Megoldás

1. A.) $F_X(10\pi) = \mathbf{P}(X < 10\pi) = \mathbf{P}(X \leq 31) = \sum\limits_{k=3}^{31} \frac{\binom{k-1}{2}\binom{90-k}{2}}{\binom{90}{5}}$

   B.) $F_X(10e) = \mathbf{P}(X < 10e) = \mathbf{P}(X \leq 27) = \sum\limits_{k=2}^{27} \frac{\binom{k-1}{1}\binom{90-k}{3}}{\binom{90}{5}}$

2. A.) $A = \{(1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (3,3)\}$; $B = \{(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)\}$
   $\mathbf{P}(A) = \frac{5}{36}; \mathbf{P}(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}; \mathbf{P}(AB) = \frac{1}{36} \Longrightarrow$ nem függetlenek!
   B.) A.) $A = \{(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3)\}$; $B = \{(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)\}$
   $\mathbf{P}(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}; \mathbf{P}(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}; \mathbf{P}(AB) = \frac{1}{36} \Longrightarrow$ függetlenek!

3. A.) Ha X jelöli a reklamációk számát, akkor $\mathbf{P}(X = 0) = e^{-\lambda} = \frac{3}{20} \Longrightarrow$ $\lambda = \ln \frac{20}{3}$. Így $\mathbf{P}(X \geq 2) = 1 - \sum\limits_{k=0}^{1} \mathbf{P}(X = k) = 1 - e^{-\lambda}[1 + \lambda] = 1 - \frac{3}{20}\left[1 + \ln \frac{20}{3}\right]$.
   B:) Az egy napon átlagosan beérkező reklamációk száma 1, tehát $\lambda = 1$.Ha X jelöli a reklamációk számát, akkor $X \in Po(\lambda)$.
   $\mathbf{P}(X \leq 3) = \sum\limits_{k=0}^{3} \mathbf{P}(X = k) = e^{-1}\left[1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right]$.

4. A.) a.) $\mathbf{E}X^2 = \boldsymbol{\sigma}^2 X + (\mathbf{E}X)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
   $\mathbf{E}(1 - X)^2 = \mathbf{E}\left(1 - 2X + X^2\right) = 1 - 2\mathbf{E}X + \mathbf{E}X^2 = \frac{1}{2}$ b.) $\boldsymbol{\sigma}^2(4 - 3X) = \boldsymbol{\sigma}^2(-3X) = 9\boldsymbol{\sigma}^2(X) = 2,25$.
   B.) a.) $\mathbf{E}X^2 = \boldsymbol{\sigma}^2 X + (\mathbf{E}X)^2 = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$
   $\mathbf{E}(2 + X)^2 = \mathbf{E}\left(4 + 4X + X^2\right) = 4 + 4\mathbf{E}X + \mathbf{E}X^2 = \frac{50}{9}$ b.) $\boldsymbol{\sigma}^2(7 - 2X) = \boldsymbol{\sigma}^2(-2X) = 4\boldsymbol{\sigma}^2(X) = \frac{4}{9}$.

5. A.) Jelölje Y a négy ember összsúlyát! Ekkor $Y \in N(320, 20)$. Így $\mathbf{P}(Y \geq 360) = 1 - \mathbf{P}(Y < 360) = 1 - \Phi\left(\frac{360-320}{20}\right) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$.
   B.) Jelölje Y a hat ember összsúlyát! Ekkor $Y \in N\left(450, 20\sqrt{6}\right)$. Így $\mathbf{P}(Y \geq 350) = 1 - \mathbf{P}(Y < 350) = 1 - \Phi\left(\frac{350-450}{20\sqrt{6}}\right) = 1 - \Phi(-2,04) = \Phi(2,04) = 0,9793$.