Alkalmazott mesterséges intelligencia (AMI)

http://www.mit.bme.hu/oktatas/targyak/vimibb01

4.-5. ea. (2023. ősz)

Egyszerű döntés – döntési hálók. Optimalizáljuk! (itt =metsszük vissza)

http://mialmanach.mit.bme.hu/aima/ch18

Jegyzet 18. fejezet

https://www.esrcheck.com/2023/06/05/artificial-intelligence-ai-experts-sign-statement-on-ai-risk/

Előadó: Pataki Béla

a fóliák Dobrowiecki Tadeusz és Hullám Gábor anyagainak felhasználásával készültek

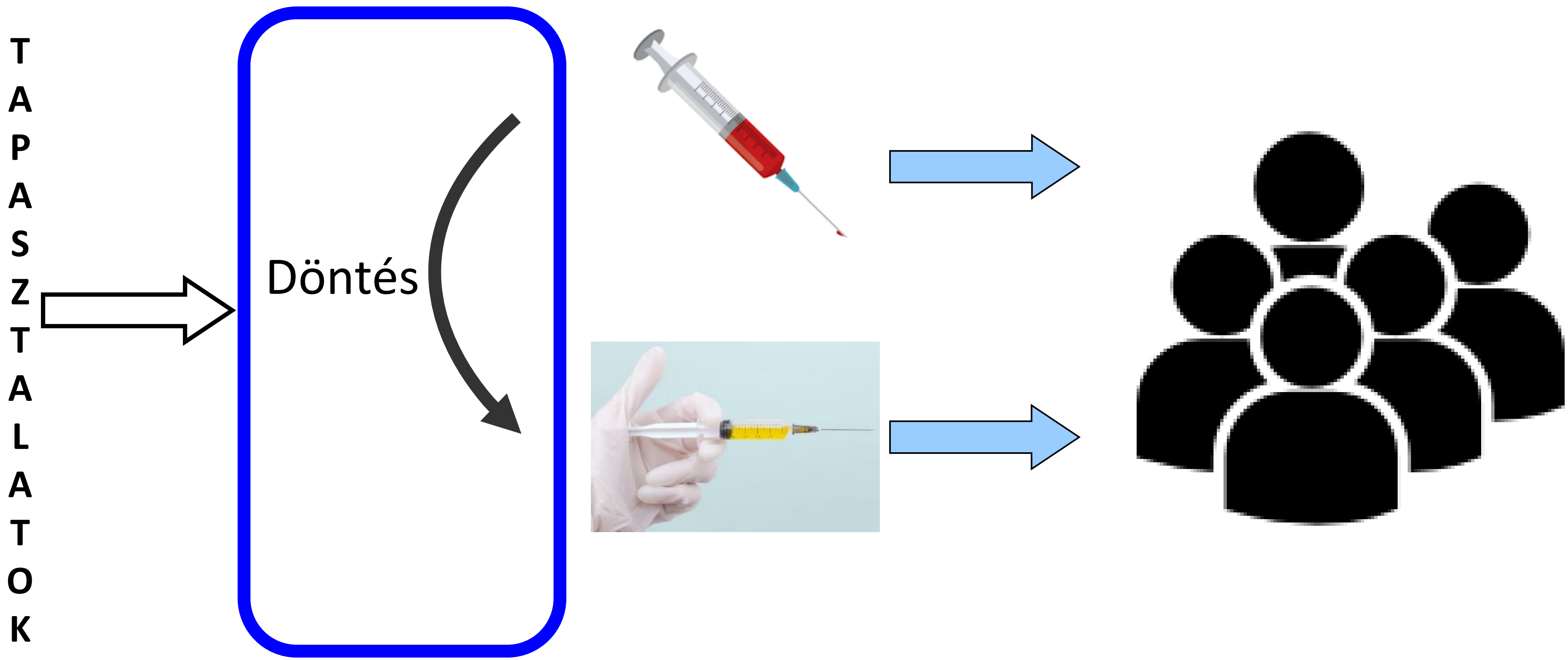
BME I.E. 414, 463-26-79

pataki@mit.bme.hu,

http://www.mit.bme.hu/general/staff/pataki

Az észleléseink alapján térjünk át A vakcináról, B vakcinára

Ez egy döntés, amelyet a tapasztalatainkra alapozunk.



A döntésünket meghozhatnánk egyfajta logikai modellel (lásd múlt óra)

Például (nyilván elképesztően leegyszerűsítve):

Tény1: „B” vakcinánál a védettség > („A” vakcina által biztosított + 5%)
Tény2: „B” vakcinánál a védettség > („A” vakcina által biztosított + 15%)
Tény3: „B” vakcina ára < („A” vakcina ára +1000 Ft)
Tény4: „B” vakcina ára < („A” vakcina ára +5000 Ft)
Tény5: „B” vakcina beszerezhető kellő mennyiségben

BazAHelyettDöntés=

$$=[(\text{Tény1} \wedge \text{Tény3}) \vee (\text{Tény2} \wedge \text{Tény4})\,] \wedge \text{Tény5}$$

De honnan tudjuk pl. a védettségi adatokat? **Tapasztalatokat gyűjtünk, mintákat vizsgálunk!**

A következőkben olyan módszereket vizsgálunk, amikor minták, **mintapéldák, tapasztalatok alapján akarjuk kialakítani a döntési rendszerünket**.

Nagyon gyakran a számítógép tanulásához rendelkezésünkre áll egy csomó mintapélda, és ez hordozza az információt. *Nincsenek előre kialakított szabályaink a feladatra, csak a mintáink.* Persze ilyenkor is valamilyen struktúrában igyekszünk felhasználni a minták hordozta tudást.

Ilyenkor a módszerünk – az, hogy hogyan használjuk fel a mintákat – bizonyos mértékben problémafüggetlen.

A hétköznapi életben nagyon gyakori a minta alapján való tanulás, míg a klasszikus (számítógépes) megoldásokban a humán fejlesztő szabályokat alkotott, és ezeket programozta be.

Egy algoritmust, pl. egy döntést (ágensfüggvényt) alapvetően két módon lehet megvalósítani:

(1) Analitikus tervezés:

Begyűjteni az analitikus (fizikai, kémiai, logikai, valószínűségi stb. összefüggésekből felépített) modelleket az adott problémára.

Példa: logikai modellek, szabályalapú rendszerek, differenciálegyenlet-rendszerek

Megtervezni analitikusan a konkrét mechanizmust, és azt algoritmusként implementálni.

(2) **Tanulás:**

Megtervezni a tanulás mechanizmusát, és azt algoritmusként implementálni.

Majd alkalmazásával megtanulni vele a minták alapján a döntés tényleges mechanizmusát, és azt algoritmusként implementálni.

A következőkben a (2)-vel foglalkozunk

Sokféle tanítható eszközt kitaláltak:

- neurális hálók
- Bayes-hálók
- kernelgépek
- döntési fák
- legközelebbi szomszéd osztályozók
- stb. stb.

A következőkben először a **döntési fá**kkal foglalkozunk – működésük az emberi gondolkodás számára jóval jobban áttekinthető, mint pl. a mesterséges neurális hálóké (későbbiekben lesz róla szó).
(white box ⇔ black box)

Vannak regressziós döntési fák is, amelyek egy folytonos értéket becsülnek (pl. hőmérséklet), de mi csak az osztályozással foglalkozunk (menjünk/maradjunk, befektessünk, adjunk el stb.

Példaprobléma (ld. R-N könyv): döntés: hogy megérkeztünk ***egy*** *étterembe, ahol nem tudunk azonnal leülni,* ***várjunk-e asztalra***?

Cél: előállítani a döntés logikai függvényét

A problémát **tulajdonság**okkal azaz **attribútum**okkal jellemezzük.

1. *Alternatíva*: van-e a környéken más megfelelő étterem. (I/N)
2. *Bár*: van-e az étteremben kényelmes bár, ahol várhatunk. (I/N)
3. *Pén/Szom*: igaz pénteken- és szombatonként. (I/N)
4. *Éhes*: éhesek vagyunk-e. (I/N)
5. *Kuncsaft*: hányan vannak már benn (*Senki*, *Néhány* és *Tele*).
6. *Ár*: mennyire drága (*Olcsó, Közepes, Drága*)
7. *Eső*: esik-e kint (I/N)
8. *Foglalás*: foglalni kell-e előzetesen az asztalt (I/N)
9. *Típus*: az étterem típusa (*Francia, Olasz, Thai v. Burger*)
10. *BecsültVár*: a pincér által bemondott várakozási idő
(0-10 perc, 10-30, 30-60, >60 perc)

A **döntés eredményét** a döntési ágensfüggvény adja meg (kimenete I/N):

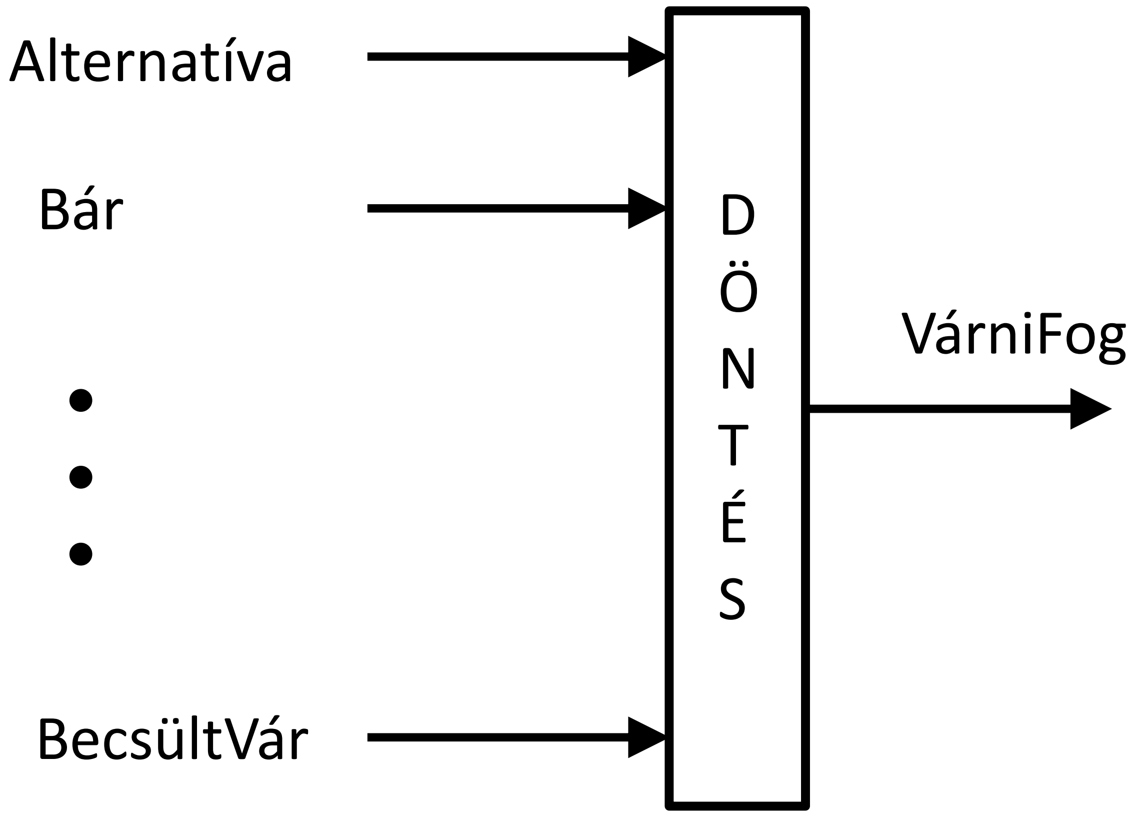
VárniFog = *f(Alternativa*, *Bár*, *Pén/Szom*, *Éhes*, *Kuncsaft*, *Ár*, *Eső*, *Foglalás*, *Típus*, *BecsültVár*, …)

A problémát tulajdonságokkal (vagy más néven attribútumokkal) jellemezzük.

A döntési eljárás bemenete – a következő tulajdonságok:

1. *Alternatíva*: van-e a környéken más megfelelő étterem. (*I/N*)
2. *Bár*: van-e az étteremben kényelmes bár, ahol várhatunk. (*I/N*)
3. *Pén/Szom*: igaz pénteken- és szombatonként. (*I/N*)
4. *Éhes*: éhesek vagyunk-e. (*I/N*)
5. *Kuncsaft*: hányan vannak már benn (*Senki, Néhány* és *Tele*).
6. *Ár*: mennyire drága (*Olcsó, Közepes, Drága*)
7. *Eső*: esik-e kint (*I/N*)
8. *Foglalás*: foglalni kell-e előzetesen az asztalt (I/N)
9. *Típus*: az étterem típusa (*Francia, Olasz, Thai v. Burger*)
10. *BecsültVár*: a pincér által becsült várakozási idő (0-10 , 10-30, 30-60, >60)

A döntési eljárás kimenete, *VárniFog* (lehetséges értékei: Igen/Nem).


