2. ZH kiskérdések között elfordulható elméleti kérdések

1. Írja fel egy FI jel Fourier-transzformáltját és a transzformáció feltételét!

$$X(\mathrm{j}\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}t, \qquad \Leftarrow \qquad \int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|\mathrm{d}t<\infty.$$

2. Írja fel egy DI jel Fourier-transzformáltját és a transzformáció feltételét!

$$X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta})=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta k}, \qquad \Leftarrow \qquad \sum_{k=-\infty}^{\infty}|x[k]|<\infty$$

3. A FI jel Fourier-transzformáltjának ismeretében írja fel az időtartománybeli jelet!

$$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega$$

4. A DI jel Fourier-transzformáltjának ismeretében írja fel az időtartománybeli jelet!

$$x[k]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta k}\mathrm{d}\vartheta$$

5. Ha $\mathcal{F}\{x[k]\}=X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta})$ akkor az eltolási tétel értelmében írja fel az $r\in\mathbf{Z}$ ütemmel eltolt jel spektrumát!

$$\mathcal{F}\{x[k-r]\}=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}r\vartheta}X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta})$$

6. Ha $\mathcal{F}\{x(t)\}=X(\mathrm{j}\omega)$, akkor az eltolási tétel értelmében írja fel a $\tau\in\mathbf{R}$ idővel eltolt jel spektrumát!

$$\mathcal{F}\{x(t-\tau)\}=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\tau\omega}X(\mathrm{j}\omega)$$

7. Ha $\mathcal{F}\{x[k]\}=X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta})$, akkor a modulációs tétel értelmében írja fel a $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta_0 k}$-vel modulált jel spektrumát!

$$\mathcal{F}\{x[k]\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta_0 k}\}=X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\vartheta-\vartheta_0)})$$

8. Ha $\mathcal{F}\{x(t)\}=X(\mathrm{j}\omega)$, akkor a modulációs tétel értelmében írja fel a $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}$-vel modulált jel spektrumát!

$$\mathcal{F}\{x(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}\}=X(\mathrm{j}(\omega-\omega_0))$$

9. Ha $\mathcal{F}\{x(t)\}=X(\mathrm{j}\omega)$, akkor írja fel a FI jel általánosított deriváltjának spektrumát!

$$\mathcal{F}\{x'(t)\}=\mathrm{j}\omega X(\mathrm{j}\omega)$$

10. Ha a FI jel energiája véges, akkor írja fel Parseval-tétele segítségével a jel energiáját a spektruma ismeretében!

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|X(\mathrm{j}\,\omega)\right|^2 \mathrm{d}\omega$$

11. Ha a DI jel energiája véges, akkor írja fel Parseval-tétele segítségével a jel energiáját a spektruma ismeretében!

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left|X\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}\right)\right|^2 \mathrm{d}\vartheta$$

12. Ha $\mathcal{F}\{h(t)\}=H(\mathrm{j}\,\omega), \mathcal{F}\{u(t)\}=U(\mathrm{j}\,\omega)$, akkor írja fel a két időtartománybeli jel konvolúciójának spektrumát!

$$\mathcal{F}\{h(t)*u(t)\}=H(\mathrm{j}\omega)\,U(\mathrm{j}\,\omega)$$

13. Ha $\mathcal{F}\{h[k]\}=H\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}\right), \mathcal{F}\{u[k]\}=U\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}\right)$, akkor írja fel a két időtartománybeli jel konvolúciójának spektrumát!

$$\mathcal{F}\{h[k]*u[k]\}=H\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}\right)U\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}\right)$$

14. Egy FI, GV stabilis, kauzális rendszer átviteli karakterisztikájának ismeretében írja fel az átviteli függvényt!

$$H(s)=H(\mathrm{j}\,\omega)\Big|_{\mathrm{j}\,\omega=s}$$

15. Egy DI, GV stabilis, kauzális rendszer átviteli karakterisztikájának ismeretében írja fel az átviteli függvényt!

$$H(z)=H\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}\right)\Big|_{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}=z}$$

16. Adott egy racionális átviteli függvényű DI rendszer, melynek n pólusa: q_i, i=1..n. Írja fel a GV stabilitás feltételét!

$$|q_i|<1$$

17. Adott egy racionális átviteli függvényű FI rendszer, melynek n pólusa: p_i, i=1..n. Írja fel a GV stabilitás feltételét!

$$\mathcal{R}e\{p_i\}<0$$