MSc matematika felvételi példák

(1) Legyen az e egyenes egyenlete: $x = 4 - t,\ y = 3 + 2t,\ z = -2 - t$
és az S sík egyenlete: $2(x-2) - 4(y+1) + 2(z-1) = 5$. Melyik állítás igaz?

(a) e-nek és S-nek egyetlen közös pontja van
(b) e-nek és S-nek több közös pontja van
(c) e-nek és S-nek nincs közös pontja
(d) e párhuzamos az S-el
(e) e irányvektora merőleges az S normálvektorára

(2) Melyik konvergens?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\frac{1}{n^2}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{arctg} n}$

(3) Melyik divergens?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (1+\frac{1}{n})^n$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\frac{1}{2^n}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$

(4) Melyik esetén igaz, hogy részletösszegeinek sorozata nem korlátos?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^2}{n^3}\sin\frac{1}{n}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1+\frac{1}{n})$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^3}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} n2^{-n}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\operatorname{tg}\frac{1}{n}$

(5) Melyik feltételesen konvergens?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1-\frac{1}{n})^n$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg n}}{n}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n^3}}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\frac{1}{n}$

(6) Melyik abszolút konvergens?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1-\frac{1}{n^2})$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos\frac{1}{n}}{n}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2^n}$

(7) Jelöljük s-el a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ végtelen sort. Melyik állítás nem igaz?

(a) Ha $a_n \geq 0$ minden n-re és s részletösszegeinek sorozata korlátos, akkor s konvergens
(b) Ha $a_n = (-1)^n b_n$, $b_n \geq 0$ minden n-re és a $\lim_{n\to 0} b_n = 0$, akkor s konvergens
(c) Ha s konvergens, akkor részletösszegeinek sorozata korlátos
(d) Ha s konvergens, akkor $\lim_{n\to 0} a_n = 0$
(e) Ha $a_n \geq 0$ minden n-re, akkor s részletösszegeinek sorozata monoton

(8) Legyen q tetszőleges 1/4 és 3/4 közé eső pozitív szám. Melyik állítás igaz?

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1+q}$. (b) $\sum_{n=1}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$. (c) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^n = \frac{1}{1-q}$.

(d) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^n = \frac{1}{q-1}$ (e) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^n = \frac{1}{1+q}$

(9) Melyik állítás nem igaz?

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$ konvergens a $(-1,1)$ intervallumon

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ konvergens a $[-1,1)$ intervallumon

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ konvergens a $[-1,1)$ intervallumon

(d) $\sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n$ konvergens a $(-1,1)$ intervallumon

(e) $\sum_{n=0}^{\infty} n x^{2n}$ konvergens a $(-1,1)$ intervallumon

(10) Melyik állítás nem igaz?

(a) $e^x = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \ldots \pm \frac{x^n}{n!} \ldots$ minden negatív valós x-re

(b) $e^{-x^2} = 1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \ldots \pm \frac{x^{2n}}{n!} \ldots$ minden pozítív valós x-re

(c) $xe^x = x + x^2 + \frac{x^3}{2!} + \frac{x^4}{3!} + \ldots + \frac{x^{n+1}}{n!} \ldots$ minden valós x-re

(d) $e^{\frac{1}{x}} = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{2!}\frac{1}{x^2} + \frac{1}{3!}\frac{1}{x^3} + \ldots + \frac{1}{n!}\frac{1}{x^n} \ldots$ minden valós $x \neq 0$-ra

(e) $\frac{1}{1 - e^x} = 1 + e^x + e^{2x} + e^{3x} + \ldots + e^{nx} \ldots$ minden negatív valós x-re

(11) Melyik állítás igaz?

(a) $\sin x = 1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \ldots \pm \frac{x^{2n}}{n!} \ldots$ minden valós x-re

(b) $\sin x = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \ldots \pm \frac{x^n}{n!} \ldots$ minden valós x-re

(c) $\sin x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots \pm \frac{x^{2n}}{(2n)!} \ldots$ minden valós x-re

(d) $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \ldots \pm \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \ldots$ minden valós x-re

(e) $\cos x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \ldots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} \ldots$ minden valós x-re

(12) Legyen $f(x,y) = \frac{x^2}{x^2 + y^2}$ az origón kívül. Melyik állítás nem igaz?

(a) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$ (b) $\lim_{x\to 0}(\lim_{y\to 0} f(x,y)) = 1$ (c) $\lim_{y\to 0}(\lim_{x\to 0} f(x,y)) = 0$

(d) $\lim_{x\to 0}(\lim_{y\to 0} f(x,y)) \neq \lim_{y\to 0}(\lim_{x\to 0} f(x,y))$ (e) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ nem létezik

(13) Legyen $f(x,y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ és $g(x,y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$ az origón kívül és $f(0,0) = g(0,0) = 0$ Melyik állítás igaz?

(a) f mindenütt folytonos
(b) g nem mindenütt folytonos
(c) f az origó kivételével folytonos és az origóban nem folytonos
(d) g az origó kivételével folytonos és az origóban nem folytonos
(e) f és g pontosan ugyanazon pontokban folytonosak

(14) Legyen $f(x,y) = \frac{y^3}{x^2 + y^2}$ az origón kívül és $f(0,0) = 0$. Jelöljük $f_x(0,0)$-val ill. $f_y(0,0)$-val az f origóbeli x ill. y szerinti parciális deriváltját. Melyik állítás igaz?

(a) $f_x(0,0) = f_y(0,0) = 0$
(b) $f_x(0,0) = f_y(0,0) = 1$
(c) $f_x(0,0) = 0$ és $f_y(0,0) = 1$
(d) $f_x(0,0) = 1$ és $f_y(0,0) = 0$
(e) Sem $f_x(0,0)$ sem $f_y(0,0)$ nem létezik

(15) Melyik állítás igaz?

(a) $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} xy^2\,dydx = 0$ (b) $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} x^2 y\,dydx = 0$ (c) $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} xy^2\,dydx = 1$

(d) $\int_{0}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} xy\,dydx = -1$ (e) $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} x^2 y^2\,dydx = 0$

Megoldások:

(1)(a) (2)(c) (3)(a) (4)(b) (5)(e) (6)(e) (7)(b) (8)(e)
(9)(c) (10)(a) (11)(d) (12)(a) (13)(c) (14)(c) (15)(a)