Alternatíva
Bár
BecsültVár
DÖNTÉS
VárniFog

Az eddigi kiruccanásaink tapasztalata - tanítóminták

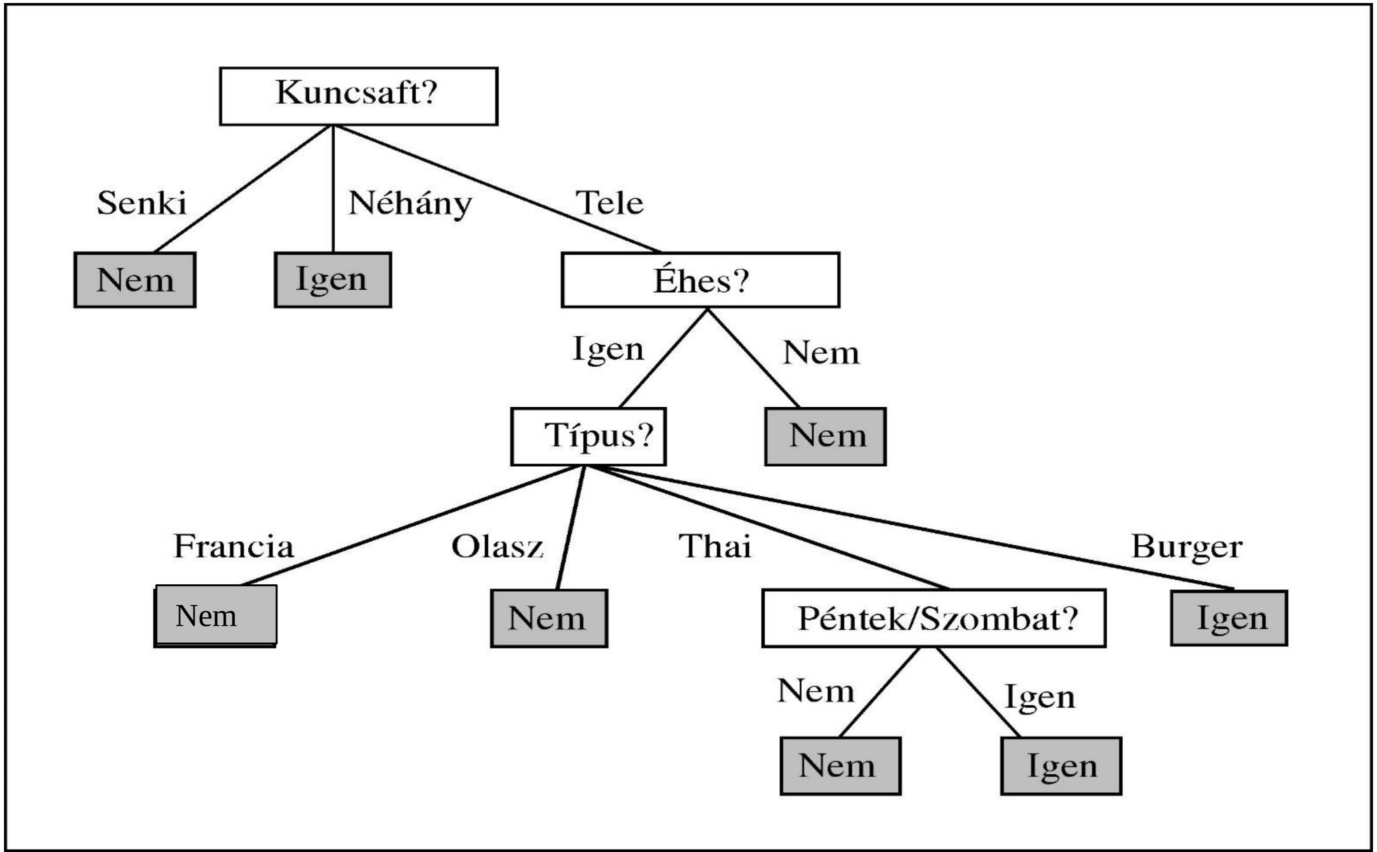
Pl.	Attribútumok										Cél
	Altern	*Bár*	*Pént*	*Éhes*	*Kuncs*	*Ár*	*Eső*	*Fogl*	*Típus*	*Becs*	*VárniFog*
X_1	*Igen*	*Nem*	*Nem*	*Igen*	*Néhány*	*Drága*	*Nem*	*Igen*	*Francia*	*0–10*	*Igen*
X_2	*Igen*	*Nem*	*Nem*	*Igen*	*Tele*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Thai*	*30–60*	*Nem*
X_3	*Nem*	*Igen*	*Nem*	*Nem*	*Néhány*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Burger*	*0–10*	*Igen*
X_4	*Igen*	*Nem*	*Igen*	*Igen*	*Tele*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Thai*	*10–30*	*Igen*
X_5	*Igen*	*Nem*	*Igen*	*Nem*	*Tele*	*Drága*	*Nem*	*Igen*	*Francia*	*>60*	*Nem*
X_6	*Nem*	*Igen*	*Nem*	*Igen*	*Néhány*	*Közep*	*Igen*	*Igen*	*Olasz*	*0–10*	*Igen*
X_7	*Nem*	*Igen*	*Nem*	*Nem*	*Senki*	*Olcsó*	*Igen*	*Nem*	*Burger*	*0–10*	*Nem*
X_8	*Nem*	*Nem*	*Nem*	*Igen*	*Néhány*	*Közep*	*Igen*	*Igen*	*Thai*	*0–10*	*Igen*
X_9	*Nem*	*Igen*	*Igen*	*Nem*	*Tele*	*Olcsó*	*Igen*	*Nem*	*Burger*	*>60*	*Nem*
X_{10}	*Igen*	*Igen*	*Igen*	*Igen*	*Tele*	*Drága*	*Nem*	*Igen*	*Olasz*	*10–30*	*Nem*
X_{11}	*Nem*	*Nem*	*Nem*	*Nem*	*Senki*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Thai*	*0–10*	*Nem*
X_{12}	*Igen*	*Igen*	*Igen*	*Igen*	*Tele*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Burger*	*30–60*	*Igen*

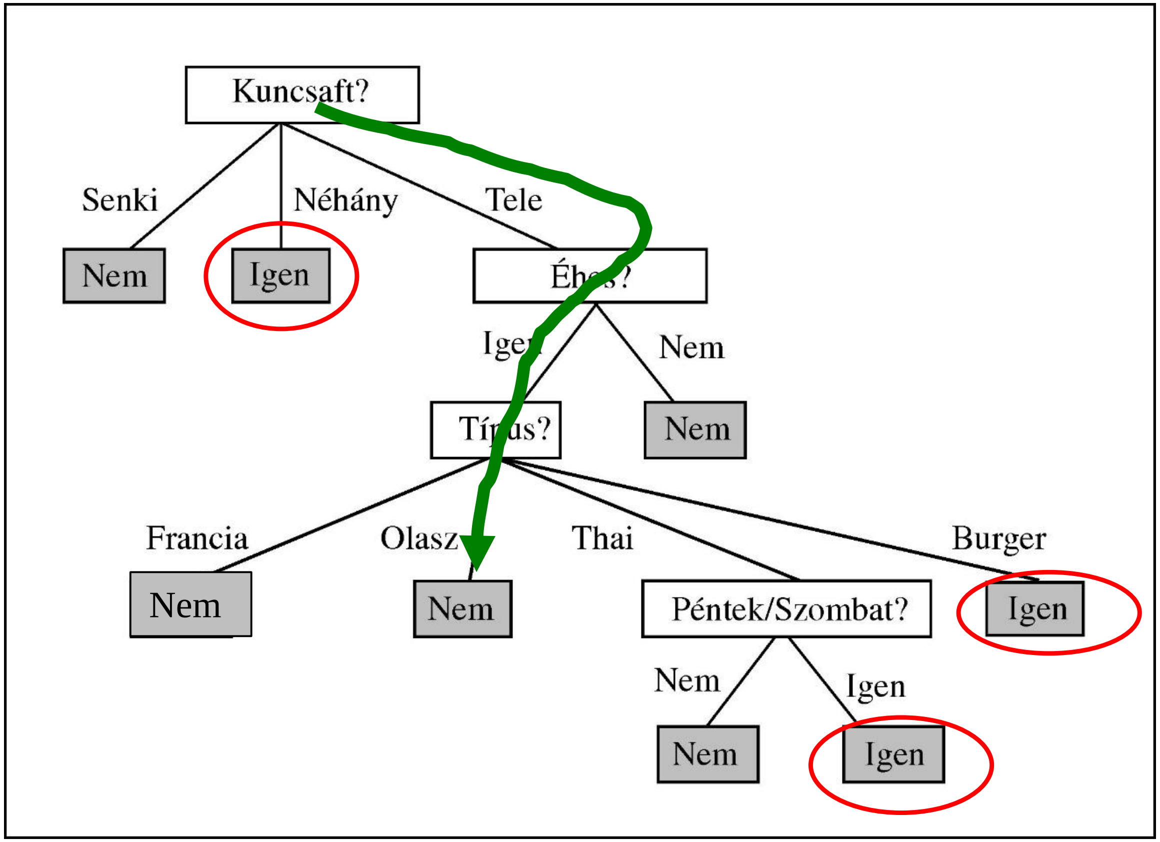
Mi benne a viselkedésünk mintája? Van-e egyáltalán egy konzisztens - minden tanítópéldának megfelelő – viselkedési mintánk?

(*Ebben a problémában 9216 lehetséges példa van, 12 alapján tanulunk*)

Döntési fák

döntési fa = **egy logikai függvény**
bemenete: egy tulajdonsághalmazzal leírt objektum vagy szituáció
kimenete: egy igen/nem „döntés/cselekvés"
belső csomópont = valamelyik tulajdonság tesztje
él = a teszt lehetséges értéke
levél = logikai érték, amelyet akkor kell kiadni, ha ezt a levelet elértük





Egy konkrét eset:

Kuncsaft = Tele és
Éhes = IGEN és
Típus = Olasz és
Bár = Nem
Péntek/Szombat=Nem
Altern = Nem
.....

VárniFog = (Kuncsaft = Néhány) V
((Kuncsaft = Tele) ^ Éhes ^ (Típus = Thai) ^ Pént/Szomb) V
((Kuncsaft = Tele) ^ Éhes ^ (Típus = Burger))

Döntési fák kifejezőképessége

teljes - **minden (ítélet)logikai függvény felírható döntési faként**.
(az igazságtábla minden sora = a fa egy bejárása,
de így az igazságtábla mérete = a fa mérete = exponenciális!)

Döntési fák kialakítása példák alapján

példa: (attribútumok értékei, célpredikátum értéke)

példa **besorolása**: a célpredikátum értéke

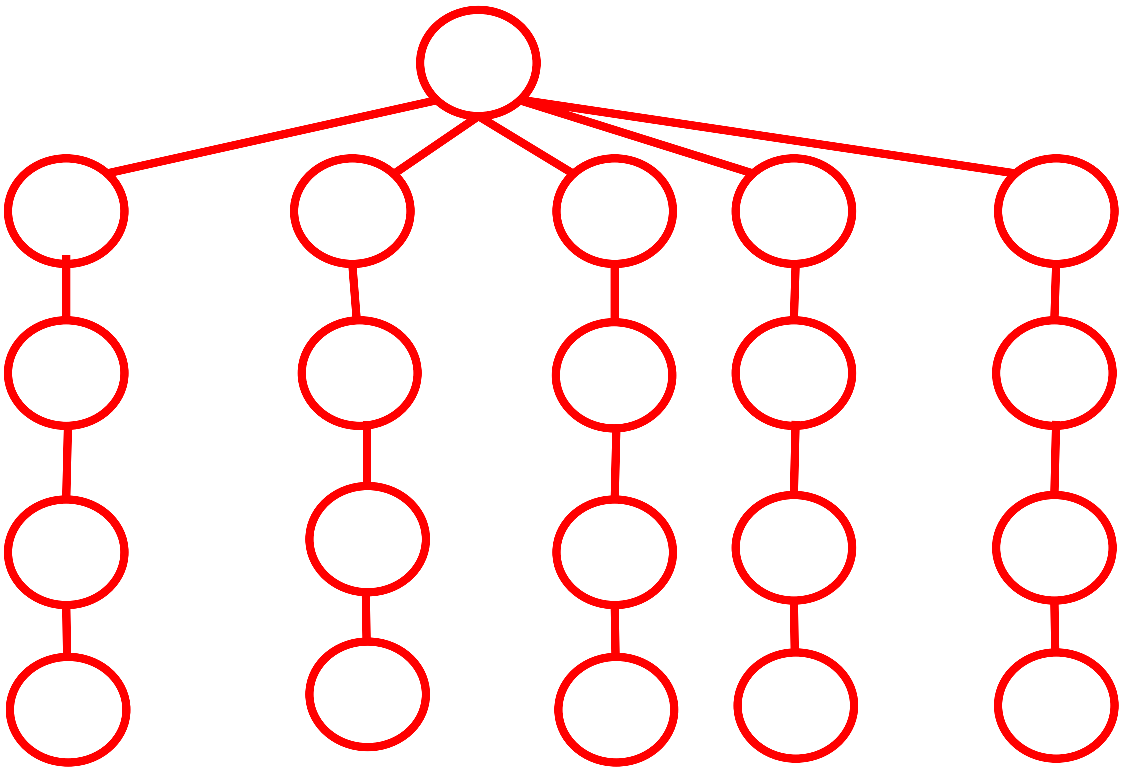
pozitív/negatív példa: a célpredikátum értéke igaz / hamis

tanítóhalmaz: a teljes példahalmaz

triviális fa, könnyen előállítható a példákból - mindegyik példához egy önálló bejárási út a levél a példa besorolását adja.

A fa egyszerűen memorizálja a példákat, nem alakít ki jellegzetes mintákat.

