**1.Adja meg az *c M* irányíthatósági mátrixot és a teljes elérhetőség/irányíthatóság feltételét a $\Sigma_d$=(Φ, Γ, *C*, *D*) diszkrétidejű rendszer esetén. Mit értünk reverzibilis rendszer alatt és az hogyan függ össze a teljes irányíthatósággal?**

$\Sigma_d$=(Φ, Γ, *C*, *D*) diszkrét idejű rendszer
$M_c=[\Gamma, \Phi\Gamma, \dots, \Phi^{n-1}\Gamma]$
ha rank $M_c$ = n = dim x

(1)teljes elérhetőség szükséges és elégséges feltétele
(2)teljes irányíthatóságnak elégséges feltétele, szükséges is, ha $\exists\Phi^{-1}$ (reverzibilis rendszer)

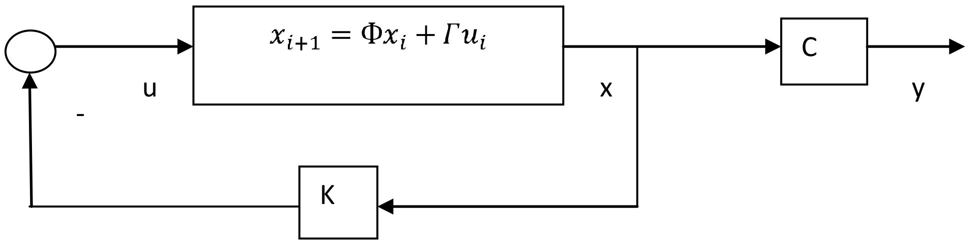
**2. Fogalmazza meg a pólusáthelyezési feladatot állapot-visszacsatolás esetén, és a megoldás meghatározására szolgáló Ackermann-képletet $\Sigma_d$=(Φ, Γ, *C*, *D*) diszkrétidejű SISO rendszert feltételezve. Adja meg a zárt rendszer hatásvázlatát az állapot-visszacsatolás és mérhető állapot estén.**

Pólusáthelyezési feladat:

$$U_i = -Kx_i$$
$$\varphi_c(z) = \det\left(zI - (A - BK)\right)$$

SISO – Ackermann

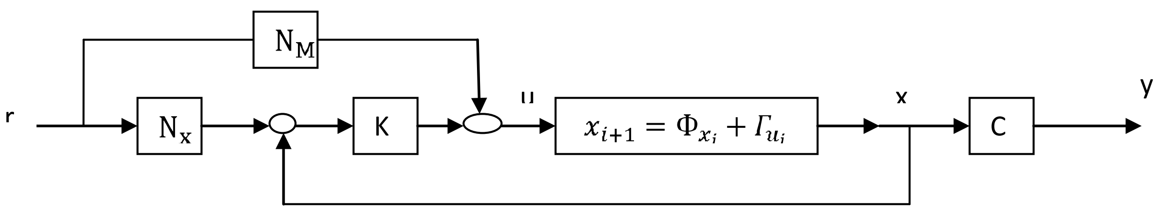
$$K = (0 \dots .\ \ 01)M_c^{-1}\varphi_c(\Phi)$$
$$\Phi, \Gamma \xrightarrow{\varphi(z);M_c} K$$




**3. Adja meg az alapjel miatti korrekcióhoz szükséges $N_x$,$N_u$ mátrixok számítási szabályát a $\Sigma_d$=(Φ, Γ, *C*, *D*) diszkrétidejű rendszer esetén, méretüket speciálisan SISO rendszer esetén, és a zárt rendszer hatásvázlatát állapot-visszacsatolás és az alapjel miatti korrekció feltüntetésével.**

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_u \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi - I & \Gamma \\ C & O_{n\,x\,m} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_{n\,x\,m} \\ I_m \end{bmatrix}$$

SISO : m=1
$N_x$ n x m
$N_u$ m x m




4.

