	–
Üveg	4–6	13
Ricinusolaj	4,6	10
Polisztirol	2,5	15
Keménygumi	3	500
Csillám	5	3000
Titándioxid	100	150

* Ezek az értékek időben állandó elektromos erőtérre vonatkoznak. Periodikusan változó elektromos erőtér esetén ezek a mennyiségek frekvenciafüggők; továbbá a hőmérséklettől is függnek.

poláros dielektrikumot láthatunk, amelyet azért neveznek így, mert molekuláinak *permanens* elektromos dipólusmomentuma van. Az $\mathbf{E}_0$ térerősség jelenlétében (amit a kondenzátor lemezein lévő töltések hoznak létre) ezek a dipólusok igyekeznek a térerősség irányába beállni. Ezzel ellentétben, mint azt a 27-9 ábrán illusztráltuk, az apoláros dielektrikum molekuláinak nincs permanens dipólusmomentumuk, ugyanis a molekulákon belüli pozitív töltések súlypontja egybeesik a negatív töltésekével. Külső $\mathbf{E}_0$ térerősség hatására azonban a töltésközéppontok kissé széthúzódnak, és így a térerősség irányával megegyező irányú *indukált* dipólusmomentum jön létre. A dipólusoknak az erőtér irányába való rendeződése miatt az anyagok mindkét típusánál a térerősségre merőleges felületeken *indukált felületi töltéssűrűség* jön létre (27-10 ábra). Ezt a jelenséget **polarizációnak** nevezzük. Az indukált felületi töltésektől származó **E'** térerősség a dielektrikum belsejében az alkalmazott külső $\mathbf{E}_0$ elektromos térerősséggel éppen ellentétes irányú. A dielektrikum belsejében tehát az eredő $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$ térerősség kisebb, mint az eredeti $\mathbf{E}_0$ térerősség. A (26-5) szerint

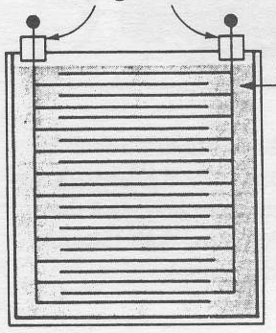
$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\ell$$

A kondenzátor lemezei közötti lecsökkent térerősségnek (adott töltésmennyiség esetén) kisebb potenciálkülönbség felel meg. Ennélfogva, a $C = Q/V$ definíció szerint, a kondenzátor eredeti C_0 kapacitása C értékre nő. C és C_0 hányadosát a dielektrikum **relatív permittivitásának vagy dielektromos állandójának** nevezzük, és κ-val jelöljük:

A κ DIELEKTROMOS ÁLLANDÓ
$$\kappa = \frac{C}{C_0} \quad \text{vagy} \quad C = \kappa C_0 \qquad \textbf{(27-11)}$$

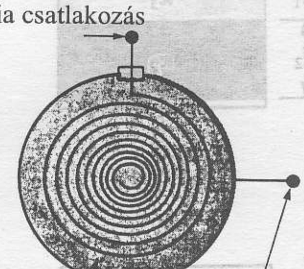
ahol κ a görög *kappa* betű. Minden anyag dielektromos állandója nagyobb egynél. A 27-1 táblázatban néhány tipikus értéket soroltunk fel. Megfelelően erős térben bármely dielektrikum vezetővé válik; azt a legnagyobb elektromos térerősséget, amelyet a dielektrikum átütés nélkül kibír, **átütési szilárdságnak** nevezzük.

A dielektrikumnak a kondenzátorokban hármas szerepe van: (1) Egymáshoz nagyon közel lévő nagyon nagy fémlemezek közötti távolságtartást biztosítja. A legtöbb kondenzátorfajtában a lemezek fémfóliák, amelyeket papír vagy műanyagfóliák választanak el egymástól. (2) Adott geometriai



a) Nagyfeszültségű olajkondenzátor

b) Tekercselt kondenzátor



c) Elektrolitkondenzátor. A fémfólián lévő oxidréteg a szigetelő anyag a fólia és az elektrolit között.

27-11 ábra
Néhány, a kereskedelemben kapható kondenzátortípus

elrendezés esetében a dielektrikum κ-szorosra növeli a kapacitás nagyságát. (3) A dielektrikumok nagyobb térerősséget bírnak ki átütés nélkül, mint a levegő, így dielektrikummal a kondenzátor maximális feszültsége is nagyobb, mint anélkül.

Az *elektrolitkondenzátorok* méretükhöz viszonyítva nagy kapacitásúak. Az egyik vezető fémfólia, rendszerint alumínium vagy tantál; a másik vezető az elektrolit: olyan oldat, mely ionjainak mozgása által vezeti az elektromos áramot. A fémfólia felületén kémiai reakció eredményeként igen vékony, esetleg csak néhány atomrétegnyi szigetelő oxidréteg képződik. Minthogy a vezetők közötti távolság nagyon kicsiny, a kondenzátor kapacitása nagyon nagy. Az elektrolitkondenzátort széles körben használják, bár vannak korlátozó tényezők; ügyelni kell a polaritásra: a fémelektródnak mindig pozitívnak kell lennie, fordított polaritás esetén ugyanis az oxidréteget tönkretevő kémiai reakció zajlik le.

27-8 PÉLDA

Síkkondenzátor 40 cm^2-es lemezeit 0,5 mm vastag csillámlemez választja el egymástól. a) Számítsuk ki a kondenzátor kapacitását. Számítsuk ki b) a kondenzátorra adható maximális feszültséget és c) az átütés nélkül tárolható maximális töltést.

MEGOLDÁS

a) A (27-4) és (27-11) összefüggések alkalmazásával

$$C = C_0 = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d} = \frac{(5)(8{,}85\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/Nm^2})(40\times10^{-4}\,\mathrm{m^2})}{5\times10^{-4}\,\mathrm{m}}$$

$$C = 3{,}54\cdot10^{-10}\,\mathrm{F} = 0{,}354\,\mathrm{nF}$$

b) A kondenzátorra adható maximális feszültséget a csillám dielektromos szilárdsága szabja meg, melynek értéke 3×10^9 V/m. Ha a dielektrikum vastagsága $d = 5\times10^{-4}$ m, akkor

$$V_{\max} = Ed = (3\times10^9\,\mathrm{V/m})(5\times10^{-4}\,\mathrm{m}) = 1{,}5\times10^6\,\mathrm{V}$$

(A csillám esetleges egyenetlenségei miatt, a biztonságosan alkalmazható feszültséget ennél kisebbre kell választani.)

c) A maximális töltés

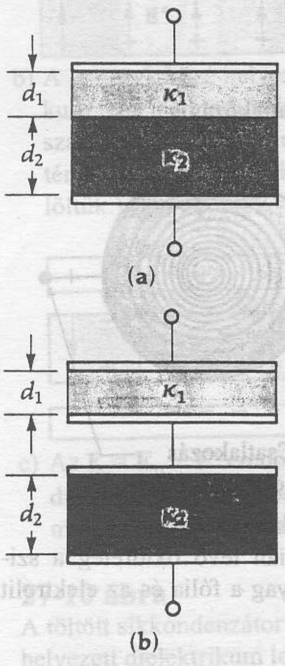
$$Q_{\max} = CV = (0{,}3543\times10^{-9}\,\mathrm{F})(1{,}5\times10^6\,\mathrm{V}) = 531\,\mu\mathrm{C}$$

27-9 PÉLDA

Tekintsünk egy, a 27-12 ábrán illusztrált, A felületű síkkondenzátort, melyben a lemezek közötti erőteret két, különböző vastagságú dielektrikum tölti ki. Elhanyagolva a szélek hatását, számítsuk ki a kondenzátor kapacitását.

