

Felsőbb matematika villamosmérnököknek - Sztochasztika

első ZH, 2021 ősz – 2021.10.11, 18:00

Munkaidő: 90 perc

Minden megoldást részletesen indokolni kell. Azon belül minden alkalmazott jelölést be kell vezetni.

1. Egy egyetemi gyakorlatra végtelen sok hallgató jár, sok-sok éven keresztül. Egy indiszkrét gyakorlatvezető minden órán addig kérdegeti őket *vaktában, egyesével*, hogy melyik párt szavazói, amíg nem talál egyet, aki a Színes Csokoryakkendősök Pártjának (SzCsP) szavazója. Amikor sikerül ilyet találnia, akkor felírja a füzetébe, hogy aznap hány hallgatót kellett megkérdeznie. A gyakorlaton a hallgatók pontosan 1%-a SzCsP-szavazó.

a.) Mennyi lesz hosszú távon a gyakorlatvezető füzetébe felírt számok átlaga?

b.) Melyik szám fog hosszú távon legtöbbször szerepelni a füzetben?

2. Jancsika nemrég tanult meg járni: minden lépésnél, az előzményektől függetlenül, 1% valószínűséggel elesik (aztán persze felkel). Otthontól a játszótér 500 lépésnyire van. Mennyi a valószínűsége, hogy ezen a távon 3-nál kevesebbszer esik el?

3. Pistike írt egy számítógépes programot, ami nehéz rejtvényeket old meg egyszerű próbálgatással. Mindig éjfélkor indítja el, és X -szel jelöli azt a véletlen számot, hogy a program *hány órákor* végez (az mindegy, hogy melyik napon). Ezen X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-x} & \text{ha } 0 \leq x < 24 \\ 0 & \text{ha nem} \end{cases}$$

a.) Mennyi a c konstans értéke?

b.) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a program reggel 5 és 6 között végez?

c.) Pistike elárulta, hogy a program legutóbb délelőtt végzett. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ez reggel 5 és 6 között történt?

4. Móricka szobájában 3 villanykörte van. Ezek élettartama teljesen független és exponenciális eloszlású 1 év várható értékkel. Legutóbb pont egy éve cserélte ki mindegyiket, és – csodák csodája – azóta egyik sem égett ki. Mennyi a valószínűsége, hogy a következő fél évben *mindegyik* kiég?