ANALÍZIS 1. ALÁÍRÁSPÓTLÓ 1. ZH. 2018. december 12.

Mérnökinformatikus szak Munkaidő: 75 perc

---

1. feladat (5+12=17 pont)

a) Hogyan számoljuk ki egy $z = re^{i\varphi} \in \mathbb{C}$ komplex szám n-edik gyökeit? $(r \geq 0,\ \varphi \in \mathbb{R})$

b) Adja meg az $z^3 = (1+i)^8$ egyenlet összes megoldását!

2. feladat (5+10=15 pont)

a) Ismertesse a $\lim_{n\to\infty} a_n = A$ definícióját! $(A \in \mathbb{R})$

b) A definíció alapján igazolja, hogy

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n+3} = 2\ !$$

3. feladat (10+8+10=28 pont)

Számolja ki az alábbi sorozatok határértékeit, ha léteznek!

a) $a_n = \sqrt{n^2-2n+3} - \sqrt{n^2+n-2}$, *b*) $b_n = \dfrac{3^n+n^2}{4^n-n}$,

c) $c_n = \sqrt[n]{3^n+2n}$

4. feladat (20 pont)

Legyen (a_n) az

$$a_1 = 3, \qquad a_{n+1} = 7 - \frac{10}{a_n}$$

rekurzióval megadott sorozat! Igazolja, hogy a sorozat minden elemére $2 \leq a_n \leq 5$ teljesül! Bizonyítsa be, hogy a sorozat konvergens, és adja meg a határértékét!

5. feladat (10+10=20 pont)

Adja meg az alábbi sorozatok torlódási pontjainak halmazát, limesz szuperiorját és limesz inferiorját, valamint határtértékét, ha létezik!

a) $a_n = \left(1 + \dfrac{(-1)^n}{n}\right)^n$, *b*) $b_n = \left(1 + \dfrac{(-1)^n}{n^2}\right)^n$