MEGOLDÁS

Ha a kondenzátor fel van töltve, az elektromos erőtér a dielektrikumok közötti határfelületre merőleges. Ez a határfelület tehát ekvipotenciális, és így vezető fémlapot helyezhetünk rá, anélkül, hogy az elektromos erőtér szerkezete megváltozna. Ezután a vezető lapot a 27-12b ábrán illusztrált módon kettéválaszthatjuk, s ekkor



27-12 ábra
A 27-9 példához. Síkkondenzátor két különböző dielektrikummal.

két, egymással sorba kapcsolt kondenzátor keletkezik. A felső kondenzátor kapacitása $C_1 = \kappa_1 \varepsilon_0 A / d_1$, az alsóé pedig, $C_2 = \kappa_2 \varepsilon_0 A / d_2$. A sorba kapcsolt C_1 és C_2 kapacitású kondenzátorok eredője pedig

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\varepsilon_0 A}\left[\frac{d_1}{\kappa_1} + \frac{d_2}{\kappa_2}\right]$$

Innen C: $$C = \varepsilon_0 A \left[\frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 d_2 + \kappa_2 d_1}\right]$$

27.5 A kondenzátor energiája

Miként azt már láttuk, adott töltéseloszlásnak U potenciális energiája van. Ennek következtében a rendszer munkát képes végezni. Feltöltött síkkondenzátor esetén ez több módon is történhet. Például, ha a lemezek szabadon elmozdulhatnának egymás felé, a lemezek között ható vonzóerő munkát végezhetne. Vagy, ha a töltések tudnának szabadon mozogni, akkor az egyes töltések végeznének munkát a lemezek közötti potenciálkülönbség következtében.

A potenciális energiát úgy határozhatjuk meg, hogy kiszámítjuk azt a munkát, amelyet külső energiaforrással fektetünk be akkor, amikor a kondenzátort feltöltjük. A dW munkavégzés, amely ahhoz szükséges, hogy a dq töltést az alacsonyabb potenciálú lemezről a magasabb potenciálúra vigyük, az alábbi képlettel adható meg:

$$dW = V dq \tag{27-12}$$

ahol V a lemezek közötti potenciálkülönbség. Ez utóbbi azonban függ attól, hogy eredetileg mennyi töltés volt a lemezeken, tehát $V = q/C$. Ezt a (27-12) képletbe behelyettesítve azt kapjuk, hogy:

$$dW = \frac{q}{C} dq$$

A W munkát, ami ahhoz szükséges, hogy a kondenzátorra Q töltést juttassunk, integrálással kaphatjuk meg:

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C}\left(\frac{q^2}{2}\right)\Bigg|_0^Q = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{C}\right)$$

Minthogy a külső energiaforrás által végzett munka egyenlő a kondenzátor U potenciális energiájának a változásával, ezért

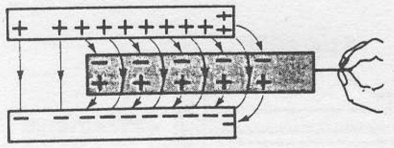
$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{C}\right) \tag{27-13}$$

Rendszerint sokkal könnyebb meghatározni a V potenciálkülönbséget, mint a Q töltést. Minthogy $Q = CV$, a (27-13) összefüggést átírhatjuk úgy, hogy csak a V és C változókat tartalmazza:

FELTÖLTÖTT KONDENZÁTORBAN TÁROLT U ENERGIA: $$U = \frac{1}{2} C V^2 \tag{27-14}$$

27-10 PÉLDA

Egy 2 nF kapacitású síkkondenzátort 100 V feszültségre töltünk fel, majd a töltő áramkörtől szigeteljük. A lemezek közötti dielektrikum csillám (κ = 5). a) Mekkora munkával tudjuk a lemezek közül a csillámlemezt kihúzni? b) Mekkora a kondenzátor feszültsége a csillámlemez eltávolítása után?



27-13 ábra
A 27-10 példához. Amikor a dielektrikumot a lemezek közül kihúzzuk, a kondenzátor lemezein lévő és a dielektrikum felületén indukált töltések között vonzóerők hatnak.

MEGOLDÁS

a) A csillámlap kihúzásakor munkát kell végeznünk, ugyanis a kondenzátor lemezein lévő töltések a csillám felületén indukált töltésekre vonzóerőt gyakorolnak (27-13 ábra). A szükséges munka a csillámmal kitöltött, illetve az üres kondenzátorok potenciális energiájának különbsége. Minthogy a lemezek Q töltése nem változik amikor a csillámlemezt eltávolítjuk, a potenciális energia kiszámítására a (27-13) összefüggés alkalmazható. Amint látni fogjuk, a V feszültség a dielektrikum eltávolításakor megváltozik. A kezdeti és végállapotban a potenciális energia:

$$U_k = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{C_k}\right) \quad \text{és} \quad U_v = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{C_v}\right)$$

Mivel a C_k kezdeti kapacitás (a dielektrikum jelenlétében) $C_k = \kappa\, C_v$

$$U_v = \frac{1}{2}\kappa\left(\frac{Q^2}{C_k}\right)$$

A dielektrikum eltávolításakor a külső erő által végzett munka egyenlő a potenciális energia megváltozásával,

$$W = U_v - U_k = \frac{1}{2}\kappa\left(\frac{Q^2}{C_k}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{C_k}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{C_k}\right)(\kappa\text{-}1)$$

Hogy a munkavégzés nagyságát V_k függvényében kapjuk meg, elvégezzük a $Q = C_k\, V_k$ behelyettesítést :

$$W = 1/2(C_k V_k^2)(\kappa - 1) = 1/2(2\times10^{-9}\,\text{F})(100\ \text{V})^2(5-1) = 4{,}00\times10^{-5}\,\text{J}$$

A végeredmény pozitív előjele azt tanúsítja, hogy a kondenzátor energiája nagyobb, mint kezdeti állapotban. A többlet a dielektrikum kihúzásakor a külső erő által a rendszeren végzett munkából származik.

b) A kondenzátor lemezei közötti potenciálkülönbség a dielektrikum kihúzása után:

$$V_v = \frac{Q}{C_v}$$

A $C_v = C_k/\kappa$ és a $Q = C_k V_k$ behelyettesítéseket elvégezve:

$$V_v = \kappa V_k = (5)(100\ \text{V}) = 500\ \text{V}$$

Noha a kondenzátor szigetelt volt és a rajta lévő töltés mennyisége nem változott meg, a lemezek közötti feszültség megnőtt.