**4.Adja meg az $M_0$ megfigyelhetőségi mátrixot és a teljes megfigyelhetőség/rekonstruálhatóság feltételétΣ a $_d$=(Φ, Γ, *C*, *D*) diszkrétidejű rendszer esetén. Mit értünk reverzibilis rendszer alatt és az hogyan függ össze a teljes rekonstruálhatósággal?**

$M_0$ megfigyelhetőségi mátrix

$M_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$ rank $M_0$ = n = dim x

(1)teljes megfigyelhetőség szükséges és elégséges feltétele
(2)teljes rekonstruálhatóságnak elégséges feltétele, szükséges is, ha $\exists \Phi^{-1}$ (reverzibilis rendszer)

**5. Adja meg a diszkrétidejű teljes rendű aktuális megfigyel_ állapotegyenletét és a benne szereplő mátrixok megválasztását a $\Sigma_d$=(Φ, Γ, *C*, *D*) diszkrétidejű rendszer esetén. Adja meg a megfigyelő valósidejű szempontból kedvező realizálásának alakját.**

Aktuális állapot megfigyelő:

$\hat{x_i} = F\widehat{x_{i-1}} + Gy_i + Hu_{i-1}$
$\tilde{x_i} = x_i - \hat{x_i}$ állapotbecslés hibája

➔ ha $\tilde{x_i} \to 0$ asszimptotikus állapotmegfiygelőhöz jutunk, ha

F = Φ-GCΦ
H= Γ- GCΓ
$\tilde{x_i} = F_{\widetilde{x_{i-1}}}$ stabil és gyors

$$\varphi_0(z) = \det(zI - F) = \det(zI - (\Phi - GC\Phi))$$

➔ G és F meghatározható

$$(\Phi, C)_I \leftrightarrow (\Phi^T, \Phi^T C^T)_{II} \xrightarrow{\varphi_0(z);M_{c,II}} K_{II} \to G = K_{II}^T \to F = \Phi - \mathrm{GC}\Phi$$

Valós idejű megvalósításnál
$\hat{x_i} = \Phi\widehat{x_{i-1}} + G\{y_i - C(\Phi\widehat{x_{i-1}} + \Gamma u_{i-1})\} + \Gamma u_{i-1}$
$\overline{x_i}$ aktuális megfigyelő (számítása két mintavétel közötti időben is elvégezhető)
$\overline{x_i} = \Phi\widehat{x_{i-1}} + \Gamma u_{i-1}$
$\hat{x_i} = \overline{x_i} + \mathrm{G}(\mathrm{y_i}) - \mathrm{C}\,\overline{x_i}$

**6. Adja meg a $\Sigma_d$=(Φ, Γ, *C*, *D*) diszkrétidejű rendszer esetén a teljes rendű aktuális megfigyelő tervezési feladat megoldásának sémáját a dualitás elve és az Ackermann-képlet felhasználásával.**

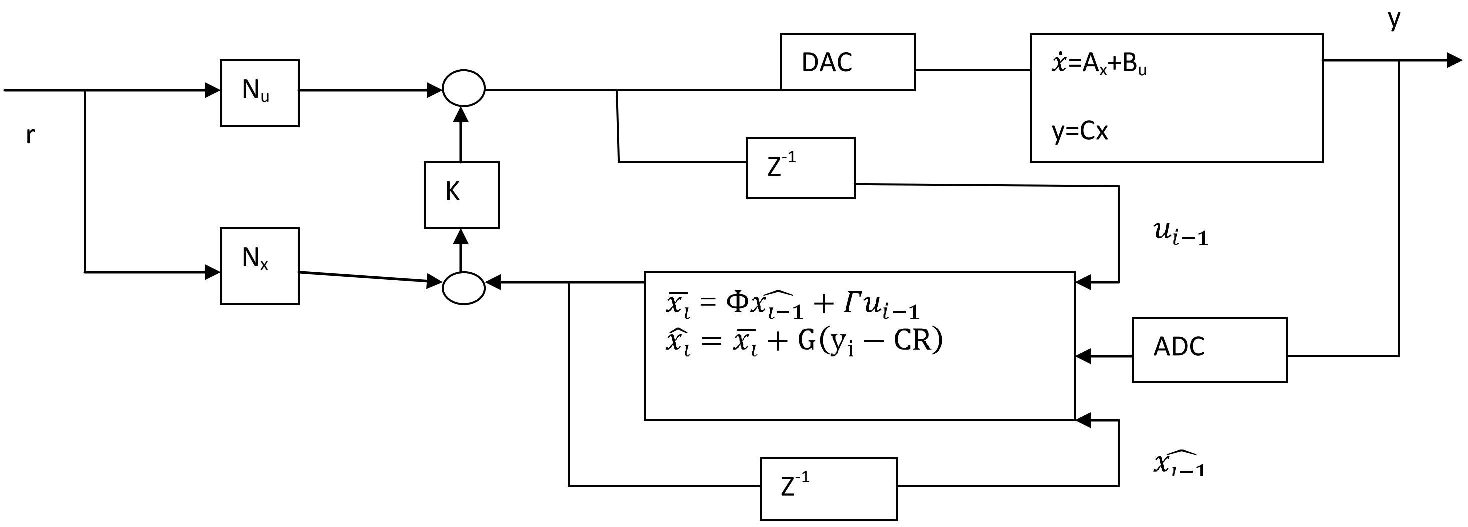
$$\varphi_c(z) = \det\,(zI - (A - BK))$$