A példákból **nem általánosít** (nem tud ismeretlen példákra extrapolálni)

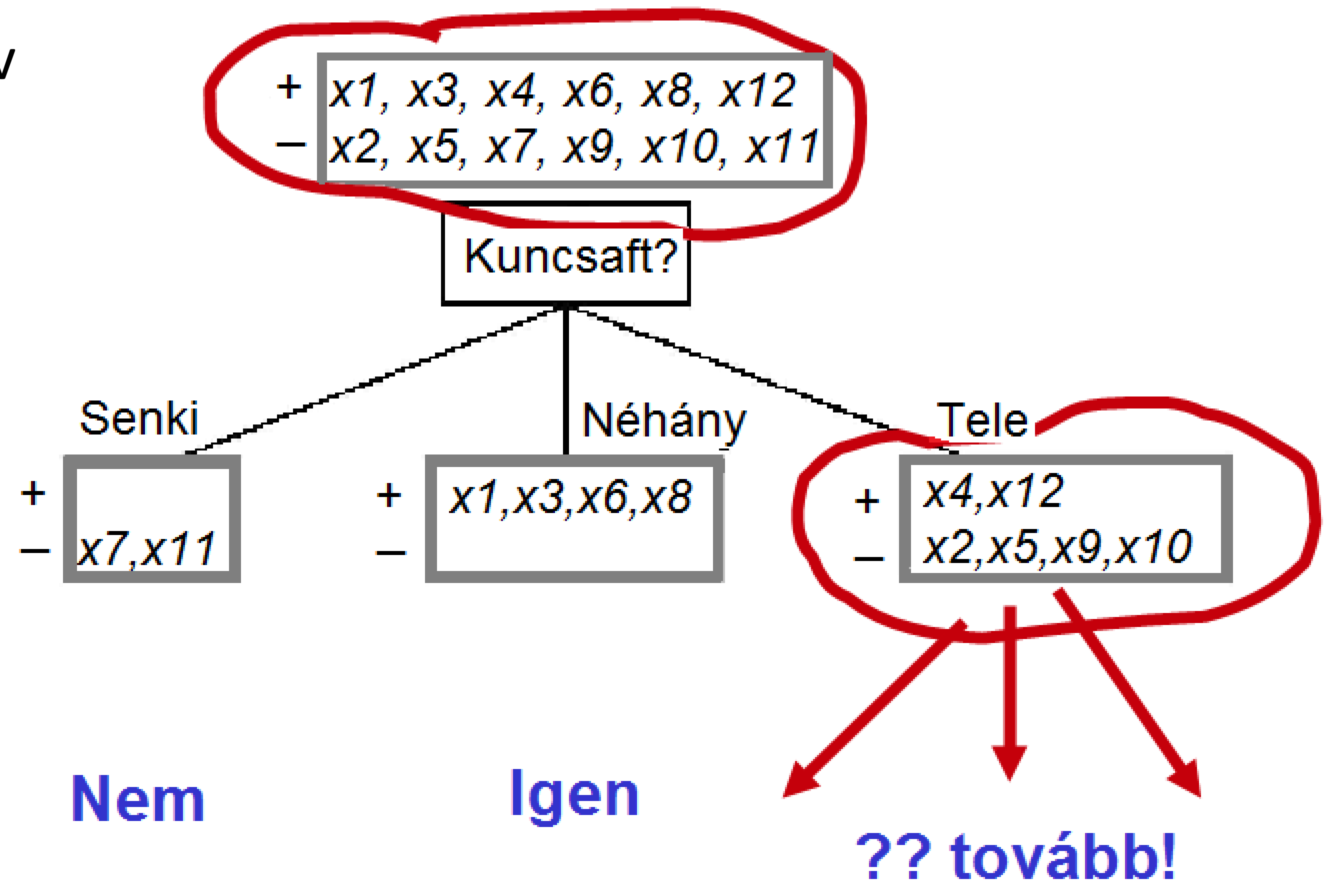


„**igazi**” fa - a jellegzetes minták kinyerése,

a módszer képes nagyszámú esetet **tömör** formában leírni, és így az egyelőre ismeretlen példákra is **általánosítani**

A döntési fa építése – általános jelenségek

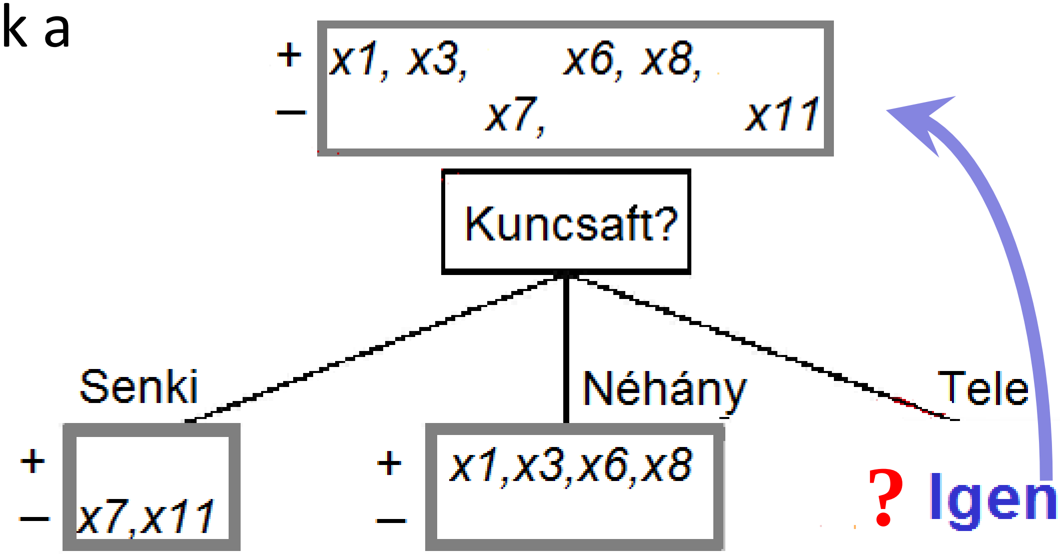
Van néhány pozitív és néhány negatív példánk.
Heurisztika: válasszuk azt az attribútumot, amelyik a legjobban szétválasztja őket.
(**mohó keresés**!)



Ha az összes megmaradt eset pozitív, (vagy az összes negatív), akkor készen vagyunk azzal az ággal: a válasz **Igen** vagy **Nem**.

A döntési fa építése – általános jelenségek

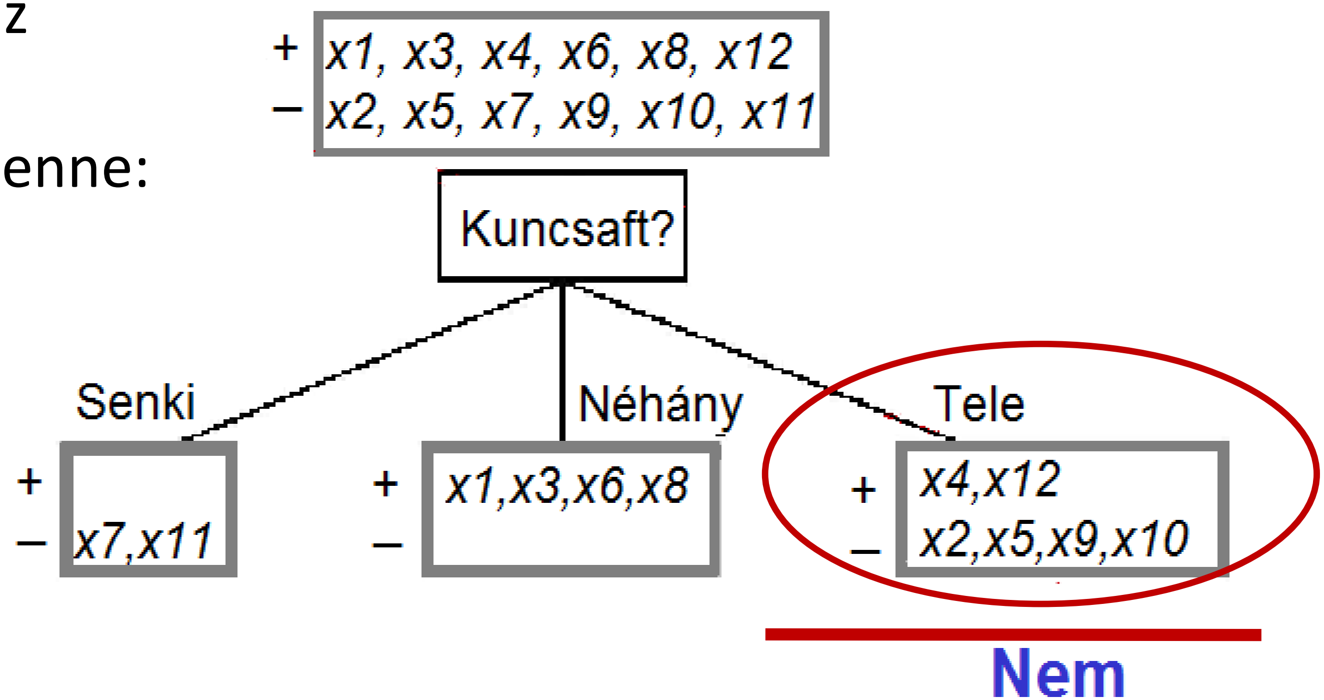
Ha csak ezek a példáink lennének:



Ha nem maradt egyetlen példa sem, ez azt jelenti, hogy ilyen példát nem figyeltünk meg eddig…., de a jövőben mégis jelentkezhet. Ilyenkor valamilyen alapértéket adunk vissza, amelyet rendszerint a csomópont szülőjének többségi válaszából származtatunk.

A döntési fa építése – általános jelenségek

Ha csak ez az egyetlen attribútum lenne:



Nem maradt már teszteletlen attribútum, de maradtak még pozitív és negatív példák. Baj van.

Ezeknek a példáknak pontosan megegyezik a leírása, de különböző a besorolásuk (a célpredikátum értéke).

Néhány adat tehát nem korrekt: a **zaj** torzítja az adatokat – vagy hiányzik még attribútum (infó).

Megoldás? Pl. a **többségi szavazás** használata.

Döntési fák kialakítása példák alapján

példa: (attribútumok értékei, célpredikátum értéke)
példa **besorolása**: a célpredikátum értéke
pozitív/negatív példa: a célpredikátum értéke igaz / hamis
tanítóhalmaz: a teljes példahalmaz

A *legkisebb döntési fa* megtalálása - általánosságban nem megoldható

Heurisztika: **mohóság** - egy meglehetősen egyszerű (viszonylag jó) fa is jó lesz!
Az alapötlet: először a „legfontosabb” attribútumot teszteljük.

„**legfontosabb**" = a **legnagyobb eltérést** okozza példák besorolásában

Elvárás: kisszámú példa alapján korrekt besoroláshoz jussunk:
a **bejárási utak rövidek** legyenek, és így az **egész fa kicsi** (tömör) legyen.

Döntési fák kialakítása példák alapján

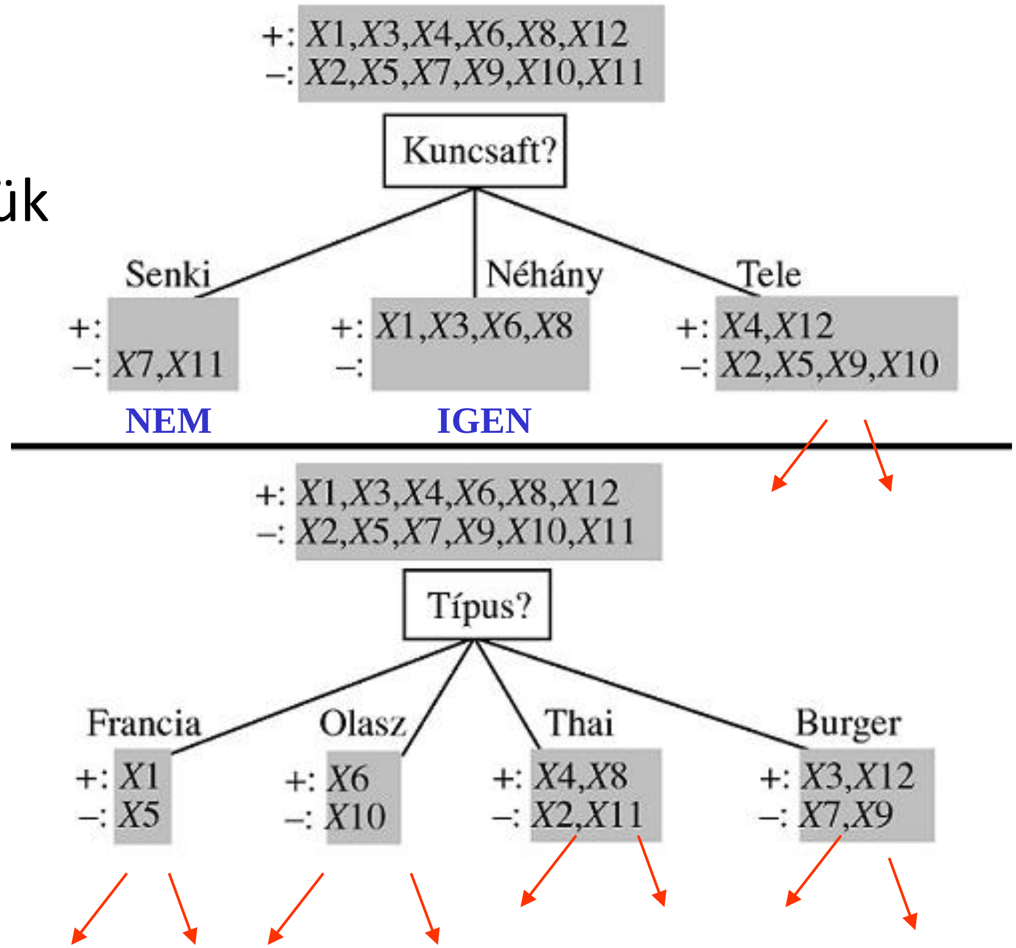
A **tökéletes attribútum** a példákat két csoportra bontja,
az egyikbe **csak pozitív**,
a másikba **csak negatív** példák tartoznak.

Ezzel be is lehetne fejezni a fa tanítását – de tökéletes attribútum általában nincs!

Olyan attribútumot válasszunk, amely a lehető legmesszebbre jut a pontos besorolás biztosításában. (mohóság)

A *Kuncsaft* attribútum nem tökéletes, de elég jó.
Ha csak a Kuncsaftot teszteljük és utána döntünk, várhatóan legfeljebb 2-t hibázunk a 12 példából.

A *Típus* attribútum ehhez képest? (vacak…)
Ha csak a Típust teszteljük és utána döntünk, várhatóan 6-ot hibázunk a 12 példából.
Éppúgy, mint a teszt előtt!



Egy nagymértékben haszontalan attribútum, mint pl. a *Típus* olyan példahalmazokat hoz létre, amelyek nagyjából ugyanolyan arányban tartalmaznak pozitív és negatív példákat, mint az eredeti halmaz.