27-11 PÉLDA

Tekintsük a 27-14a ábrán látható kapcsolást. A 4 μF-os és a 12 μF-os kondenzátort sorba kapcsoltuk, a végpontok közötti teljes potenciálkülönbség 50 V. Ezután a feltöltött kondenzátorokat egymástól és a feszültségforrástól elválasztjuk, és a 27-14b ábrán látható módon, azonos polaritással párhuzamosan kapcsoljuk. a) Számítsuk ki a két különböző kapcsolásban a kondenzátorok potenciális energiáját. b) Számítsuk ki a párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok feszültségét.

MEGOLDÁS

a) A sorosan kötött kondenzátorok eredő kapacitását a (27-10) képlettel számíthatjuk ki:

$$\frac{1}{C_k}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{4\,\mu\text{F}}+\frac{1}{12\,\mu\text{F}}$$

ahonnan $C_k = 3\,\mu$F.

A sorba kapcsolt kondenzátorok potenciális energiája a (27-14) képlettel számítható ki,

ahonnan $U_k = 1/2(3\times10^{-6}\,\text{F})(50\,\text{V})^2 = 3{,}75\times10^{-3}\,\text{J}$.

Mint azt korábban láttuk, ha sorba kapcsolt kondenzátorokat töltünk fel, akkor minden egyes kondenzátoron ugyanakkora Q töltés lesz, melynek nagysága az adott esetben:

$$Q = C_k V_k = (3\times10^{-6}\,\text{F})(50\,\text{V}) = 1{,}5\times10^{-4}\,\text{C}$$

Amikor a kondenzátorokat szétválasztjuk, majd párhuzamosan kapcsoljuk őket, a töltés a *két* kondenzátoron $2Q = 3\times10^{-4}$ C lesz. A párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok eredő kapacitását a (27-13) képlettel számíthatjuk ki:

$$C = C_1 + C_2$$

ahonnan $C_v = 4\mu\text{F} + 12\mu\text{F} = 16\mu\text{F}$.

A potenciális energiát a végállapotban (27-13) adja meg:

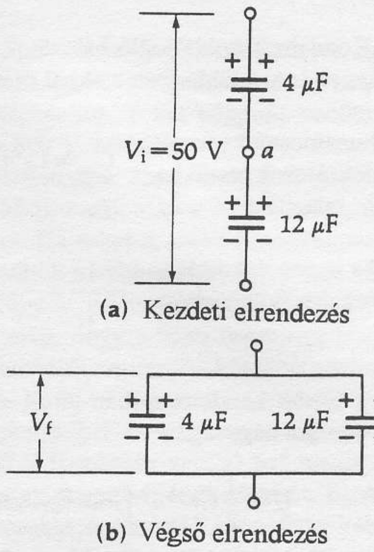
$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{C}\right) = \frac{1}{2}\frac{(3\times10^{-4}\,\text{C})^2}{16\times10^{-6}\,\text{F}} = 2{,}81\times10^{-3}\,\text{J}$$

Figyeljük meg, hogy a potenciális energia csökkenése következett be.

$$\Delta U = U_v - U_k = 2{,}81\times10^{-3}\,\text{J} - 3{,}75\times10^{-3}\,\text{J} = -9{,}4\times10^{-4}\,\text{J}$$

b) A párhuzamosan kapcsolt kondenzátorokon lévő V_v potenciálkülönbséget a $Q = CV$ összefüggés alkalmazásával számíthatjuk ki:

$$V_v = \frac{Q_v}{C_v} = \frac{3\times10^{-4}\,\text{C}}{16\times10^{-6}\,\text{F}} = 18{,}8\,\text{V}$$



27-14 ábra
A 27-11 példához.

27.6 Az elektromos erőtér energiája

Az előbbi példa néhány kérdést vet fel. Minthogy a végállapotban kisebb a rendszer energiája, mint a kezdeti állapotban, felvetődhet, hogy hová tűnik a „hiányzó" energia? A feltöltött kondenzátorban (avagy töltött részecske környezetében) „hol van", (annak mely pontjához rendelhető) a potenciális energia? Az első kérdésre úgy válaszolhatunk, hogy a töltésátrendeződés a kondenzátorokat összekötő huzalokon keresztül történik; a töltések áramlása, az áram melegíti a huzalokat. Megmutatható, hogy akármilyen kicsiny is a huzalok ellenállása, a bennük fejlődő hő pontosan egyenlő az energiahiánnyal. (Az ellenállás fogalmát a következő fejezetben tárgyaljuk.)

A másik, arra vonatkozó kérdés, hogy fizikailag *hol* van a potenciális energia, fontos új fogalom megalkotásához vezet. Tekintsünk egy feltöltött kondenzátort. Ha gondolatban egy kicsiny dq töltést a pozitív lemezből kiemelünk, és magára hagyunk, akkor az a lemezek közötti elektromos erőtér hatására, a negatív lemez felé gyorsul. A dq töltés által nyert mozgási energia az elektromos térerősség csökkenésével jár együtt (hiszen a lemezek töltése kisebb lett). Jogosan feltételezhetjük tehát, hogy a *feltöltött kondenzátor potenciális energiája az elektromos erőtérhez köthető.*

A síkkondenzátorok speciális esetét vizsgálva – a kondenzátorban létrejövő erőtér homogenitása miatt – egyszerűen meghatározhatjuk az elektromos erőtérben tárolt energiát. Mint már láttuk, a síkkondenzátor esetében $C = \varepsilon_0 A/d$ és $V = Ed$. Ezeket felhasználva, a feltöltött kondenzátor U potenciális energiája:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right)(Ed)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(Ad) \qquad \text{(27-15)}$$

Vegyük észre, hogy (Ad) az a térfogat, amelyet az elektromos erőtér betölt a lemezek között. Definiáljuk az elektromos erőtér (joule/m^3 egységekben megadott) u_E **energiasűrűségét**, mint az *egységnyi térfogatra jutó energiát*:

$$u_E = \frac{U}{Ad} = \frac{1/2\varepsilon_0 E^2 Ad}{Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

AZ ELEKTROMOS ERŐTÉR
u_E ENERGIASŰRŰSÉGE
(vákuumban)

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad \text{(27-16)}$$

Dielektrikum jelenlétében a C kapacitás κ-szorosa lenne. A fenti levezetés azt eredményezné[4], hogy

AZ ELEKTROMOS ERŐTÉR
u_E ENERGIASŰRŰSÉGE
(dielektrikumban)

$$u_E = \frac{1}{2}\kappa\,\varepsilon_0 E^2 \qquad \text{(27-17)}$$

Noha a (27-16) és (27-17) képleteket a síkkondenzátor lemezei közötti homogén elektromos erőtér esetére vezettük le, az összefüggések általános érvényűek, azaz tetszőleges térerősségeloszlásra is érvényesek.

