NÉV: .... NEPTUN: ....

GYAK. IDEJE: .... GYAK.VEZ. NEVE: ....

EMAIL-CÍM: ....

Matematika A4 (Val.szám.), **2. zárthelyi pótzh-ja, 2010. december 10., 17 óra** *Munkaidő: 45 perc. A megoldásokhoz adjon magyarázatot! A végeredményeket elég numerikus képlettel megadni.*

1. Egy automata gyümölcsleves dobozokat tölt. A névleges mennyiség 1 liter, amelynek szórása 0,15 deciliternek tekinthető. Az automata elállítódhat, és a túltöltés is, az alultöltés is komoly probléma, ezért rendszeresen ellenőrzik. Az ellenőr kétóránként 16 elemű mintát vesz, és annak alapján dönti el, hogy leállítsák-e újbóli beállítás végett az automatát. (a) 5%-os szignifikancia szinten mik lesznek a kritikus értékek? (b) 5%-os szignifikancia szinten milyen döntést hoz az ellenőr, ha a mintaátlag $\overline{x} = 0,99$?

2. Először kisorsolunk egy X véletlen számot számítógéppel, $[0,1]$-ben egyenletesen, majd 0 és $\sqrt{X}$ között egyenletes eloszlással egy második, Y számot is. (a) Adja meg Y feltételes sűrűségfüggvényét az $X = x$ feltétel mellett! Adja meg Y (feltétel nélküli) sűrűségfüggvényét! *(Ne felejtse el megadni a képletek értelmezési tartományait!)* (b) Mennyi a valószínűsége, hogy az $X + Y$ összeg 1-nél kisebb lesz?

3. Egy 25 személyes utasszállító gépre, mely mindig teli van, az utasok fejenként maximum 10 kg poggyászt adhatnak fel. Tegyük fel, hogy egy poggyász súlya - mint valószínűségi változó - azt a folytonos eloszlást követi, melynek sűrűségfüggvénye $f(x) = c\,x^{0,5}$ $(0 < x < 10)$, ahol c konstans. a) Mennyi a c konstans értéke? Mennyi egy poggyász súlyának a várható értéke, szórása? b) Amikor a 25 utas poggyászainak összsúlya meghalad egy bizonyos kritikus értéket, akkor a gép csak nyikorogva tud felszállni. Ha ennek az esélye csupán egy százalék, akkor mennyi ez a kritikus érték? *(A Φ függvény segítségével adjon képletet c-re!)*

1) $m = 1$ $\sigma = 0,015$

$z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

$\boxed{1 \pm 1,96 \frac{0,015}{4}}$

$1,96/4 = 0,49$ $\quad 0,49 \cdot 0,015$

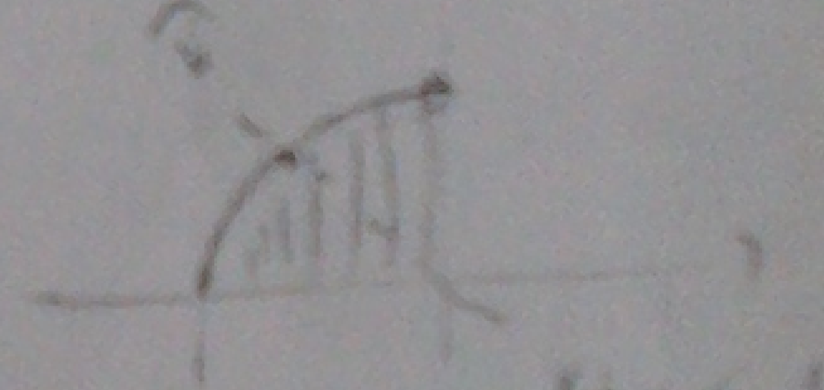
$\cdot 0,005 = 0,008$

0,99 mely nem is kritikus érték.

2) $f_X(x) = \begin{cases} 1 & x \in [0,1] \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$ $\quad f_{Y|X}(y|x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & y \in (0, \sqrt{x}) \quad x \in [0,1] \\ 0 & y \notin (0, \sqrt{x}) \end{cases}$

$x \notin [0,1]$

$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot 1 & x \in (0,1] \quad 0 \le y < \sqrt{x} \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$



$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)\,dx = \begin{cases} 0 & y \notin (0,1) \\ \int_{y^2}^{1} \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = \left[2\sqrt{x}\right]_{y^2}^{1} = 2 - 2y & y \in (0,1) \end{cases}$

$P(X+Y<1) = \int_0^{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} \int_{y^2}^{1-y} \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx\,dy = \int_0^{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} \left[2\sqrt{x}\right]_{y^2}^{1-y} = \int_0^{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} 2\sqrt{1-y} - 2y\,dy = \left[\frac{4}{3}(1-y)^{\frac{3}{2}} - y^2\right]^{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$

$y^2 + y - 1 = 0$

$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

3) $\int_0^{10} c\sqrt{x}\,dx = \left[c\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^{10} = c\frac{2}{3}10^{\frac{3}{2}} = 1$ $\quad c = \frac{3}{2\,10^{3/2}}$

X: 1 poggyász súlya

$M(X) = \int_0^{10} c \cdot x^{\frac{3}{2}}\,dx = \left[c\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}\right]_0^{10} = \frac{3}{2 \cdot 10^{3/2}} \cdot \frac{2}{5} \cdot 10^{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5}10 = 6$