1. feladat (10+4=14 pont)

a) Határozza meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^n(n+5)}{n^2+5} x^n$ sor konvergenciatartományát!
b) Hol abszolút konvergens a sor?

2. feladat (15 pont)

Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ sor konvergenciatartományát és összegfüggvényét!

3. feladat (5+7+7=19 pont)

a) Határozza meg az alább adott függvényeknek a megadott pont körüli Taylor-sorát valamint a sor konvergenciasugarát!

$$a)\quad f(x)=\frac{1}{x+5},\quad x_0=0;\quad b)\quad g(x)=\frac{1}{x+5},\quad x_0=3;\quad c)\quad h(x)=\frac{1}{\sqrt{x+5}},\quad x_0=0.$$

4. feladat (8 pont)

Határozza meg az $f(x)=(x-2)^2+\sin(2x)$ függvény origó körüli harmadrendű Taylor-polinomját a Lagrange-féle maradéktaggal!

5. feladat (4+4+3=11 pont)

a) Mikor mondjuk, hogy az $f_n(x)$ függvénysorozat *egyeneletesen konvergál* az $f(x)$ határfüggvényhez az I intervallumon? (Adja meg a definíciót!)
b) Hol létezik és mennyi az $f_n(x)=x^{2n}$ függvénysorozat határértéke?
c) Egyenletesen konvergens-e a b) pontban definiált függvénysorozat a $[-1,0]$ intervallumon? (Válaszát indokolja meg!)

6. feladat (6+9+5+5=25 pont)

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{3xy^2}{2x^2+3y^2}, & \text{ha } (x,y)\neq(0,0);\\ 0 & \text{egyébként.}\end{cases}$$

a) Hol folytonos a függvény? (Indokoljon!)
b) Adja meg a parciális deriváltakat mindenütt, ahol léteznek!
c) A *definíció segítségével* határozza meg az origóban a függvény $\underline{e}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}+1\\-1\end{bmatrix}$ irányú iránymenti deriváltját!
d) Hol létezik a függvény gradiense? (Indokoljon!)

7. feladat (8 pont)

Legyen g kétszer folytonosan deriválható egyváltozós valós függvény, és

$$f(x,y):=g\Big(\frac{2x}{y^2+1}\Big).$$

Határozza meg az f'_x, f'_y, f''_{xy} és f''_{yx} parciális deriváltakat!