[4] Bizonyos dielektrikumok elektromos dipólusmomentuma permanenssé válik, ha megolvasztás után elektromos tér jelenlétében hűlnek le. Az így kapott *elektréteknek* permanens elektromos erőterük van (hasonlóan, mint ahogy a mágneseknek permanens mágneses terük van).

27-12 PÉLDA

Szigetelt R sugarú vezető gömb felületén Q töltés van. Mutassuk meg, hogy a gömböt környező elektromos erőtérben tárolt energia egyenlő a C kapacitású, Q töltésű feltöltött kondenzátorban tárolttal, $U = 1/2\,(Q^2/C)$ ahol C az izolált gömb kapacitása.

MEGOLDÁS

Az izolált gömb kapacitása, (27-6) szerint, $C = 4\pi\varepsilon_0 R$. A kondenzátorban tárolt energia tehát

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R} \qquad \textbf{(27-18)}$$

A feltöltött gömbön kívüli Coulomb-tér térerőssége $E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$. Ennek bármely pontján az erőtér u_E energiasűrűsége:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}$$

A teljes környező erőtérben tárolt energia kiszámításához vegyük figyelembe a rendszer gömbszimmetriáját (E csak az r sugárirányú távolságtól függ), és fejezzük ki a dr vastagságú r sugarú gömbhéj dU energiáját. A vékony gömbhéj térfogata $dV = 4\pi r^2 dr$, energiája:

$$dU = u_E dV = \left(\frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}\right)(4\pi r^2 dr) = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 r^2}dr$$

Az $r = R$ és $r = \infty$ határok között integrálva megkapjuk az erőtér teljes energiáját.

$$U = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_R^\infty \frac{1}{r^2}dr = -\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}\right)\Bigg|_R^\infty = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

Ez valóban megegyezik a (27-18) eredménnyel.

Összefoglalás

A kondenzátor két, egymástól szigetelővel elválasztott vezetőből áll, és töltést képes tárolni. A kondenzátor a C *kapacitással* jellemezhető:

Általános definíció: $$C = \frac{Q}{V}$$

ahol Q a töltés abszolút értéke a kondenzátor egyik lemezén (fegyverzetén), és V a potenciálkülönbség. A kapacitás SI egysége az 1 farad (F) vagy 1 C/V. A kapacitás nagysága kizárólag a vezetők geometriai elrendezésétől függ. A legegyszerűbb kondenzátor két egymással párhuzamos, egymástól d távolságra lévő, A felületű fémlemezből áll, melyek között vákuum van. Ennek kapacitása párhuzamos lemezek esetén:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d},$$

ahol ε_0 a vákuum permittivitása (dielektromos állandója). A fejezetben más geometriájú kondenzátorokkal is foglalkoztunk.

Kondenzátorokból álló hálózatok esetében, az eredő *kapacitás* az alábbi formulákkal számítható:

Párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok eredő kapacitása: $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$

Sorba kapcsolt kondenzátorok eredő kapacitása: $\dfrac{1}{C_{eq}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3} + \ldots$

A töltött kondenzátorban tárolt elektromos potenciális energia nagysága:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \quad [\text{joule egységekben}]$$

Az E térerősségű elektromos erőtér u_E energiasűrűsége:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad [\text{joule / m}^3 \text{ egységekben}]$$

Ha κ dielektromos állandójú dielektrikumot feltöltött kondenzátor lemezei közé helyezünk, a kondenzátor kapacitása κ-szorosára növekszik:

$$C = \kappa C_0$$

a potenciálkülönbség pedig κ-val arányosan csökken:

$$V = \frac{V_o}{\kappa}$$

A kondenzátor lemezei közötti potenciálkülönbség csökken, mert a lemezek töltéseinek elektromos erőtere a dielektrikum elektromos dipólusait az erőtér irányába rendezi; ezek a dielektrikumban a külső erőtérrel ellentétes irányú erőteret hoznak létre, és így csökkentik az eredő térerősséget (illetve a potenciálkülönbséget).

Kérdések

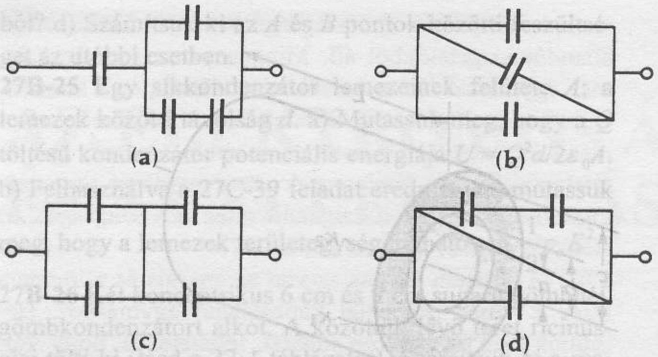
1. A feltöltött síkkondenzátor lemezei közötti elektromos erőtér szerkezete változatlan marad, ha a lemezek közé, velük párhuzamosan vékony fémfóliát helyezünk. Miért?
2. Miért arányos egy izolált gömb kapacitása a sugarával? Magyarázzuk ezt meg, minél elemibb fogalmakat használva.
3. Ha a kondenzátor széleinek hatását is figyelembe vennénk, nagyobb vagy kisebb értéket kapnánk a kapacitás nagyságára? Miért?
4. Lehetséges-e az, hogy a kondenzátor lemezein különböző nagyságú töltések legyenek?
5. Miért nem szabad, hogy levegőbuborékok legyenek az olajtöltésű kondenzátorok töltőolajában?
6. Telephez nem csatlakoztatott, feltöltött síkkondenzátor lemezei közé szigetelő réteget helyezünk. Megváltozik-e, és ha igen, hogyan, a kondenzátorban tárolt energia és a lemezek közötti potenciálkülönbség.
7. Három különböző kapacitású kondenzátor különböző kombinációival hány különböző nagyságú kapacitás állítható elő?
8. Noha a víznek nagy a dielektromos állandója, mégsem alkalmazzák a kondenzátorokban dielektrikumként. Miért?
9. A kondenzátorokat gyakran úgy tárolják, hogy a lemezeket huzallal rövidrezárják. Miért?
10. Hogyan függ össze egy adott típusú kondenzátor mérete és a benne tárolható maximális energia?
11. Szigetelt, feltöltött olajtöltésű kondenzátor kilyukad, az olaj elcsurog. Hogyan változik meg a kondenzátor lemezei közötti feszültség?
12. Síkkondenzátor lemezeinek szélét olajfürdőbe merítjük. Az olaj a kapilláris erők következtében egy bizonyos magasságig beszívódik a lemezek közé. Vajon ez a magasság függ-e a lemezek közötti potenciálkülönbségtől, vagy nem? Ha igen, miként függ, és miért?
13. Fejtsük ki, hogy milyen nehézségek lépnének fel, ha a légköri elektromosságot, a Föld légkörében mindig jelen lévő elektromos erőteret, mint energiaforrást kívánnánk gyakorlati célokra kiaknázni.
14. Tekintsük a 26. fejezet 26-15 ábráján vázolt két, egymástól izolált fémgömböt. Ezek külön-külön, a (27-8) képlettel jellemzett kapacitásúak. Mekkora lesz az eredő kapacitás, ha vékony vezető huzallal összekötjük a két gömböt? (Sorba vagy párhuzamosan vannak kapcsolva?)