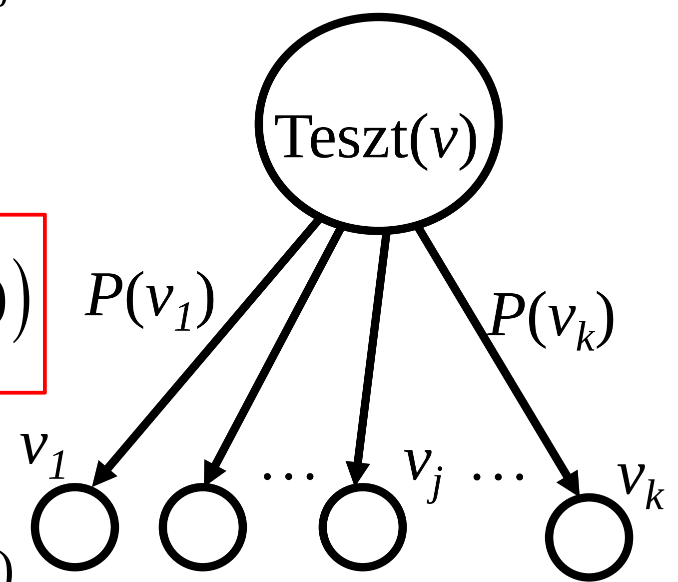
„Elég jó?" „Nagymértékben haszontalan?” Milyen módon mérjük???

A mérték legyen **maximális**: a **tökéletes** attribútumra,
minimális: olyan attribútumra, aminek
egyáltalán **nincs értéke** számunkra.

Egy megfelelő mérték: egy adott helyzetben az információszükségletünk a helyes megoldáshoz, az attribútum által adott információ várható értéke (az információ átlagos tartalma, entrópia), …

Ha a lehetséges v_j válaszok valószínűsége $P(v_j)$, akkor az adott kiinduló halmaz esetén a jó döntéshez szükséges információszükséglet:

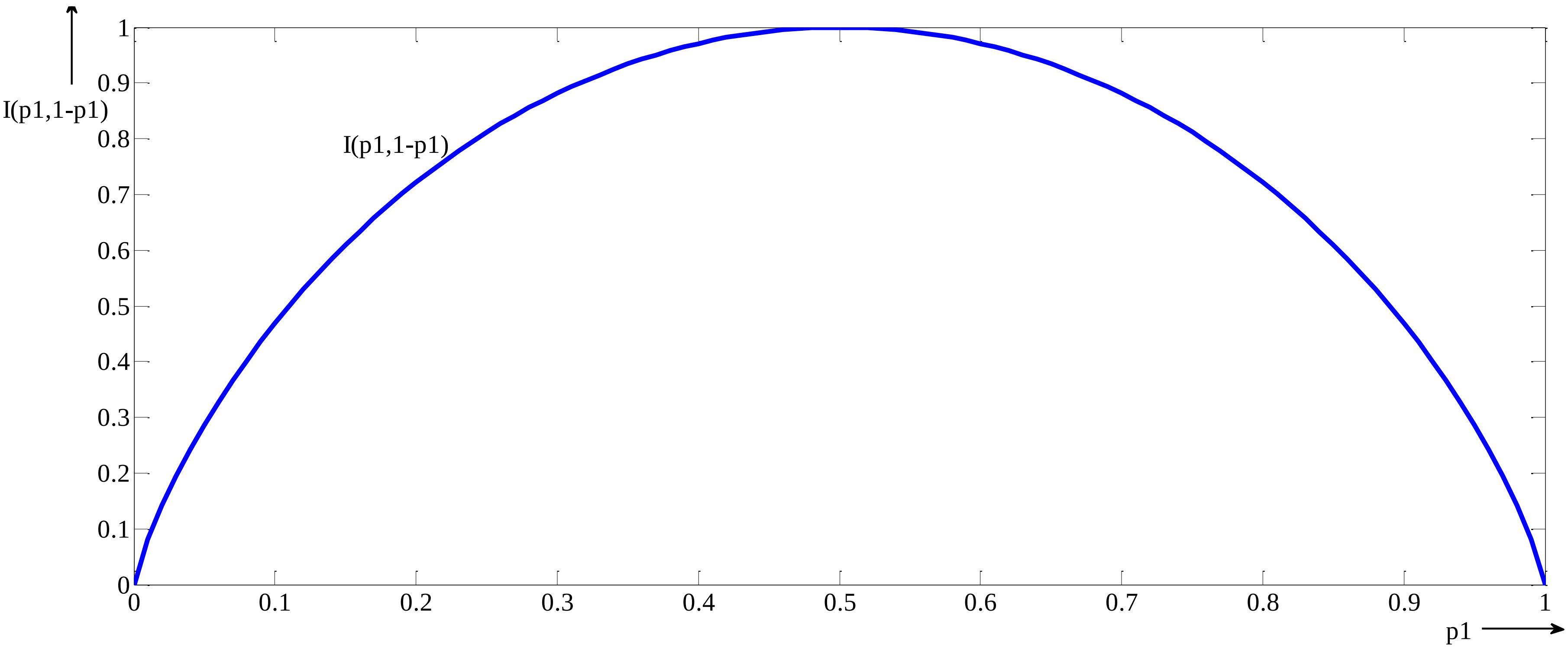
$$\boxed{I(P(v_1), P(v_2), \ldots, P(v_k)) = \sum_{j=1}^{k} -P(v_j) \cdot \log_2 \left(P(v_j) \right)}$$



(Pl. bináris döntés 50-50%, 4 kimenetel 25-25-25-25%)

pl. Fogadunk 1000 Ft-ba egy szabályos pénzérme dobása esetén, hogy „fej” jön ki.

- Mennyit ér nekünk az infó, ha valaki elárulja, hogy melyik fog kijönni? Mennyi infóra van szükségünk?
- Mennyit ér az infó, ha tudjuk, hogy az érme aszimmetrikus, és 80%-ban „fej” jön ki?
- Mennyit ér nekünk az infó, ha az érme mindkét oldalán „fej” van, tehát 100%-ban ez jön ki?



A döntési fa információtartalma - a tanítóhalmazban található pozitív és negatív példák aránya alapján

A tanítóhalmaz ***p*** pozitív és ***n*** negatív példát tartalmaz. A két válasz: v_1 (pozitív), v_2 (negatív), és a valószínűségük becslése:

$$P(v_1) \cong \frac{p}{p+n}, \qquad P(v_2) \cong \frac{n}{p+n}$$

Ekkor a **fa információtartalmának** becslése:

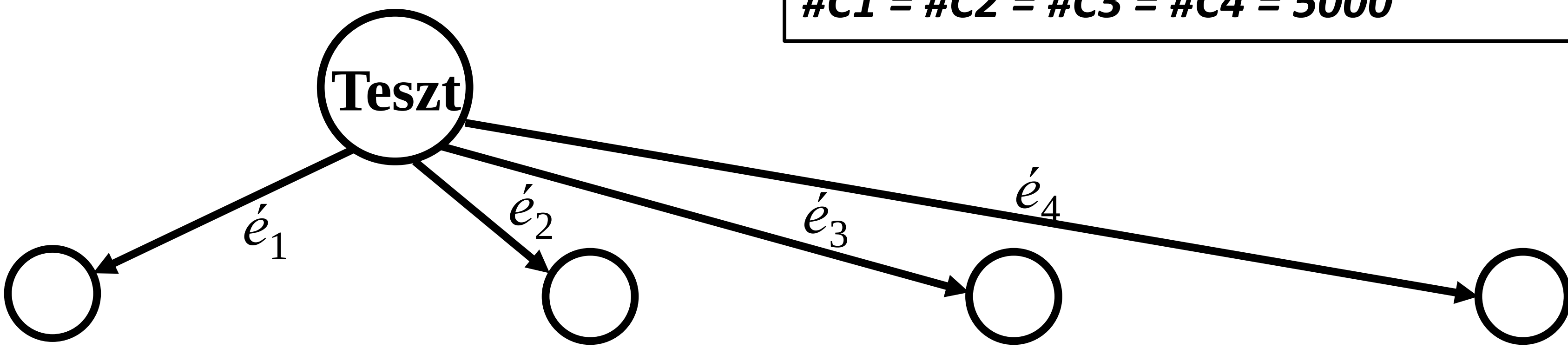
$$I(P(v_1),P(v_2)) \cong I\left(\frac{p}{p+n},\frac{n}{p+n}\right) = -\frac{p}{p+n}\cdot\log_2\left(\frac{p}{p+n}\right) - \frac{n}{p+n}\cdot\log_2\left(\frac{n}{p+n}\right)$$

Hogyan válasszuk ki, hogy melyik attribútumot teszteljük?
Mennyi új információt ad nekünk egy attribútum tesztelése?

⇒Mennyi információra volt szükségünk az attribútum tesztelése **előtt**, és mennyire van **még** szükségünk az attribútum tesztelése **után**? *A kettő különbségét nyertük meg a teszttel!*

Egy tanítóminta-halmaz mintáin elvégzünk egy tesztet, aminek 4 kimenetele lehetséges ($é_1$,..,$é_4$). A következőt tapasztaljuk:

Kiinduló tanítóminta-halmaz: 4 osztályból vannak minták (C1,C2,C3,C4) a mintaszámok #C1 = #C2 = #C3 = #C4 = 5000



$é_1$ értéket ad a tanítóhalmazból: #C11=#C31=2500

$é_2$ értéket ad : #C22=#C12=2500

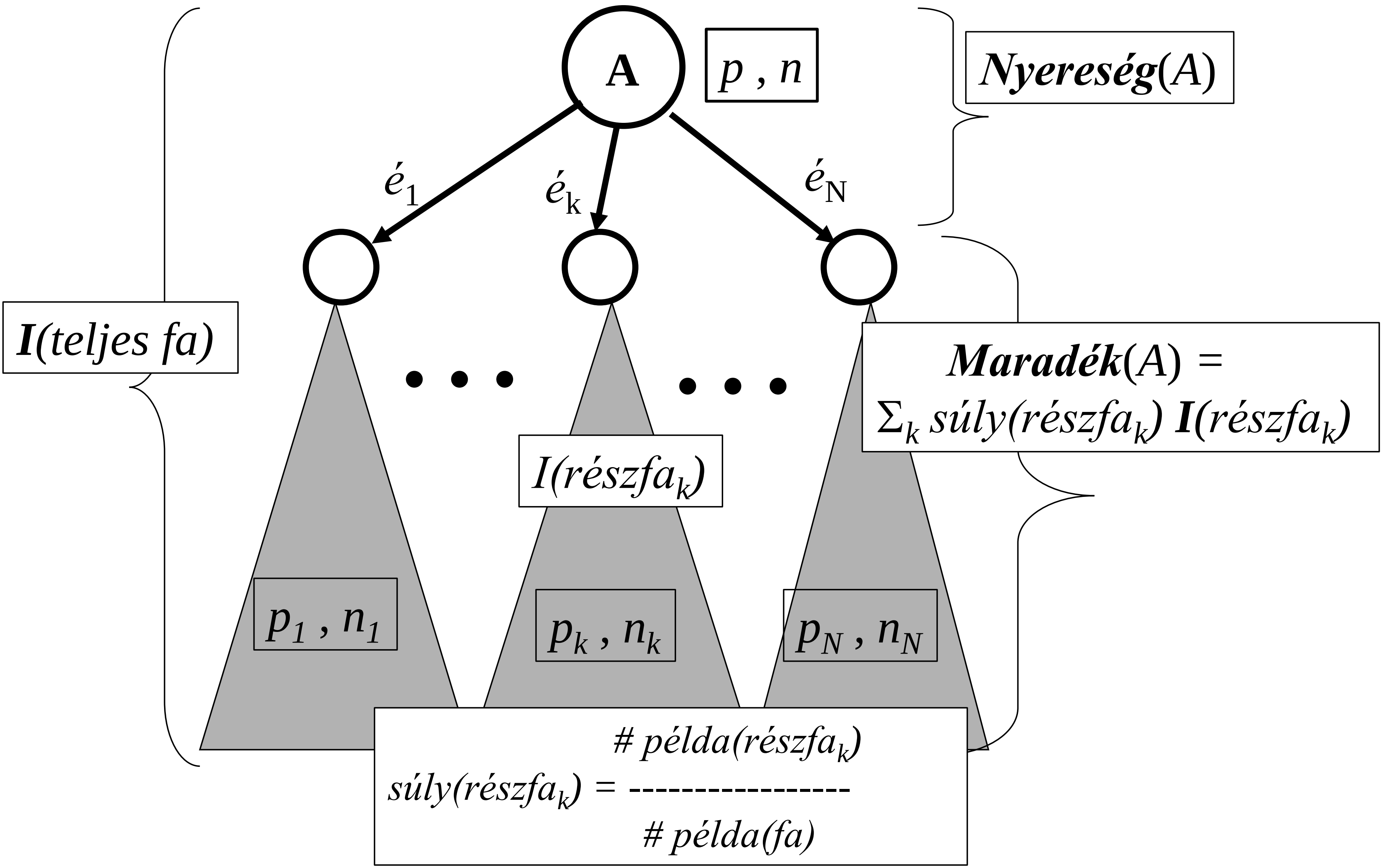
$é_3$ értéket ad : #C33=#C43=2500

$é_4$ értéket ad : #C24=#C44=2500

Ezek szerint az információszükséglet a teszt előtt 2 bit, utána mindegyik ágon 1-1 bit, tehát összesen 4 bit kell, így a „nyereség” 2 - 4*1= - 2 bit????

NEM!

Bármelyik $\boldsymbol{A}$ attribútum az $\boldsymbol{E}$ tanító halmazt $\boldsymbol{E}_1, \boldsymbol{E}_2, \ldots, \boldsymbol{E}_N$ részhalmazokra bontja az $\boldsymbol{A}$ tesztjére adott válaszoknak megfelelően, ha $\boldsymbol{A}$ tesztje N különböző választ ad.



Hogyan válasszunk attribútumot?

$$Maradék(A) = \sum_{k=1}^{N} \frac{p_k + n_k}{p + n} \cdot I\left(\frac{p_k}{p_k + n_k}, \frac{n_k}{p_k + n_k} \right)$$

Az attribútum tesztjének **információnyeresége** az **eredeti** információigény és a **teszt utáni** új információigény **különbsége**:

$$Nyereség(A) = I\left(\frac{p}{p+n}, \frac{n}{p+n} \right) - Maradék(A)$$

Válasszuk a pillanatnyilag legnagyobb nyereséget adó attribútumot!

