Analízis II összevont vizsgadolgozat (2001.06.07.) B kurzus
I. rész

1. feladat (9 pont)

$$f(x,y)=(2x-y)^2+4^2-8y$$

Hol lehet f-nek lokális szélsõértéke?
Van-e lokális szélsõértéke? Ha igen, milyen jellegû?

2. feladat (10 pont)

$$\iint_T \frac{1}{(x^2+y^2+4)^7}\,dT=?,\quad T:\ 4\le x^2+y^2\le 9;\, x\le 0$$

3. feladat (18 pont)

$$f(z)=\frac{1}{(z+1)^4(z+4)}$$

a) Írja fel az f függvény x_0 = -1 bázispontú Laurent-sorfejtését, mely a bázispont közvetlen környezetében konvergens! Adja meg a konvergencia gyûrûjét is!

b) $\operatorname*{res}_{x=-1} f(z)=?;\qquad \operatorname*{res}_{x=-4} f(z)=?;$

c) $\oint_{|x+2|=4} f(z)\,dz=?$

Ebbõl a három feladatból min. 15 pontot kell elérni!

II. rész

1. feladat (20 pont)

Mondja ki és bizonyítsa be a határfüggvény integrálhatóságával kapcsolatban tanult tételt!

2. feladat (16 pont)

Mondja ki és bizonyítsa be a hatványsor tagonkénti deriválhatóságával kapcsolatos tételt!

3. feladat (34 pont)

a) definiálja az iránymenti derivált fogalmát!
b)

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{(x+1)y}{(x+1)^2+y^2} & , ha\ (x,y)\neq(-1,0) \\ \dfrac{-1}{2} & , ha\ (x,y)=(-1,0) \end{cases}$$

A definícióval keresse meg az iránymenti deriváltat a (-1,0) pontban, ha e || i – j vektorral!

c) Mondja ki és bizonyítsa be az iránymenti derivált kiszámítására tanult tételt!

4. feladat (8 pont)

Adja meg a gömbi koordináták jelentését (lehetõleg rajzban) és kapcsolatát a Descartes-féle koordinátákkal!

5. feladat (10 pont)

Legyen $f(z)=u(x,y)+jv(x,y)$ reguláris C-n!
Bizonyítsa be, hogy akkor v harmonikus függvény!

6. feladat (10 pont)

$$\oint_{K_{a,r}} (z-a)^n\, dz = ?$$

Állítását bizonyítsa is be!