

ZÁRTHELYI

I. éves villamosmérnök hallgatóknak 1997. április 9.

1. Határozza meg az alábbi integrál értékét, amennyiben létezik:

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx$$

2. Állapítsa meg, hogy az alábbi sorok közül melyik konvergens és melyik abszolút konvergens:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n\sqrt{n+2}}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^{n+1}(n-1)}{3+4n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{3\sqrt{n+1}}\sqrt{3\sqrt{n}-1}}$

3. Állapítsa meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^n$ függvénysor konvergenciatartományát és adja meg az összegfüggvényt!

4. Az alábbi függvénysorozatok közül melyik egyenletesen konvergens és melyik nem?

a) $f_n(x) = xe^{-nx^2} \quad x \geq 0 \quad n \in \mathbb{N}$

b) $f_n(x) = e^{-nx^2} \quad x \geq 0 \quad n \in \mathbb{N}$

5. Adott a $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k+1}{k^3+2} (x-2)^k$ függvénysor.

a) Adja meg a konvergenciatartományt!

b) Mekkora a hiba, ha a sor összegét az $x=1$ pontban az első 5 tag összegével közelítjük?

6. a) Határozza meg az $\arctg x$ függvény 0 helyhez tartozó Taylor sorát!

b) Adja meg az $\int_0^{0,5} \frac{\arctg x}{x} dx$ közelítő értékét 0,0001 pontossággal!

7. Határozza meg az $f(x) = 2|x| \quad x \in [-\pi, \pi] \quad f(x+2\pi) = f(x)$ függvény Fourier

sorát és ennek segítségével adja meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ sor összegét!