(Mohó eljárás)

Közbevetés: mi az információszükséglet, ha 100%-os az egyik (és 0%-os a másik) eset?

$I(0,1) = ?$

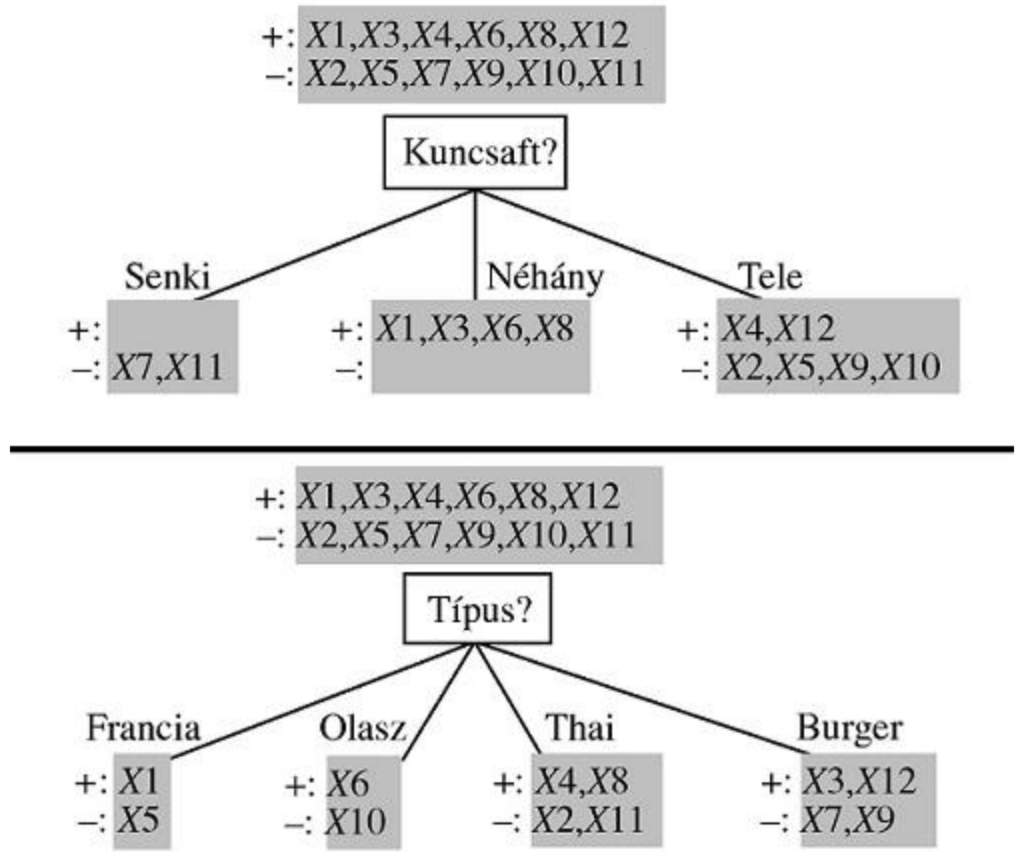
$\log_2()$ helyett használhatunk ln()-t, hiszen csak egy konstanssal való szorzásban különböznek: $\log_2(x) = \log_2(e).\ln(x)$

$$0 \cdot \ln(0) = \lim_{x \to 0} \frac{\ln(x)}{1/x}$$

helyette a deriváltak hányadosa vizsgálható (l'Hôpital szabály)

$$0 \cdot \ln(0) = \lim_{x \to 0} \frac{\ln(x)}{1/x} = \lim_{x \to 0} \frac{1/x}{-1/x^2} = \lim_{x \to 0}(-x) = 0$$

Nézzük meg a *Kuncsaft* és a *Típus* attribútumokat



$$Nyereség(Kuncsaft) = 1 - \left[\frac{2}{12} \cdot I(0,1) + \frac{4}{12} \cdot I(1,0) + \frac{6}{12} \cdot I(\frac{2}{6}, \frac{4}{6}) \right] \approx 0,54 \text{ bit}$$

$$Nyereség(Típus) = 1 - \left[\frac{2}{12} \cdot I(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) + \frac{2}{12} \cdot I(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) + \frac{4}{12} \cdot I(\frac{2}{4}, \frac{2}{4}) + \frac{4}{12} \cdot I(\frac{2}{4}, \frac{2}{4}) \right] = 0 \text{ bit}$$

Több attribútumra is kellene a számítás, de a Kuncsaft kimagaslóan jó.

(**Kuncsaft = Tele**) ágon még fennmaradó példák

Példák	**Attribútumok**									**Cél**
	Altern	*Bár*	*Pént*	*Éhes*	*Ár*	*Eső*	*Fogl*	*Típus*	*Becs*	***VárniFog***
X_2	*Igen*	*Nem*	*Nem*	*Igen*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Thai*	*30–60*	***Nem***
X_5	*Igen*	*Nem*	*Igen*	*Nem*	*Drága*	*Nem*	*Igen*	*Francia*	*>60*	***Nem***
X_9	*Nem*	*Igen*	*Igen*	*Nem*	*Olcsó*	*Igen*	*Nem*	*Burger*	*>60*	***Nem***
X_{10}	*Igen*	*Igen*	*Igen*	*Igen*	*Drága*	*Nem*	*Igen*	*Olasz*	*10–30*	***Nem***

X_4	*Igen*	*Nem*	*Igen*	*Igen*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Thai*	*10–30*	***Igen***
X_{12}	*Igen*	*Igen*	*Igen*	*Igen*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Burger*	*30–60*	***Igen***

Részfában: $p_1 = 2$, $n_1 = 4$, $p_1/(p_1+n_1) = 1/3$, $n_1/(p_1+n_1) = 2/3$

(**Kuncsaft = Tele**) ág

I = I(részfa) = I(2/6, 4/6) = .9183   (2 pozitív és 4 negatív példa)

Ha ezek után pl. az **Alternatíva**-t teszteljük, akkor a nyereség:

$$\mathrm{Ny(Altern)} = I - [\underbrace{5/6\ I(2/5,\ 3/5)}_{\text{Altern = Igen}} + \underbrace{1/6\ I(0,\ 1)}_{\text{Altern = Nem}}]$$

$$\left.\begin{array}{ll} p2 = 2,\ \ p3 = 0 & \\ n2 = 3 & n3 = 1 \end{array}\right\}\ \text{6 példa}$$

$$\mathrm{Ny(Altern)} = I - [5/6\ I(2/5,\ 3/5) + 1/6\ \cancel{I(0,\ 1)}]$$

$$= .92 - .81 \approx .11$$

(Kuncsaft = Tele) ág

Ny(Altern) = I – [5/6 I(2/5, 3/5) + 1/6 I(0,1)] = .92 - .81 ≈ .11

Ny(Bár) = I – [1/2 I(1/3, 2/3) + 1/2 I(1/3, 2/3)] = .92 - .92 = 0

Ny(Péntek) = I – [5/6 I(2/5, 3/5) + 1/6 I(0,1)] = .92 - .81 ≈ .11

Ny(Éhes) = I – [4/6 I(1/2, 1/2) + 2/6 I(0,1)] = .92 - .66 ≈ .25 ***Válasszuk pl. ezt!***

Ny(Ár) = I – [4/6 I(1/2, 1/2) + 2/6 I(0,1)] = .92 - .66 ≈ .25

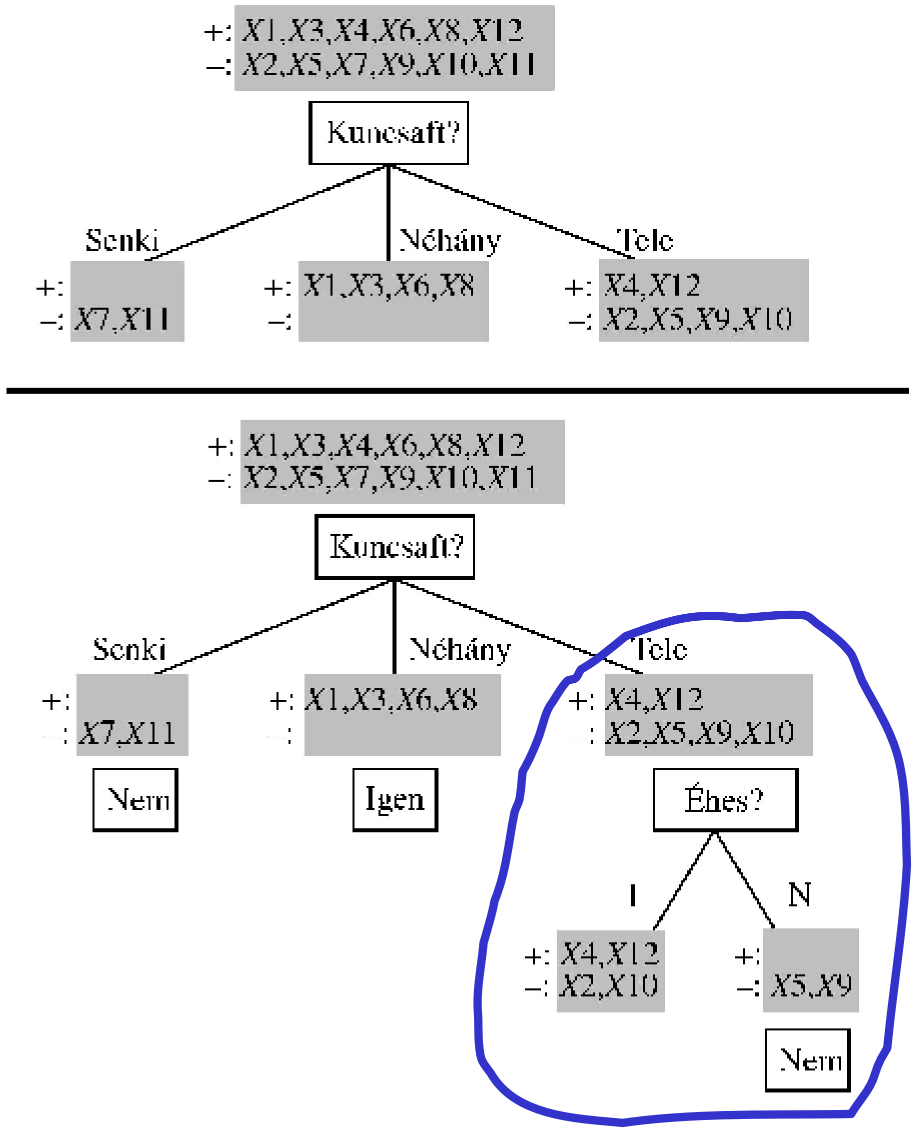
Ny(Eső) = I – [5/6 I(2/5, 3/5) + 1/6 I(0,1)] = .92 - .81 ≈ .11

Ny(Foglalt) = I – [2/6 I(0,1) + 4/6 I(1/2,1/2)] = .92 - .66 ≈ .25

Ny(Típus) = I –
[2/6 I(1/2, 1/2) + 1/6 I(0,1) + 2/6 I(1/2, 1/2) + 1/6 I(0,1)] = .92 - .66 ≈ .25

Ny(Becs) = I –
[2/6 I(1/2, 1/2) + 2/6 I(0,1) + 2/6 I(1/2, 1/2)] = .92 - .66 ≈ .25

(Kuncsaft = Tele) ÉS Teszt(Éhes?)



(**Kuncsaft = Tele**) ÉS **(Éhes?=Igen)** ágon még fennmaradó példák

Példa	**Attribútumok**								**Cél**
	Alt	*Bár*	*Pént*	*Ár*	*Eső*	*Fogl*	*Típus*	*Becs*	***VárniFog***
X_2	*Igen*	*Nem*	*Nem*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Thai*	*30–60*	***Nem***
X_{10}	*Igen*	*Igen*	*Igen*	*Drága*	*Nem*	*Igen*	*Olasz*	*10–30*	***Nem***
X_4	*Igen*	*Nem*	*Igen*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Thai*	*10–30*	***Igen***
X_{12}	*Igen*	*Igen*	*Igen*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*Burger*	*30–60*	***Igen***

Részfában: $p_1 = 2$, $n_1 = 2$, $p_1/(p_1+n_1) = ½$, $n_1/(p_1+n_1) = ½$

Információszükséglet a következő teszt előtt ezen az ágon: 1 bit!

Különböző attribútumok nyeresége a (**Kuncsaft = Tele**) ÉS **(Éhes?=Igen)**

Ny(Alt) = I – [1/1 I(1/2, 1/2) + 0] = 1 - 1 = 0

Ny(Bár) = I – [1/2 I(1/2, 1/2) + 1/2 I(1/2, 1/2)] = 1 - 1 = 0

Ny(Péntek) = I – [1/4 I(0,1) + 3/4 I(1/3,2/3)] = 1 - .92 ≈ .08

Ny(Ár) = I – [1/4 I(0,1) + 3/4 I(1/3,2/3)] = 1 - .92 ≈ .08

Ny(Eső) = I – [1/1 I(1/2, 1/2) + 0] = 1 - 1 = 0

Ny(Foglalt) = I – [1/4 I(0,1) + 3/4 I(1/3,2/3)] = 1 - .92 ≈ .08

Ny(Típus) = I – [1/4 I(0,1) + 1/4 I(0,1) + 1/2 I(1/2, 1/2)] = .5   ***Válasszuk pl. ezt!***

Ny(Becs) = I – [1/2 I(1/2, 1/2) + 1/2 I(1/2, 1/2)] = 1 - 1 = 0

(Kuncsaft = Tele) ÉS **(Éhes?=Igen) ÉS (Típus = Thai)** ágon még fennmaradó példák

Példa			**Attribútumok**				**Cél**
	Alt	*Bár*	*Pént/Szo*	*Ár*	*Eső*	*Fogl*	*Becs*	***VárniFog***
***X*₂**	*Igen*	*Nem*	*Nem*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*30–60*	***Nem***
***X*₄**	*Igen*	*Nem*	*Igen*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*10–30*	***Igen***

A többi nem jó jellemző

Részfában: $p_1 = 1$, $n_1 = 1$, $p_1/(p_1+n_1) = 1/2$, $n_1/(p_1+n_1) = 1/2$

És ez ugyanúgy marad pl. a *Bár* = *Nem* vagy *Eső* = *Nem* vagy *Ár* = *Olcsó* stb. mentén (azaz ezekbe az irányokba nem érdemes építeni a fát).