Feladatok

27.2 A kapacitás fogalma
27.3 Kondenzátorok kapcsolása

27A-1 Két, egymástól 1 mm-re lévő, 1 cm^2 felületű, egymással párhuzamos lemez által alkotott kondenzátor kapacitása kb. 1 pF. Számítsuk ki a kapacitás pontos értékét.

27A-2 Az *ionoszféra* a Föld atmoszférájának felső részében, kb. az 50 és 1000 km magasságok között található. A Napból jövő ibolyántúli sugárzás hatására annyira ionizálódik, olyan nagy benne a szabad elektronok koncentrációja ($\approx 10^{11}$ m^3), hogy az a rádióhullámok terjedését befolyásolja. Az ionizált réteg vastagsága és az ionizáció mértéke napszaktól, évszaktól, napfolttevékenységtől és sok más tényezőtől függ. Tekintsük a Föld felszínét és az ionoszféra 80 km magasan lévő alsó szélét egy gömbkondenzátornak. Számítsuk ki ennek kapacitását.

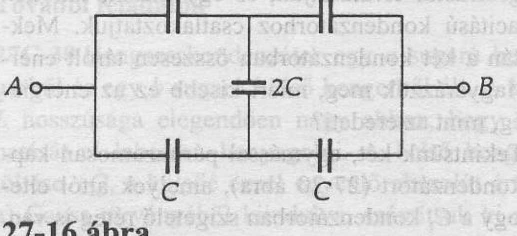


27-15 ábra
A 27A-3 feladathoz

27A-3 Határozzuk meg a 27-15 ábra áramköreinek eredő kapacitását. Minden kondenzátor C kapacitású.

27B-4 n darab azonos kapacitású kondenzátort párhuzamosan és sorosan kapcsolhatunk. Ha párhuzamosan kapcsoljuk, az eredő kapacitás N-szerese annak, mint ha sorba kapcsolnánk. Fejezzük ki N-et n függvényeként.

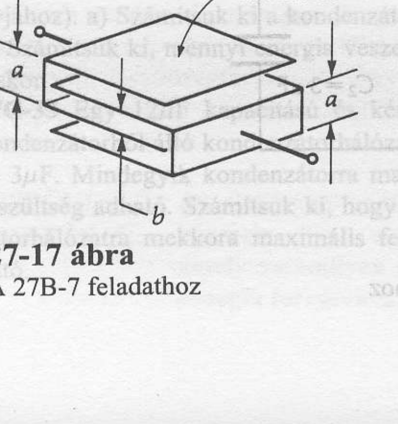
27B-5 Számítsuk ki a 27-16 ábrán látható kapacitásokból álló hálózat A és B pontja között az eredő kapacitást. (Útmutatás: Tekintsük az A és B közötti potenciálkülönbséget és számítsuk ki, hogy a töltések hogyan oszlanak el a kondenzátorok között.)



27-16 ábra
A 27B-5 feladathoz

27B-6 Ismeretlen kapacitású kondenzátort 100 V feszültségre töltünk fel, majd feltöltetlen, 10 μF-os kondenzátorral párhuzamosan kapcsoljuk. A kondenzátorok lemezein mérhető feszültség ekkor 30 V-ra csökken. Számítsuk ki az ismeretlen kapacitást.

27B-7 Számítsuk ki a 27-17 ábrán látható kondenzátor kapacitását. Hanyagoljuk el a lemezek széleinél az erőtér inhomogenitásának a hatását. Indokoljuk meg a számítás egyes lépéseit.



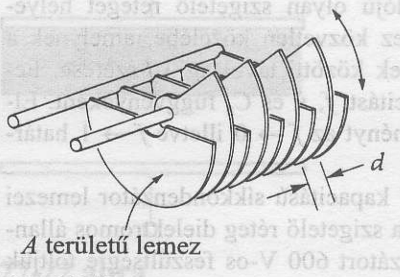
27-17 ábra
A 27B-7 feladathoz

27B-8 A 2μF és 3μF kapacitású kondenzátorra egyenként V_{max} maximális feszültség adható. Ha e két kondenzátort sorba kapcsoljuk, a két végpont közötti maximális feszültség 800 V. Mekkora V_{max}?

27B-9 A gömbkondenzátor kapacitása a (27-7) képlet szerint $C = 4\pi\varepsilon_0[ab/(b-a)]$, ahol a és b a belső, illetve külső gömb sugara. Ha mind a, mind b nagyon naggyá válik, (de különbségük továbbra is kicsiny) egy kis tartományban a felületek párhuzamos síkokkal közelíthetők. Mutassuk meg, hogy a fenti összefüggés a síkkondenzátor kapacitását megadó képletté egyszerűsödik.

27B-10 Sorba kapcsolt 2μF és 6μF kondenzátorok végpontjai között 200 V feszültség van. a) Számítsuk ki az egyes kondenzátorok feszültségét és töltését. b) A feltöltött kondenzátorokat egymástól és a feszültségforrástól elválasztjuk, majd azonos polaritással párhuzamosan kapcsoljuk. Számítsuk ki ezután az egyes kondenzátorok feszültségét és töltését. c) Ha a b) pontban leírt eljárást úgy hajtjuk végre, hogy a kondenzátorokat ellentétes polaritással kapcsoljuk párhuzamosan, mekkora lesz az egyes kondenzátorokon a feszültség és a töltés?

27B-11 A 27-18 ábrán olyan változtatható kapacitású kondenzátort láthatunk, amelyet a rádiók hangolóegységében általánosan használnak. Minden második lemez egymáshoz van erősítve,; az egyik lemezcsoport áll, a másik elforgatható, így a két csoport lemezeinek átfedése változtatható. Minden egyes lemez területe A, az egyes csoportok lemezei a másik csoport szomszédos lemezétől d távolságra vannak. Az összes lemez száma n. Elhanyagolva a lemezek széleinél az erőtér inhomogenitásának a hatását, mutassuk meg, hogy a maximális kapacitás $C = (\varepsilon_0 A/d)(n-1)$.



27-18 ábra
A 27B-11 feladathoz

27.4 Dielektrikumok

27A-12 Becsüljük meg azt a legnagyobb potenciált, amelyre egy 10 cm átmérőjű fémgömböt fel lehet tölteni, anélkül, hogy a térerősség értéke meghaladná a környező száraz levegő dielektromos átütési szilárd-ságát.

27B-13 Szigetelt síkkondenzátor töltése kezdetben Q. A kondenzátort κ dielektromos állandójú szigetelő réteggel töltjük ki. Mutassuk meg, hogy a szigetelő réteg felszínén megjelenő indukált töltés $Q' = (1 - 1/\kappa)Q$.