$$(\Phi, C)_I \leftrightarrow (\Phi^T, \Phi^T C^T)_{II} \xrightarrow{\varphi_0(z);M_{c,II}} K_{II} \rightarrow G = K_{II}^T \rightarrow F = \Phi - \mathrm{G}\mathrm{C}\Phi$$

SISO rendszernél Ackermann-képlet
Ha G ismert → H=Γ-GCΓ

**7. Adja meg a $\Sigma_d$=(Φ, Γ, *C*, *D*) diszkrét idejű rendszer esetén az állapot-visszacsatolás, alapjel miatti korrekció és aktuális állapot-megfigyelő együttes alkalmazása esetén a zárt rendszer hatásvázlatát.**

Zárt rendszer hatásvázlata:



**8. Fogalmazza meg a $\Sigma_d$=($\Phi$, $\Gamma$, *C*, *D*) diszkrét idejű rendszer esetén az integrátort is tartalmazó állapot-visszacsatolási feladatot, adja meg a tervezés lépéseit és rajzolja fel alkalmazása esetén a zárt rendszer hatásvázlatát.**

$x_I = \int y\, dt$
$x_{I,i+1} = x_{I,i} + TCx_i$

Bővített állapotváltozó:

$\tilde{x} = (x^T, x_I^T)^T$

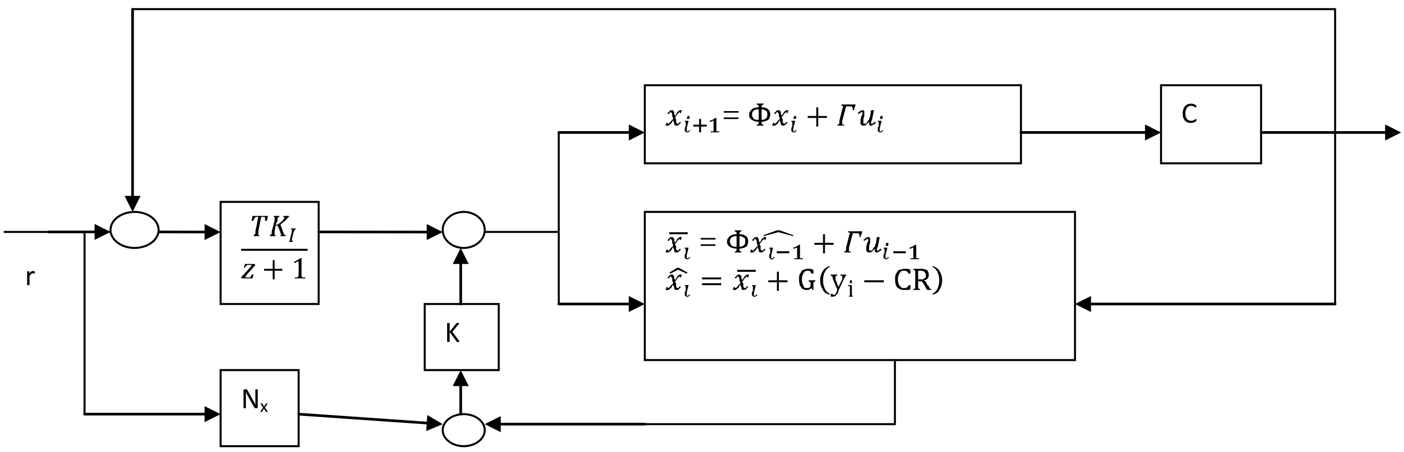
$$\begin{pmatrix} x_{i+1} \\ x_{I,i+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ TC & I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x_{I,i} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} u_i \longrightarrow \tilde{x}_{i+1} = \tilde{\Phi}\tilde{x}_i + \tilde{\Gamma} u_i$$