(Kuncsaft = Tele) ÉS **(Éhes?=Igen) ÉS (Típus = Thai)**
ágon még fennmaradó példák

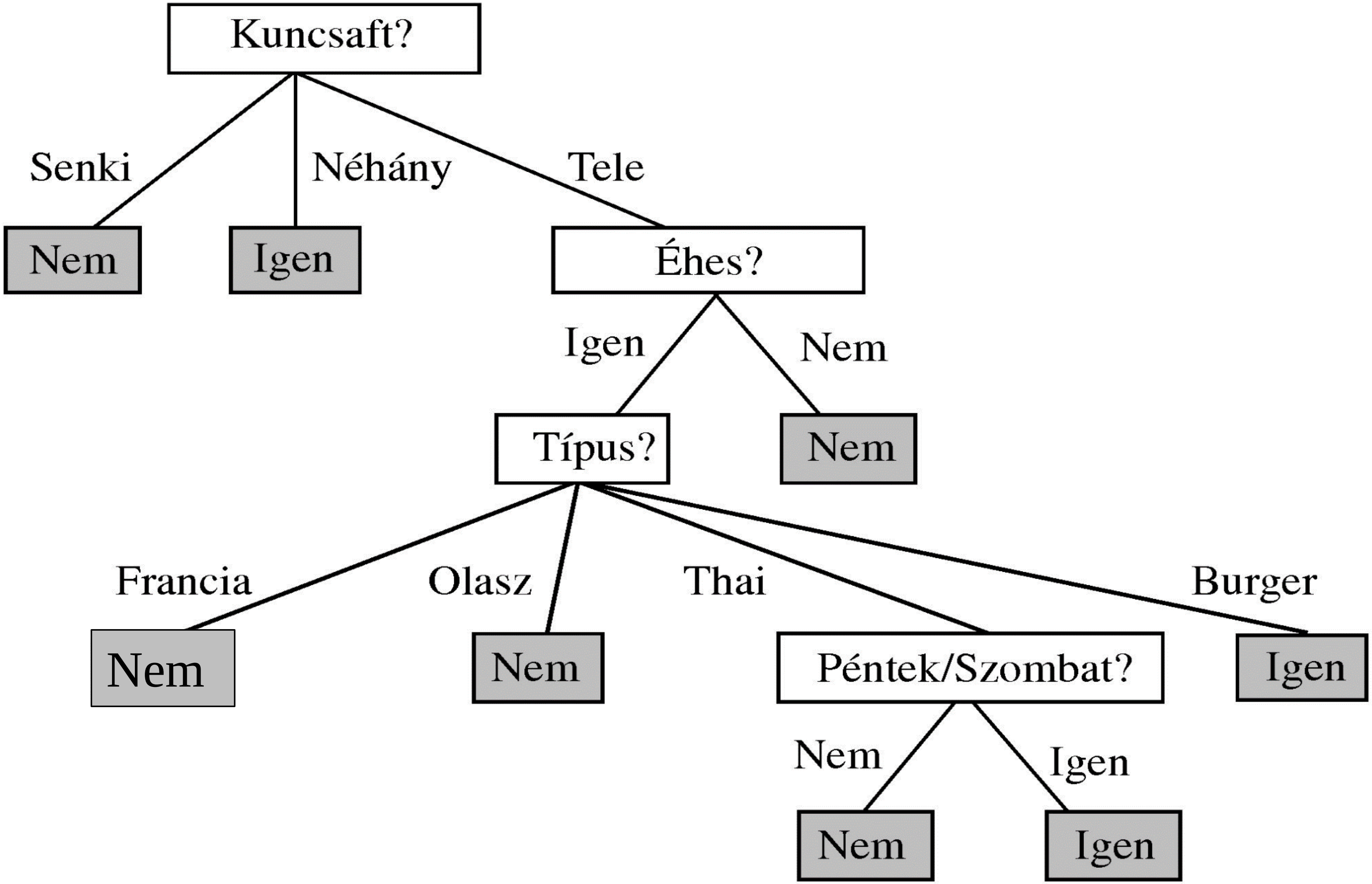
Példa	**Attribútumok**							**Cél**
	Alt	*Bár*	*Pént/Szo*	*Ár*	*Eső*	*Fogl*	*Becs*	***VárniFog***
X_2	*Igen*	*Nem*	*Nem*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*30–60*	***Nem***
X_4	*Igen*	*Nem*	*Igen*	*Olcsó*	*Nem*	*Nem*	*10–30*	***Igen***

A többi nem jó jellemző

Részfában: $p_1 = 1$, $n_1 = 1$, $p_1/(p_1+n_1) = 1/2$, $n_1/(p_1+n_1) = 1/2$

Viszont a ***Pént/Szomb*** vagy a ***Becs*** különböző értéket ad a két (pozitív és negatív) mintára, tehát ezek bármelyikével szétválasztható a két minta

A kialakított döntési fa



Ha pl. a Pént/Szomb helyett a Becs attribútumot választjuk – ugyanúgy **konzisztens** a kialakuló fa mindegyik példánkkal, **DE máshogy általánosít**!

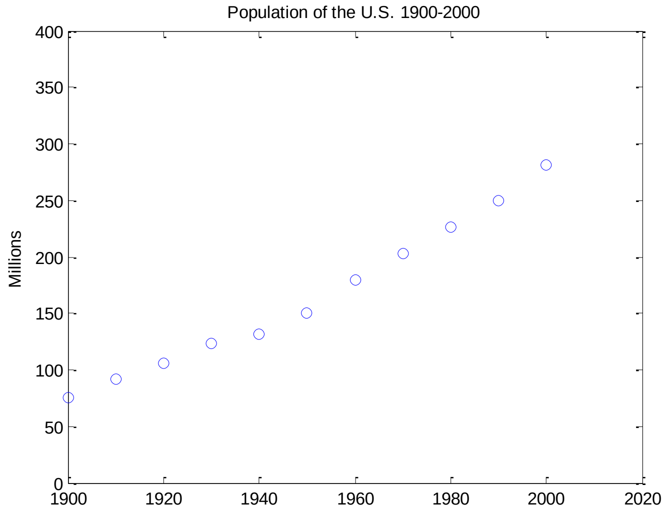
Ha a leíró attribútumok közt van egy, amelyik minden mintára egyedi (pl. a személyazonossági azonosító az embereknél). Jó-e ezt az attribútumot vizsgálnunk?

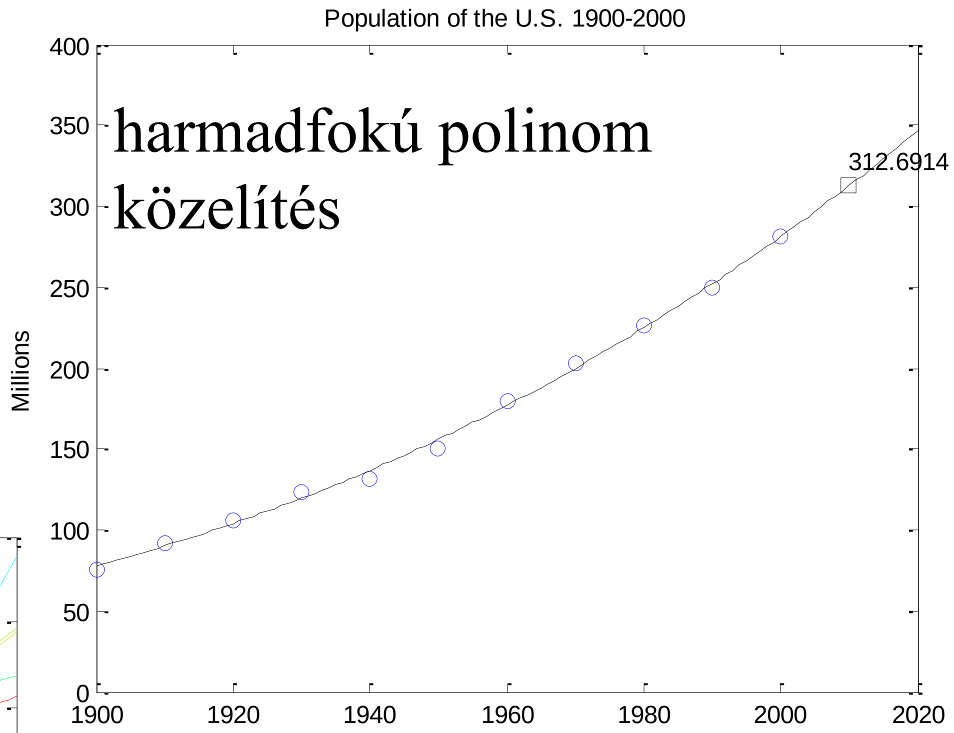
A mohó algoritmusunk szinte biztosan nem ezt fogja kiválasztani tesztelendő attribútumnak, hiszen a tanítómintáink mindegyikét megoldja – nem marad információszükséglet a tökéletes döntéshez. (A tanítómintákon!!!)

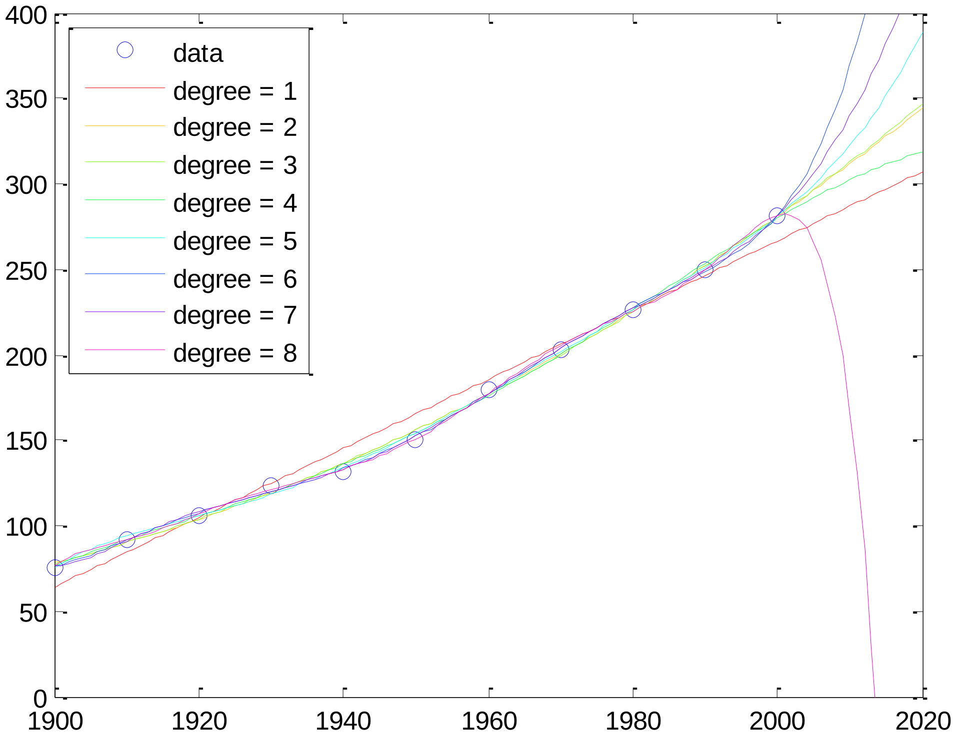
Ugyanakkor ennek a tesztelése értéktelen, mert ha teszteljük, akkor a kialakult fának nem lesz általánosító képessége: új mintákra nem ad választ, csak a meglévő tanítómintáinkra. „Memorizálja a válaszokat."

$\Rightarrow$ Érdemes gyanakodni, ha egy attribútum tesztje nagyon sokféle kimenettel rendelkezik, mert könnyen kialakulhatnak homogén, de nem informatív gyermekcsomópontok

A mintákat torzító zaj hatása – túltanulást okozhat!
(a faék egyszerűségű gondolkodás dicsérete! ☺)





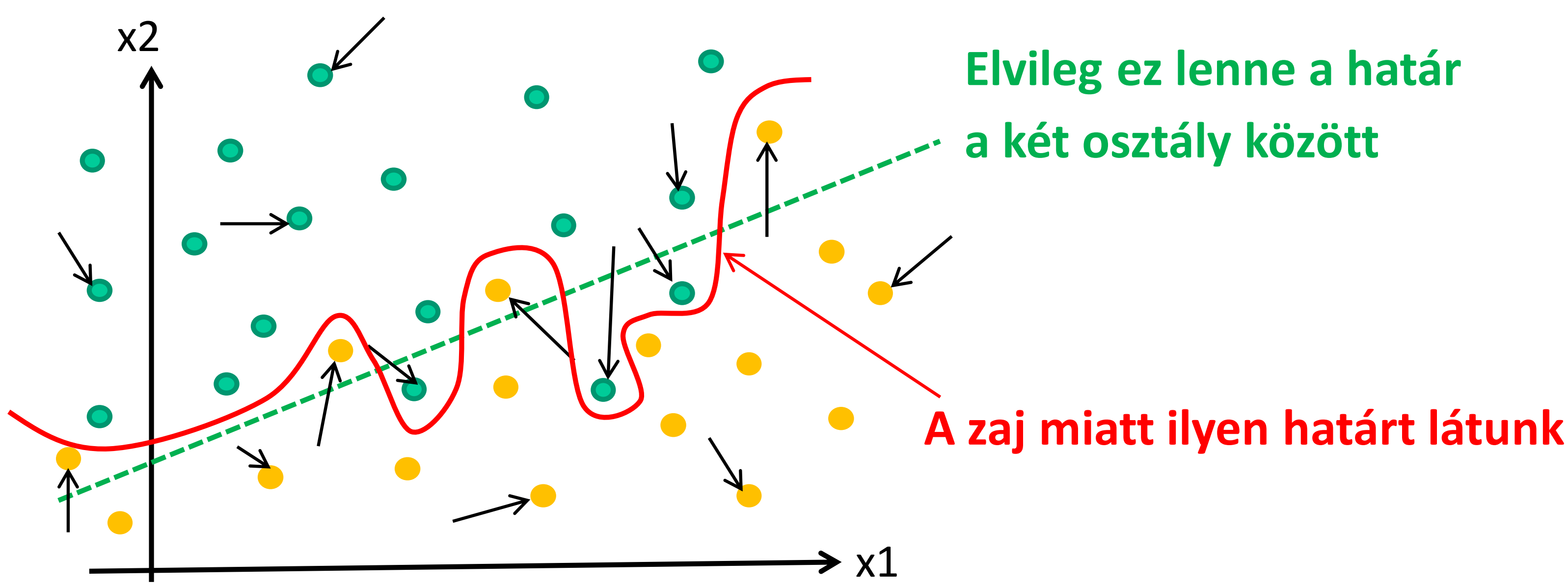


Matlab demó: az 1900-2000 közti népszámlálási adatokból becsüljük 2010-es USA népességet. (Regressziós feladat, de a jelenség a döntéseknél hasonló hatást okoz.)
A nagyon „okos” = túl komplex eszköz a zajt is megtanulja, rosszabbul becsül, mint az egyszerűbb!