27B-14 Izolált, feltöltött síkkondenzátor lemezei közötti távolság 1 mm, a feszültség V_0. A lemezeket 4 mm-re távolítjuk el egymástól (a töltés a lemezeken ezalatt változatlan) és közéjük szigetelő réteget helyezünk, amely teljesen kitölti a lemezek közti teret. A kondenzátor feszültsége ezután $V_0/2$. Számítsuk ki a szigetelő réteg dielektromos állandóját.

27B-15 Síkkondenzátort ($C = 5$ pF) egy 20 V-os feszültségforráshoz kapcsolunk, majd: 1) Egy szigetelő réteget illesztünk a lemezek közé, ($\kappa = 4$) amely a lemezek közötti teret teljesen kitölti;. 2) A kondenzátort elválasztjuk a feszültségforrástól.; 3) A szigetelő réteget kihúzzuk. Számítsuk ki a) a kondenzátor Q töltését és b) a V feszültségét az eljárás végén.

27B-16 A Geiger-cső, amelyet sugárzások detektálására használunk, zárt, üreges, vezető hengerből és tengelye mentén kifeszített vékony huzalból áll. A henger belső átmérője 2,5 cm, a huzalé pedig 0,2 mm. Ha a henger és a huzal közötti térben lévő gáz dielektromos szilárdsága $1{,}2 \times 10^6$ V/m, akkor mekkora V_{max} maximális feszültséget lehet a henger és a huzal közé kapcsolni az átütés veszélye nélkül?

27B-17 Síkkondenzátort terveznek olyan szigetelő anyag felhasználásával, melynek dielektromos állandója 3 és dielektromos átütési szilárdsága 2×10^8 V/m. A kondenzátor névleges kapacitása 0,25 μF, a ráadható maximális feszültség 4000 V. Számítsuk ki a lemezek minimális területét.

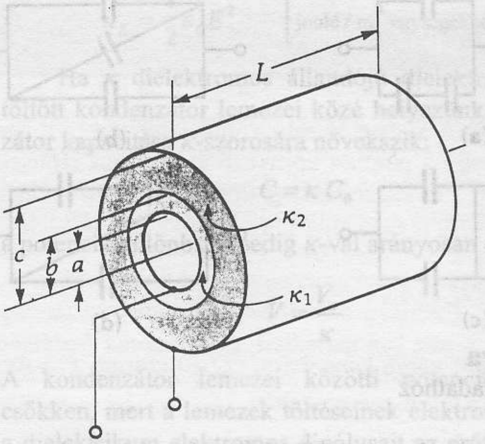
27B-18 Egy 1μF-os síkkondenzátorban polisztirolt használnak dielektrikumként. A maximális alkalmazható feszültség 1 kV. Feltéve, hogy a két vezető lemez mindegyike a kondenzátor térfogatának egynyolcadát tölti ki, számítsuk ki a kondenzátor össztérfogatát.

27B-19 Egy C_0 kapacitású síkkondenzátor lemezei között levegő van. A kondenzátor lemezei közé κ dielektromos állandójú olyan szigetelő réteget helyezünk az egyik lemez közvetlen közelébe, amelynek a vastagsága a lemezek közötti távolság $1/f$-szerese. Fejezzük ki a C kapacitást, f, κ és C_0 függvényeként. Ellenőrizzük az eredményt az $f \to 0$ illetve $f \to 1$ határesetek elemzésével.

27B-20 Egy 0,1 μF kapacitású síkkondenzátor lemezei 0,75 m^2 területűek, a szigetelő réteg dielektromos állandója 2,5. A kondenzátort 600 V-os feszültségre töltjük fel. a) Számítsuk ki a lemezek töltését. b) Számítsuk ki a szigetelő réteg felületén indukált töltést. c) Számítsuk ki a szigetelő rétegben az elektromos térerősséget.

27B-21 Tekintsünk egy hengereskondenzátort, melyben a belső és külső hengerek között két réteg szigetelő anyag van (27-19 ábra). Elhanyagolva a szélek hatását, határozzuk meg, hogy C kapacitása miként függ az ábrán megadott paraméterektől.

27B-22 A síkkondenzátor lemezei közötti V térfogatú térrészt κ dielektromos állandójú, E_{max} dielektromos szilárdságú szigetelő anyag tölti ki. Adjuk meg, hogy hogyan függ az alkalmazható maximális feszültség V_{max} a megadott mennyiségektől.

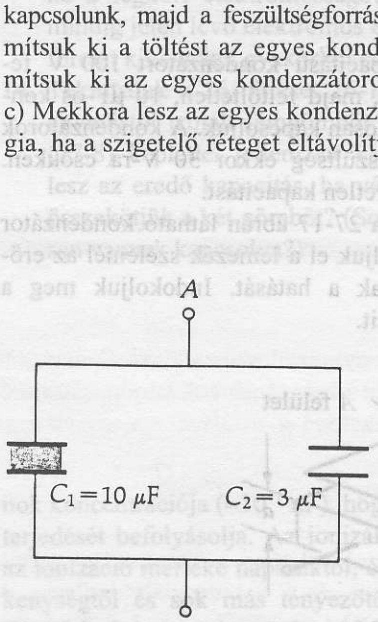


27-19 ábra
A 27B-21 feladathoz

27.5 A kondenzátor energiája
27.6 Az elektromos erőtér energiája

27A-23 Egy 8μF kapacitású kondenzátort 20 V-os feszültség-forráshoz kapcsolunk. a) Mekkora energia tárolódik a kondenzátorban? b) A feltöltött kondenzátort a feszültségforrástól elválasztjuk, és egy másik, töltetlen 8μF kapacitású kondenzátorhoz csatlakoztatjuk. Mekkora ezután a két kondenzátorban összesen tárolt energia? c) Magyarázzuk meg, miért kisebb ez az energiamennyiség, mint az eredeti?

27B-24 Tekintsünk két, egymással párhuzamosan kapcsolt síkkondenzátort (27-20 ábra), amelyek attól eltekintve, hogy a C_1 kondenzátorban szigetelő réteg is van, azonosak. Az A és B pontok közé 150 V feszültséget kapcsolunk, majd a feszültségforrást eltávolítjuk. a) Számítsuk ki a töltést az egyes kondenzátorokon; b) Számítsuk ki az egyes kondenzátorokban tárolt energiát; c) Mekkora lesz az egyes kondenzátorokban tárolt energia, ha a szigetelő réteget eltávolítjuk a C_1 kondenzátorból?



27-20 ábra
A 27B-24 feladathoz

ból? d) Számítsuk ki az A és B pontok közötti feszültséget az utóbbi esetben.

27B-25 Egy síkkondenzátor lemezeinek felülete A; a lemezek közötti távolság d. a) Mutassuk meg, hogy a Q töltésű kondenzátor potenciális energiája $U = Q^2d/2\varepsilon_0 A$. b) Felhasználva a 27C-39 feladat eredményét, mutassuk meg, hogy a lemezek területegységére ható erő $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$.

27B-26 Két koncentrikus 6 cm és 9 cm sugarú gömbhéj, gömbkondenzátort alkot. A közöttük lévő teret ricinusolaj tölti ki (lásd a 27-1 táblázatot). Számítsuk ki a maximális energiát, amit e kondenzátor az átütés veszélye nélkül tárolhat.