$$y_i = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x_{I,i} \end{pmatrix} \longrightarrow y_i = \tilde{C}\tilde{x}_i$$

$$u_i = -\tilde{K}\tilde{x} = -\begin{bmatrix} K & K_I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x_{I,i} \end{pmatrix} = -Kx_i - K_I x_{I,i}$$

$$\tilde{\varphi}_c(z) = \det\left(zI - (\tilde{\Phi} - \tilde{\Gamma}\tilde{K})\right)$$

$$(\tilde{\Phi}, \tilde{\Gamma}) \xrightarrow{\varphi_0(z);M_{c,II}} \tilde{K}$$



**9. Adja meg a $\Sigma_d$=(Φ, Γ, *C*, *D*) diszkrét idejű rendszer esetén a terhelésbecslést (bemeneti zavaráskompenzálást) alkalmazó állapot megfigyelő tervezési lépéseit, a benne szereplő mátrixok megválasztását és az Ackermann-képletre visszavezethető feladat alakját.**

Terhelésbecslés:
A zavarást a szakasz bementére redukáltnak képzeljük konstans zavarást feltételezve.

$d_{i+1} = d_i$
$\tilde{x} = (x^T, x_d^T)^T \qquad x_d = d$

$$\begin{pmatrix} x \\ x_d \end{pmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_d \end{pmatrix}_i + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} u_i \longrightarrow \tilde{x}_{i+1} = \tilde{\Phi}\tilde{x}_i + \tilde{\Gamma} u_i$$

$$y_i = [C \quad 0] \begin{pmatrix} x_i \\ x_d \end{pmatrix}_i \longrightarrow y_i = \tilde{C}\tilde{x}_i$$

Az állapot-visszacsatolás és az alapjel miatti korrekciót az eredeti, a megfigyelőt a bővített rendszerhez kell tervezni.
$(\Phi, \Gamma, C)$ »»$K$ (ÁV)
$(\tilde{\Phi}, \tilde{\Gamma}, \tilde{C})$ »» $(\tilde{F}, \tilde{G}, \tilde{H})$ (ÁM)
$(\Phi, \Gamma, C)$ »»$(N_x, N_M)$

$$\left(\tilde{\Phi}, \tilde{C}\right)_I \rightarrow (\Phi^T, \Phi^T C^T)_I \xrightarrow{\widetilde{\varphi_0}(z);M_{c,II}} K_{II} \rightarrow \tilde{G} = K_{II}^T$$
$$\tilde{F} = \tilde{\Phi} - \tilde{G}\tilde{C}\tilde{\Phi}$$
$$\tilde{H} = \tilde{\Gamma} - \tilde{G}\tilde{C}\tilde{\Gamma}$$

**10. Adja meg a $\Sigma_d$=(Φ, Γ, *C*, *D*) diszkrét idejű rendszer esetén az állapot-visszacsatolást, alapjel miatti korrekciót és terhelésbecslőt alkalmazó szabályozó tervezési lépéseit, és a zárt rendszer hatásvázlatát együttes alkalmazásukkor.**

Az állapot-visszacsatolás és az alapjel miatti korrekciót az eredeti, a megfigyelőt a bővített rendszerhez kell tervezni.

$(\Phi, \Gamma, C)$ »»$K$ (ÁV)
$(\tilde{\Phi}, \tilde{\Gamma}, \tilde{C})$ »» $(\tilde{F}, \tilde{G}, \tilde{H})$ (ÁM)
$(\Phi, \Gamma, C)$ »»$(N_x, N_M)$