Az egyik általános probléma a gépi (de nem csak a gépi) tanulásnál: **a túltanulás**

A túltanulás akkor lép fel, amikor már nem a lényegi információt, hanem a mintákban mindig jelenlévő zajt tanuljuk.

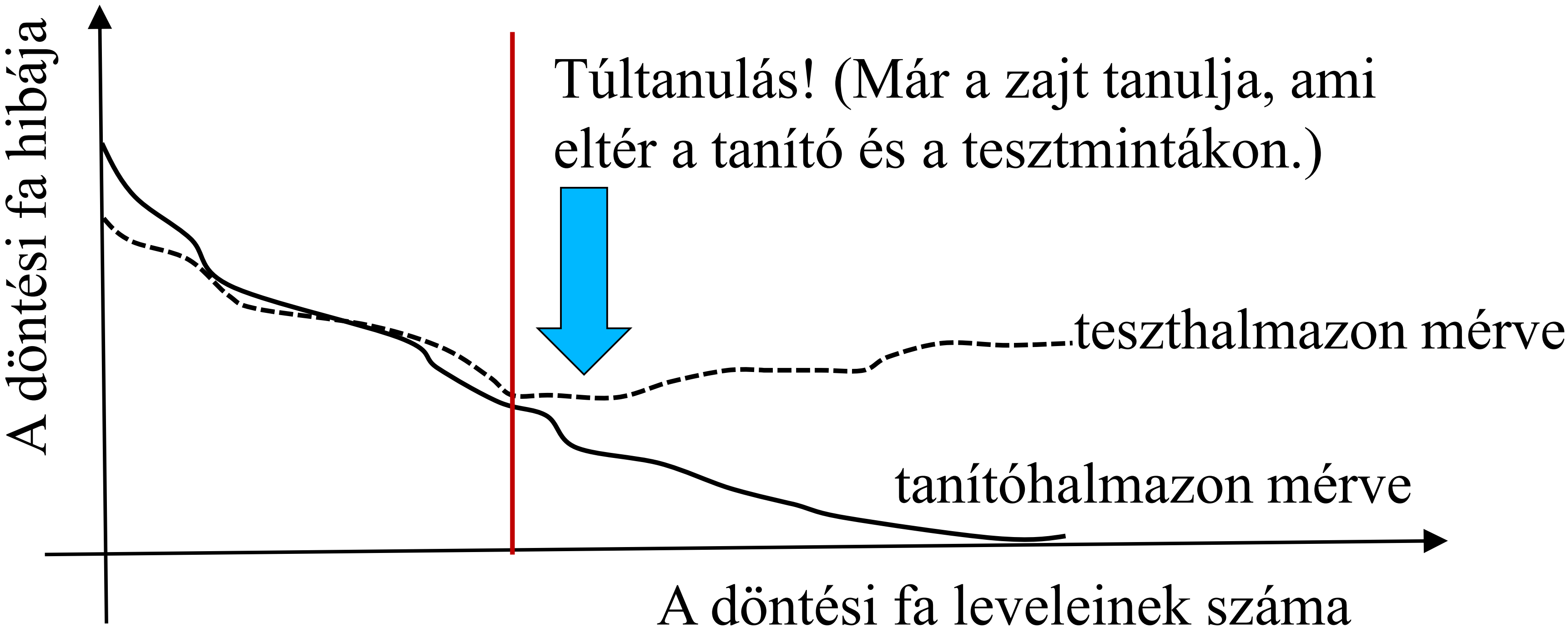
Pl. Kétosztályos problémát tanulunk minták alapján. A mintáinkat 2 paraméter jellemzi (x1 és x2). A zaj miatt nem a valós x1 és x2 értékeket mérjük, a pontokat a valós helyükről elmozdulva látjuk.



Mikor álljunk le a döntési fa növesztésével?

Alapvetően 2 stratégia:

1. ***<u>Korai leállás</u>***



Ahogy növesztjük a fát, egyre több levele van.

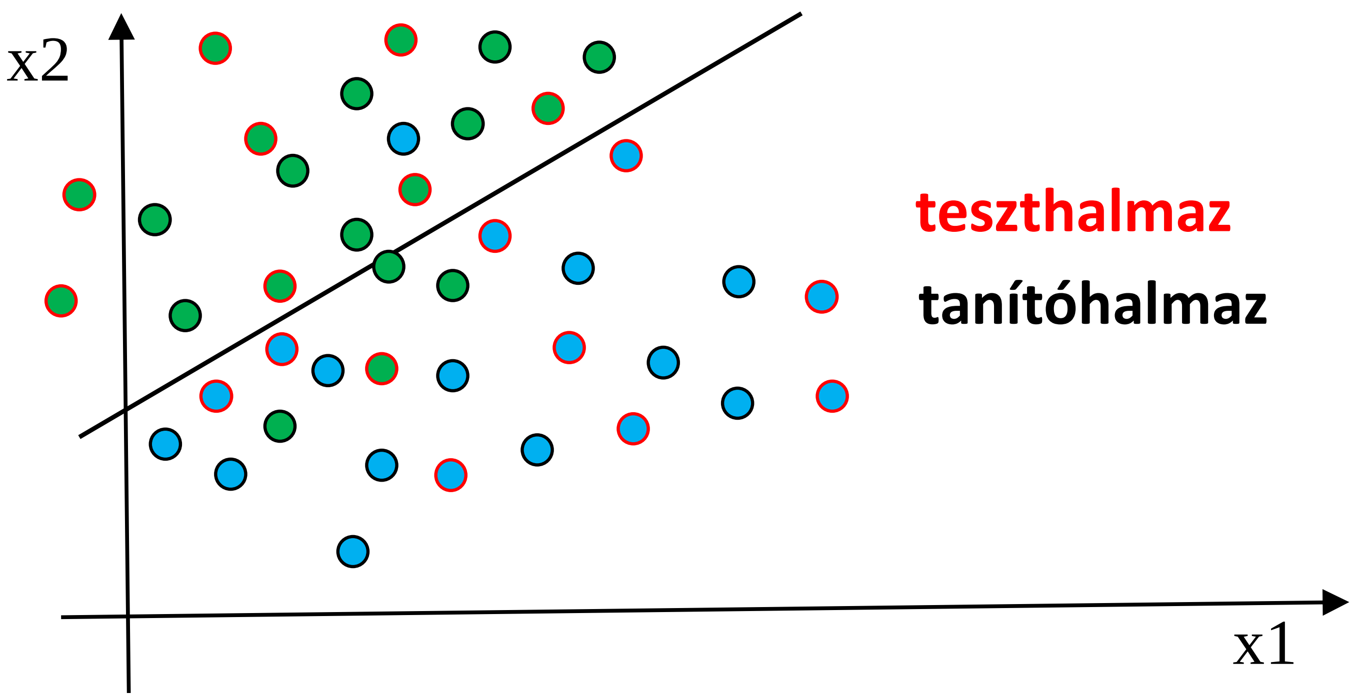
(A levelekkel mérhetjük, hogy mekkorára nőtt a fa, mennyire komplex.)

Mikor álljunk le a tanulással?

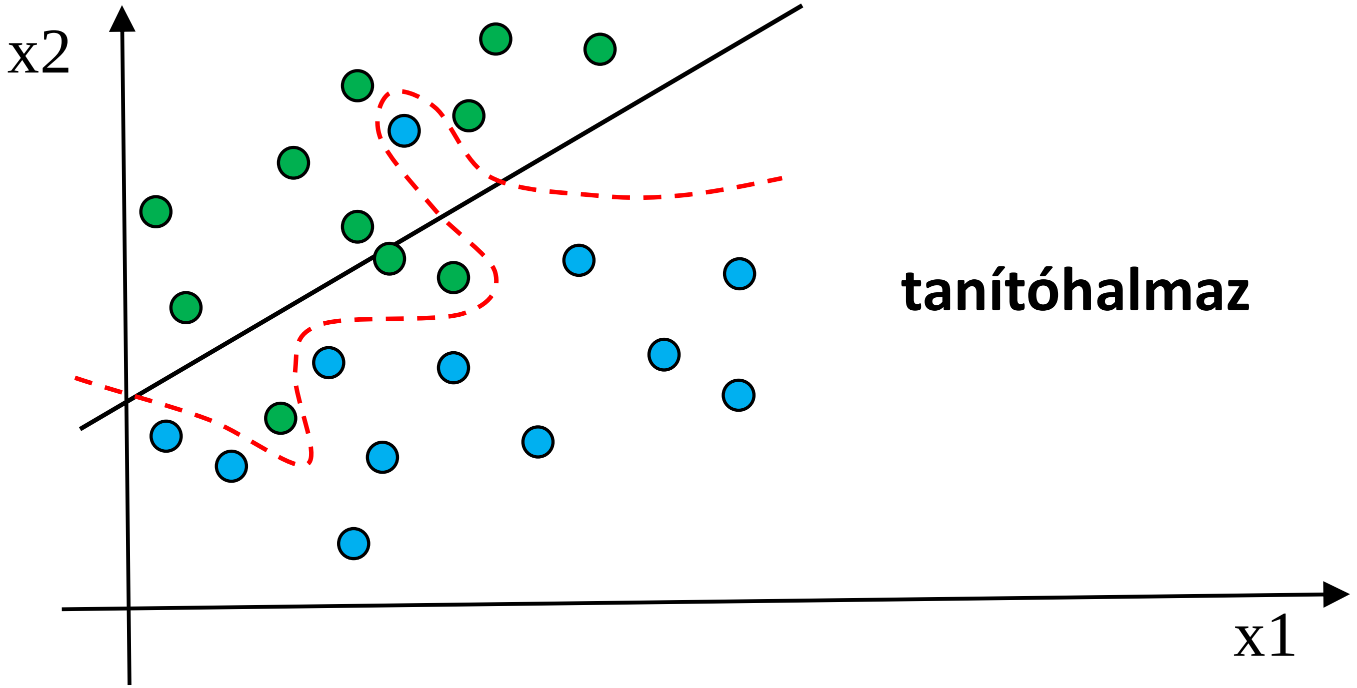
(Esetünkben a döntési fa növesztésével?)

1. <u>stratégia: Korai leállás</u>

Példa:

