

**1. feladat (15 pont)**

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n+7}{3n^2}$$

Döntse el, hogy a sor divergens, feltételesen konvergens vagy abszolút konvergens-e! (Válaszát indokolja!)

**2. feladat (25 pont)**

$$s(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot (2x+3)^n$$

Határozza meg a fenti hatványsor konvergenciatartományát és  $s$  összegfüggvényét!

**3. feladat (10 pont)**

$$f(x) = 5 - 3x^2 + \sin(5x), \quad x_0 = 0$$

Írja fel az  $f$  függvény  $x_0$  körüli negyedrendű  $T_4(x)$  Taylor-polinomját a Lagrange-féle hibataggal!

**4. feladat (10 pont)**

$$f(x) = \operatorname{ch}(3x^2), \quad x_0 = 0$$

Adja meg az  $f$  függvény  $x_0$  körüli Taylor-sorát és annak konvergenciatartományát!

**5. feladat (10+5=15 pont)**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{3-x^5}}$$

a) Adja meg az  $f$  függvény origó körüli Taylor-sorát, és annak konvergenciasugarát!

b) Adja meg az  $f^{(15)}(0)$  derivált értékét elemi műveletekkel!

**6. feladat (6+14+5=25 pont)**

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x = y = 0 \\ \frac{x^2 - 3y^3}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

a) Hol folytonos az  $f$  függvény?

b) Adja meg  $f$  parciális deriváltjait, ahol léteznek! (Az origóban a definícióval számoljon!)

c) Pontosan mely pontokban deriválható totálisan  $f$ ? (Válaszát indokolja meg!)

---

**IMSC feladat (6+6 IMSC pont)**

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y + x y^2}{x^2 + y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

a) Folytonos-e  $f'_x$  az origóban? (Indoklással!)

b) Létezik-e  $\operatorname{grad} f$  az origóban? (Indoklással!)