27B-27 A lemezei között polisztirol réteget tartalmazó síkkondenzátor kapacitása 10 nF (10×10^{-9} F). A kondenzátort egy 100 V-os feszültségű telephez kapcsoljuk, és a szigetelő réteget eltávolítjuk a lemezek közül. Számítsuk ki a) valamelyik lemezen a töltésváltozást; b) a tárolt energia változását; c) a szigetelő réteg eltávolításához szükséges munkát.

27A-28 Egy 50 cm átmérőjű fémgömböt 10 kV potenciálra töltünk fel. Számítsuk ki a gömb felszínének közvetlen környezetében az energiasűrűséget.

28B-29 Mutassuk meg, hogy a síkkondenzátor energiatároló képessége arányos a lemezek közötti térfogattal.

További feladatok

27C-30 Hengereskondenzátor egy a sugarú belső hengerből és egy b sugarú külső hengerből áll. A hengerek L hosszúsága elegendően nagy ahhoz, hogy a szélek hatását el lehessen hanyagolni. A belső henger teljes töltése $+Q$, a külsőé ezzel egyenlő abszolút értékű $-Q$. a) Gauss törvényéből kiindulva, számítsuk ki a hengerek közötti E elektromos térerősséget. b) Számítsuk ki a hengerek közötti potenciálkülönbséget a megadott paraméterek függvényében. c) Számítsuk ki a C kapacitást.

27C-31 Mutassuk meg, hogy az L hosszúságú hengerkondenzátor kapacitását megadó képlet, $C = 2\pi\varepsilon_0 L/\ln(b/a)$ a síkkondenzátor kapacitását kifejező egyenletté egyszerűsödik, ha $(b - a) << b$.

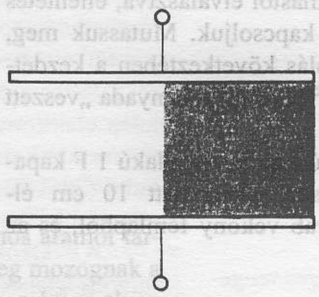
27C-32 Egy 4μF kapacitású és egy 12μF kapacitású kondenzátort párhuzamosan kapcsolunk és 600 V feszültségforráshoz kötünk. Egy idő után a feszültségforrást és a kondenzátorokat szétválasztjuk és a két kondenzátort fordított polaritással párhuzamosan kapcsoljuk egymáshoz (azaz a pozitív lemezeket a másik negatívjához). a) Számítsuk ki a kondenzátorok feszültségét; b) Számítsuk ki, mennyi energia veszett el az átkapcsoláskor.

27C-33 Egy 12μF kapacitású és két 2μF kapacitású kondenzátorból álló kondenzátorhálózat eredő kapacitása 3μF. Mindegyik kondenzátorra maximálisan 200 V feszültség adható. Számítsuk ki, hogy az adott kondenzátorhálózatra mekkora maximális feszültség kapcsolható.

27C-34 Síkkondenzátor lemezeinek felülete A, a lemezek távolsága d. A lemezek közé egy ugyanekkora felületű, t ($t < d$) vastagságú rézlemezt csúsztatunk be a két lemeztől egyenlő távolságban. a) Számítsuk ki a kondenzátor kapacitását ebben az esetben; b) Mozdítsuk el a rézlemezt az egyik lemez felé, annyira, hogy a rézlemeznek az egyik lemeztől való távolsága legyen éppen kétszerese a másiktól vett távolságnak. Mekkora ebben az esetben a kapacitás?

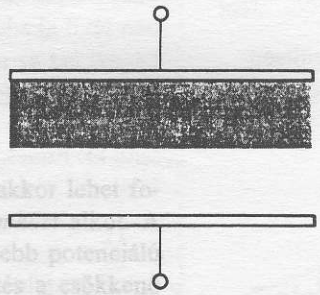
27C-35 A koaxiális kábel szigetelt huzalból, és azt körbevevő, fémszálakból szőtt hengeres vezetőből áll. A szigetelés dielektromos állandója κ, a belső huzal sugara a, a külső vezető sugara b. Fejezzük ki az egységnyi hosszúságú kábel C kapacitását a megadott paraméterek függvényeként.

27C-36 Egy κ dielektromos állandójú szigetelő réteg egy síkkondenzátor lemezei közötti teret az 27-21 ábrán vázolt módon csak félig tölt ki. Adjuk meg, hogy a teljes energia hányadrésze tárolódik a szigetelő rétegben.



27-21 ábra
A 27C-36 feladathoz

27C-37 Oldjuk meg az előző feladatot a 27-22 ábrán vázolt kondenzátor esetére.



27-22 ábra
A 27C-37 feladathoz

27C-38 Egy $C_1 = 2\mu$F kapacitású és egy $C_2 = 6\mu$F kapacitású feltöltetlen kondenzátort sorba kapcsolva egy 200 V-os feszültség-forráshoz csatlakoztatunk. Ezután először a feszültség-forrástól, majd egymástól is szétválasztjuk, végezetül azonos polaritással párhuzamosan kapcsoljuk őket. a) Számítsuk ki a kondenzátorok feszültségét és töltését; b) Számítsuk ki a kondenzátorokban tárolt energiát a kezdeti és a végállapotban (ha az energia netán megváltozott volna, magyarázzuk meg, mi történt az

„elveszett" energiával); c) Tételezzük fel, hogy az utolsó lépésben nem azonos, hanem ellentétes polaritással kapcsoljuk párhuzamosan a kondenzátorokat. Adjunk választ az a) és b) kérdésekre ebben az esetben is.

27C-39 Határozzuk meg, hogy mekkora erővel vonzzák egymást a síkkondenzátor lemezei. A kondenzátor kapacitása C, a lemezek közötti potenciálkülönbség V, távolságuk d. (Útmutatás: Számítsuk ki, hogy mennyivel változik a tárolt energia a lemezek távolságának kicsiny dx megváltozása miatt. Ez éppen a $dW = Fdx$ munkával egyenlő.)

27C-40 Tekintsünk két koncentrikus vezető gömbhéjat, melyeken ellentétes előjelű, egyenlő nagyságú töltés van. a) Felhasználva az $u_E = \varepsilon_0 E^2$ képletet, számítsuk ki a gömbhéjak közötti térben tárolt energiát. b) Mutassuk meg, hogy ez egyenlő a kondenzátorban tárolt $1/2CV^2$ energiával.

27C-41 Töltsük fel a sorba kapcsolt a C_1 és C_2 kondenzátort. Ezután a két kondenzátort először a feltöltő feszültségforrástól, majd egymástól elválasztva, ellentétes polaritással párhuzamosan kapcsoljuk. Mutassuk meg, hogy a párhuzamos kapcsolás következtében a kezdetben tárolt energia $(C_1 - C_2)^2/(C_1 + C_2)^2$ hányada „veszett el".

