

A3 2. zh, 2011 ősz

1. Határozza meg a következő határértékeket! (a) $\lim_{z \rightarrow i/2} \frac{4z^2+1}{2z-i}$; (b) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z^2}{|z|}$!
2. Hol deriválthatók az (a) $|z|$ és a (b) $z|z|$ komplex függvények?
3. Adja meg (ha létezik) az $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 6xy - 3x$ függvény egy harmonikus társát \mathbb{C} -n!
4. Számítsa ki $\int \frac{z^4}{z-2i} dz$ -t az origó középpontú (a) 1 ill. (b) 3 sugarú pozitívan irányított körvonalon!
5. Számítsa ki $\int \frac{ie^z}{(z-2+i)^2} dz$ -t az 1 középpontú 4 sugarú pozitívan irányított körvonalon!
6. Igazak-e az alábbi állítások? Válaszait indokolja!
 - (a) Ha f folytonos a T tartományon, akkor f konjugáltja is folytonos T -n.
 - (b) Ha f deriválható a T tartományon, akkor f konjugáltja is deriválható T -n.
 - (c) Ha f deriválható az L egyszerű zárt görbén, akkor $\int_L f dz = 0$.
 - (d) Egyszeresen összefüggő T tartományon holomorf függvénynek van primitív függvénye T -n.
 - (e) Ha f holomorf az egyszeresen összefüggő T tartományon, és L_1, L_2 T -ben haladó görbék közös kezdő- és végpontokkal, akkor $\int_{L_1} f dz = \int_{L_2} f dz$.