

**1. Feladat (9 pont)**

Adja meg a következő definíciókat!

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -7$                       b)  $\lim_{x \rightarrow -3-0} f(x) = \infty$                       c) Integrálfüggvény.

**2. Feladat (9 pont)**

Keresse meg az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = \left( \frac{n^2 + 1}{3n^2 + 8} \right)^n ; \quad b_n = \left( \frac{n^2 + 1}{n^2 + 8} \right)^{n^2+3}$$

**3. Feladat (12 pont)**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{3}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

Igazolja, hogy  $f$  differenciálható az  $x = 0$  pontban, de  $f$  deriváltja nem folytonos az  $x = 0$  pontban!

**4. Feladat (10 pont)**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[5]{x}}, & \text{ha } x > 0 \\ (x + 8)e^{\frac{1}{x+3}}, & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$

A szakadási pontokban keresse meg a jobb és bal oldali határértékeket!

**5. Feladat (11 pont)**

$$f(x) = \frac{\ln(1 + e^x)}{\ln(2 + e^x)}$$

a)  $f'(x) = ?$     b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$

**6. Feladat (12 pont)**

$$f(x) = x^2 \cdot e^{-3x}$$

Van-e minimuma, illetve maximuma az  $f$  függvénynek a  $[0, 1]$  intervallumon? (Indokoljon!)  
Ha igen, határozza meg!

Az integrálszámítás középértéktételével adjon becslést az  $\int_0^1 x^2 \cdot e^{-3x} dx$  integrálra!

**7. Feladat (11 pont)**

a)  $\int_{-3}^2 \operatorname{sh} |2x| dx = ?$     b)  $\int \sin^2 x \cos^3 x dx = ?$

**8. Feladat (12 pont)**

a)  $\int_{-\infty}^1 \frac{2}{3-x} dx = ?$

b)  $\int_2^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(x-1)^3}} dx = ?$

**9. Feladat (14 pont)**

$\int_0^2 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx = ?$       $e^x = t$  helyettesítéssel dolgozzon!

*Az integrálszámítással kapcsolatos feladatokból legalább 15 pontot kell szerezni!  
A feladatok megoldásánál ügyeljen az érthető indoklásra!*