27C-42 Egy 10 cm élhosszúságú kocka alakú 1 F kapacitású kondenzátor rétegesen elhelyezett 10 cm élhosszúságú, összesen n darab vékony fémlapból, és az ezek között lévő d vastagságú $\kappa = 3$ dielektromos állandójúszigetelőkből áll. Minden páros sorszámú lemez egymással fémes összekötése alkotja; ez a kondenzátor egyik kivezetése; hasonlóképpen a kondenzátor másik kivezetését a páratlan sorszámú lemezek. a) Feltételezve, hogy a fémlemezek elhanyagolható vastagságúak, számítsuk ki a szigetelő réteg d vastagságát. b) Hány fémlapból áll a kondenzátor?

27C-43 Einstein állítása szerint az energia és a tömeg a híres $E = mc^2$ képlettel kapcsolható egymáshoz. Becsüljük meg az elektron sugarát, feltételezve, hogy töltése egy R sugarú gömb felszínén egyenletesen oszlik el, és az mc^2 energia egyenlő az elektromos erőtér energiájával. (Megjegyzés: noha a kapott érték hasznos lehet egyes elméleti meggondolásokban, ezt a klasszikus modellt nem kell túl komolyan venni. Az elektron sugarára adódó érték alapvetően függ a választott modelltől; illetve ha kísérletileg kívánjuk meghatározni, akkor a mérési módszertől. Nagyenergiájú részecskék szóródására vonatkozó kísérletek eredményei arra utalnak, hogy az elektron töltése az így becsült sugárnál legalább két nagyságrenddel kisebb tartományban koncentrálódik.)

27C-44 Töltött gömbkondenzátor szigetelő réteggel elválasztott két vezető gömbhéjból áll. A belső gömbhéj sugara a, a külsőé b. Határozzuk meg, hogy a teljes tárolt energia fele mekkora r sugarú ($a < r < b$) gömbhéjon belül koncentrálódik.

XXVII. Fejezet

27A-1 0,885 pF
27A-3 a) $\frac{1}{5}C$ b) $3C$ c) C d) A kondenzátorok rövidre vannak zárva
27B-5 C
27B-7 $C = \varepsilon_o A(a + b)/[b(a - b)]$
27B-9 A válasz adott.
27B-11 A válasz adott.
27B-13 A válasz adott.
27B-15 a) 400 pC b) 80 V
27B-17 0,188 m^2
27B-19 $C = C_o/(1 - f)k$
27B-21 $2\pi\varepsilon_o L\kappa_1\kappa_2\left[\kappa_2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \kappa_1 \ln\left(\frac{c}{b}\right)\right]^{-1}$
27A-23 a) 1,60 mJ b) 0,800 mJ
27B-25 A válasz adott.
27B-27 a) 600 nC, csökken b) 30 μJ, csökken c) 30 μJ
27B-29 A válasz adott.
27C-31 A válasz adott.
27C-33 267 V
27C-35 $C/L = \kappa 2\pi\varepsilon_o/[\ln(b/a)]$
27C-37 $1/(1 + \kappa)$
27C-39 $CV^2/2d$
27C-41 A válasz adott.
27C-43 $1{,}41 \times 10^{-15}$ m

XXVIII. Fejezet

28A-1 $3{,}12 \times 10^{19}$ elektron/s
28B-3 a) $5{,}86 \times 10^{28}$ elektron/m^3 b) 51,9 mA c) $1{,}76 \times 10^{-6}$ m/s
28A-5 0,667 Ω
28A-7 418C°
28A-9 276C°
28B-11 1,56R
28B-13 1,66 V
28A-15 5,25 W
28A-17 a) 11,1 Ω b) 1,08 A
28A-19 a) 66,7%-kal nagyobb teljesítmény b) Nem
28A-21 $\rho L/\pi(b^2 - a^2)$
28B-25 a) 2,16 kW b) 1,34 hp c) 46,3%
28B-27 a) $9{,}36 \times 10^{11}$ részecske b) 6,00 W
28A-29 $6{,}00 \times 10^{-15}$ s
28B-31 $4{,}17 \times 10^6$ A/m^2
28B-33 A válasz adott.
28C-35 A válasz adott.
28C-37 A válasz adott.
28C-39 SI egységekben: a) $4000V^{2/3}$; $(2{,}50 \times 10^{-4})V^{5/2}$
28C-41 A válasz adott.
28C-43 8,32 h
28C-45 $(b - a)/4\pi ab\sigma$
28C-47 A válasz adott.
28C-49 A válasz adott.

XXIX. Fejezet

29A-1 220 Ω
29B-3 a) A b) B c) 4,50
29B-5 A válasz adott.
29B-7 $R_{AB} = \frac{7}{5}R$
29B-9 wattban: $10, 16, 24, 30, 40, 53\frac{1}{3}, 66\frac{2}{3}, 100, 160$
29A-11 9,20 V
29A-13 A válasz adott.
29A-15 A válasz adott.
29B-17 a) 5,00 Ω b) 6,00 A c) 2,00 A
29B-19 0,0860 Ω
29B-21 2,67 mA R_1-en;2,50 mA R_2-n;0,167 mA R_3-on
29B-23 A válasz adott.
29B-25 A válasz adott.
29B-27 a) 2,41 kΩ b) 2,46 kΩ
29B-29 a) 0,517% b) 0,103%
29B-31 $R_1 = 5{,}025 \times 10^{-3}$ Ω; $R_2 = 4{,}523 \times 10^{-2}$ Ω; $R_3 = 4{,}523 \times 10^{-1}$ Ω; $R_4 = 4{,}523$ Ω
29B-33 A válasz adott.
29A-35 A válasz adott.
29B-37 0,587 MΩ
29B-39 A válasz adott.
29B-41 1,44 μF
29C-43 $R_1 = (R_AR_B + R_BR_C + R_CR_A)/R_C$; $R_2 = (R_AR_B + R_BR_C + R_CR_A)/R_A$; $R_3 = (R_AR_B + R_BR_C + R_CR_A)/R_B$;
29C-45 $R_A = R_1R_3/(R_1 + R_2 + R_3)$; $R_B = R_1R_2/(R_1 + R_2 + R_3)$; $R_C = R_2R_3/(R_1 + R_2 + R_3)$;
29C-47 $R(1 + \sqrt{3})$
29C-49 A válasz adott.
29C-51 A válasz adott.
29C-53 A válasz adott.
29C-55 201 Ω
29C-57 $R/2$
29C-59 163 V; 1,43 MΩ
29C-61 0,050 J R_1-en; 0,0167 J R_2-n
29C-63 6,90 Hz

XXX. Fejezet

30A-1 $1{,}86 \times 10^{-6}$ m/s
30B-3 $F = 1{,}44 \times 10^{-13}\,\hat{y} - 3{,}36 \times 10^{-13}\,\hat{z}$ (newtonban)
30A-5 1,20 keV
30A-7 0,357 T
30B-9 $R_\alpha = R_p = 42{,}8R$
30B-11 $R = \sqrt{2mV/qB^2}$
30A-13 $7{,}78 \times 10^5$ m/s
30B-15 $2{,}44 \times 10^5$ V/m
30B-17 b) 0,708 T