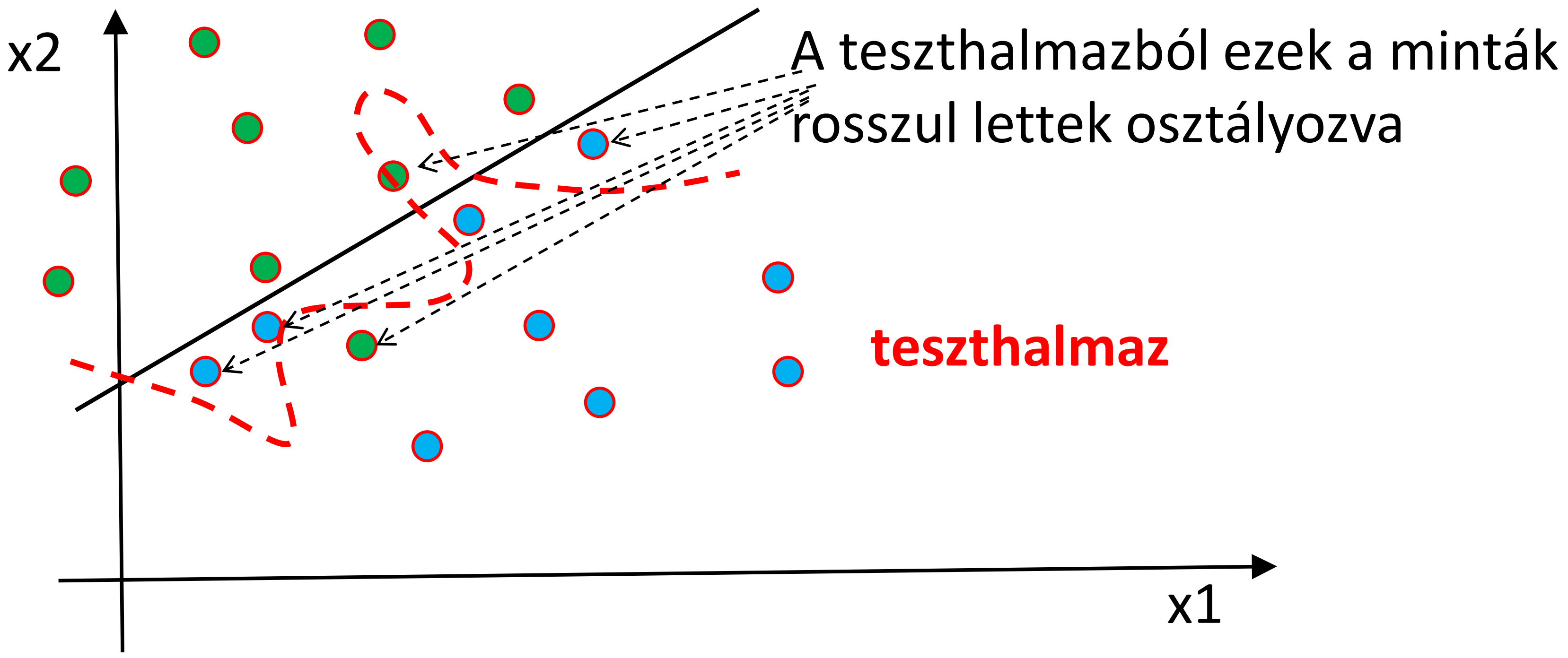


1. stratégia: Korai leállás



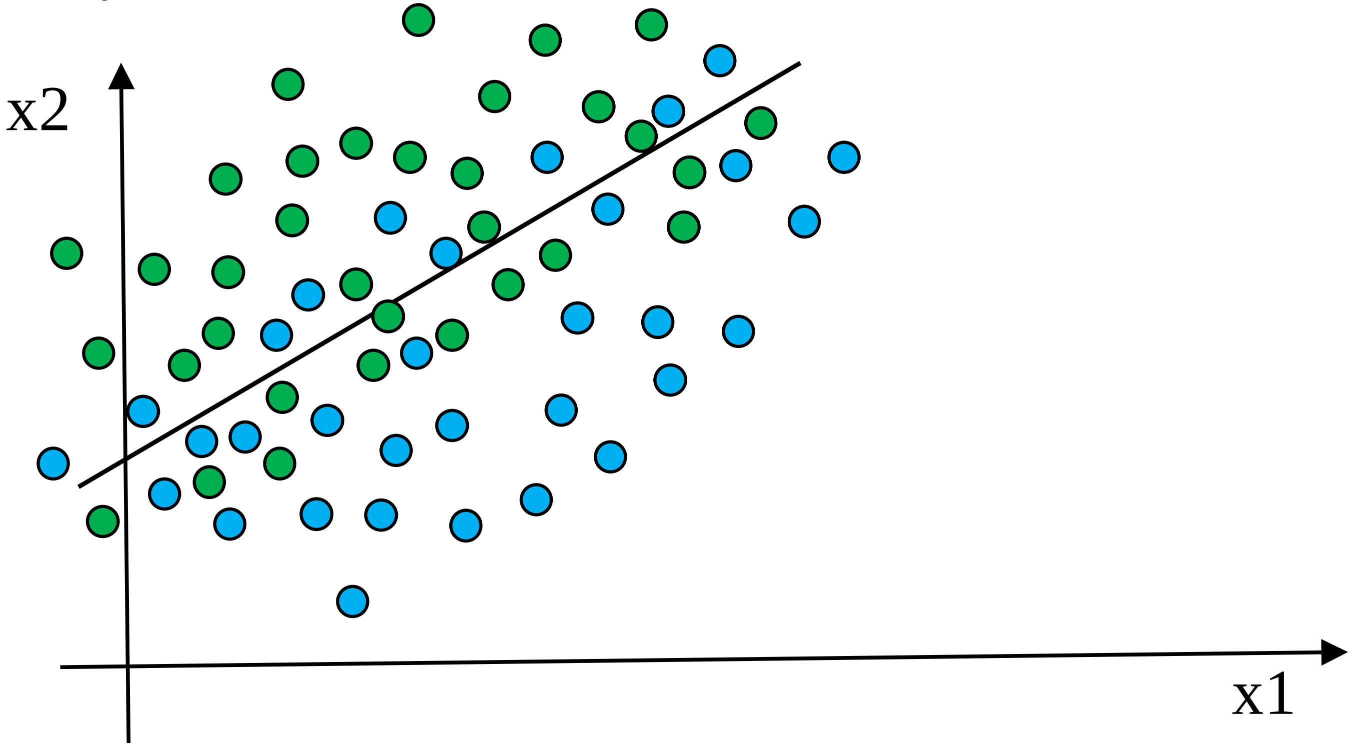
tanítóhalmaz

1. stratégia: Korai leállás



A helyzet javul, ha nagyon sok mintánk van!

Az eszköz már nem talál elválasztó felületet. Meghatározunk egy olyan elválasztó felületet, amely nem 100%-ban tökéletes a tanítómintákra, de a lehető legjobban szétválasztja a két osztályt.



A **hiba** is fáj nekünk, mert téves döntést hozunk miatta. A **komplexitás** is fáj nekünk, mert bonyolultabb (lassabb, drágább) lesz az eszközünk, ráadásul könnyebben esik túltanulásba.
Viszont a hibát általában úgy tudjuk lejjebb vinni, ha a komplexitást növeljük. (A komplexebb, összetettebb tudású szakember vagy MI eszköz – elvileg – kevesebbet téved.)

2. stratégia: Döntési fa nyesése (*pruning*):

(1) Beállított max. mélység (mint a mélységkorlátozott keresésnél), ha elérjük, akkor ezen a szinten mindenképpen leállunk, nem fejtjük ki tovább az adott ágat.

(2) Ezek után vizsgáljuk meg az elvégzett teszteket, ismerjük fel a nem releváns (semmitmondó) felhasznált attribútumot, és az adott ágat ott fejezzük be (metsszük vissza a fát).

Döntési fa nyesése, első lehetőség (a sok közül)

***2.A** <u>Engedjük túlnőni (↔korai leállás), majd visszavágjuk, visszanyessük</u>*

Első lehetőség

Ismerjük fel ha nem releváns attribútumot használtunk, és az adott ágat ne fejtsük ki tovább, sőt messük le a kialakított részfát.

Irreleváns attribútum: példahalmaz kettévágásánál a kapott részhalmazok kb. ugyanolyan arányban tartalmaznak pozitív és negatív példákat, mint az eredeti halmaz.
Az információ nyereség ilyenkor közel 0.

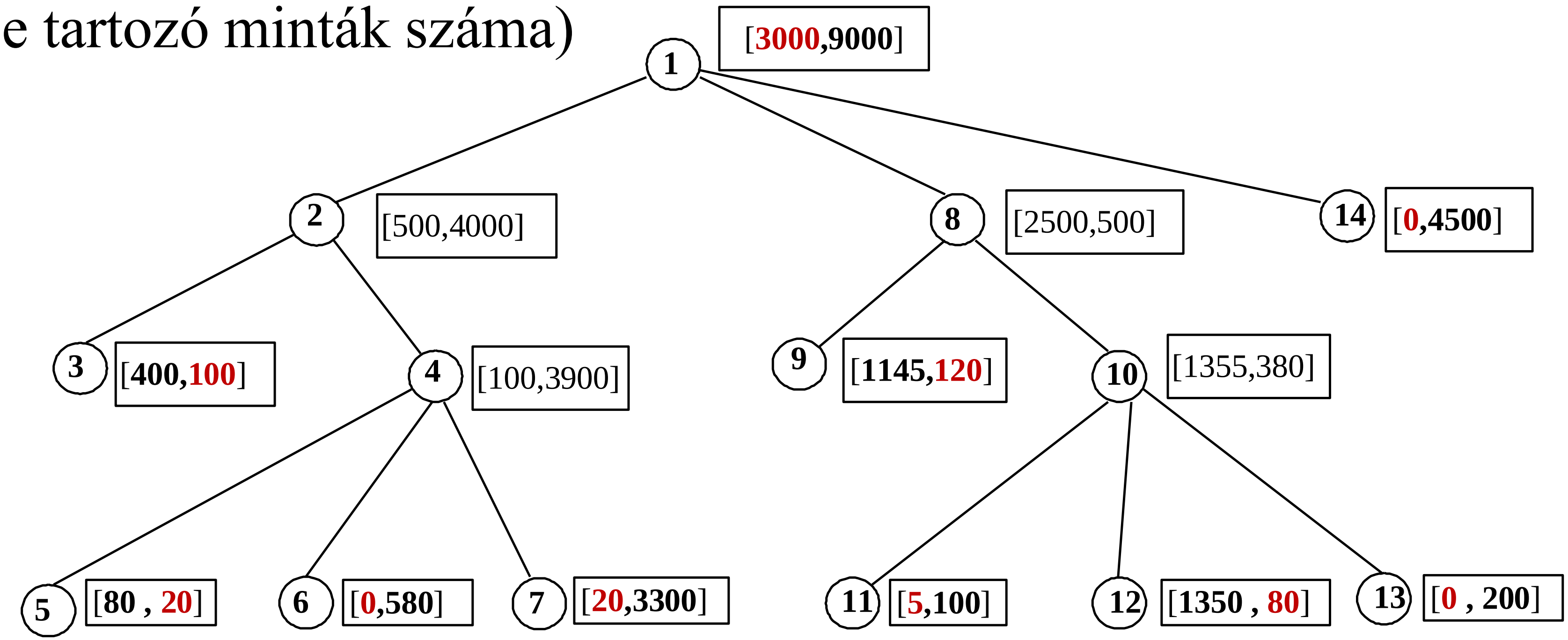
Az információ nyereség hiánya az irrelevancia jó jelzése.
Milyen nagy legyen az információ nyereség, hogy egy attribútumot mégis felhasználjunk a példahalmaz megosztására?

2.B Döntési fa nyesése: *egy másik lehetőség a sok közül*

Hibaarány – komplexitás kompromisszumon alapuló metszés

Egy kétosztályos (bináris) osztályozási példa kapcsán

(Baloldali szám a C1 osztályba tartozó minták száma, jobboldali a C2-be tartozó minták száma)



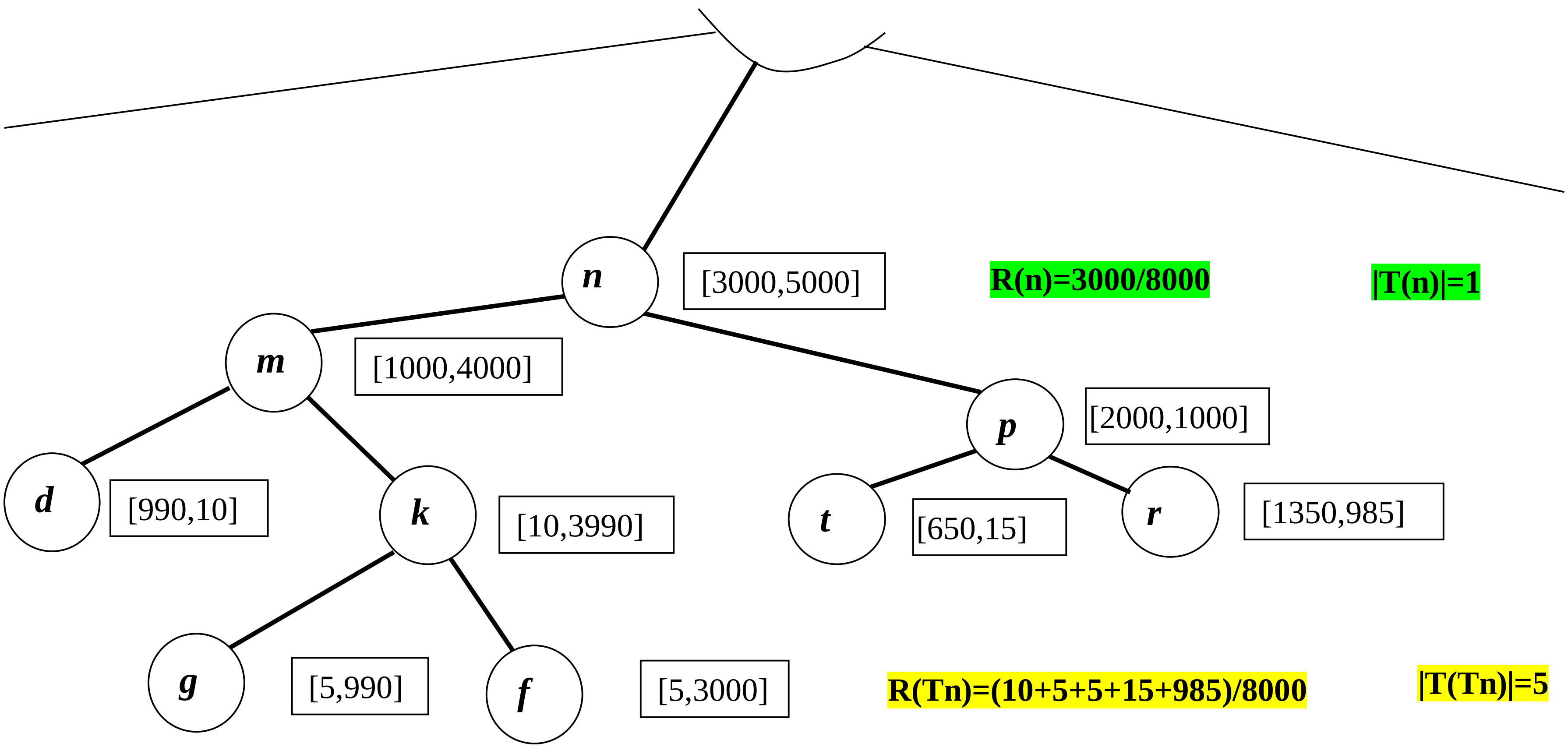
Komplexitás – legyen a levelek száma (lehetne más is), a példánkban:
a gyökérnél 1, a kifejtett fánál 9

Hibaarány:
a gyökérnél 3000/12000 (hiszen a jobb válaszunk C2 lenne),
a kifejtett fánál: (100+20+0+20+120+5+80+0+0)/12000

Hibaarány – komplexitás kompromisszumon alapuló metszés

Számozzuk a csomópontokat, jelölés:

- az *n*-dik csomópontot önmagában (mintha levél lenne) jelölje *n*
- az *n*-edik csomópontból kiinduló részfa T*n*



Hogyan hasonlítsuk össze a komplexitást a hibával?!?

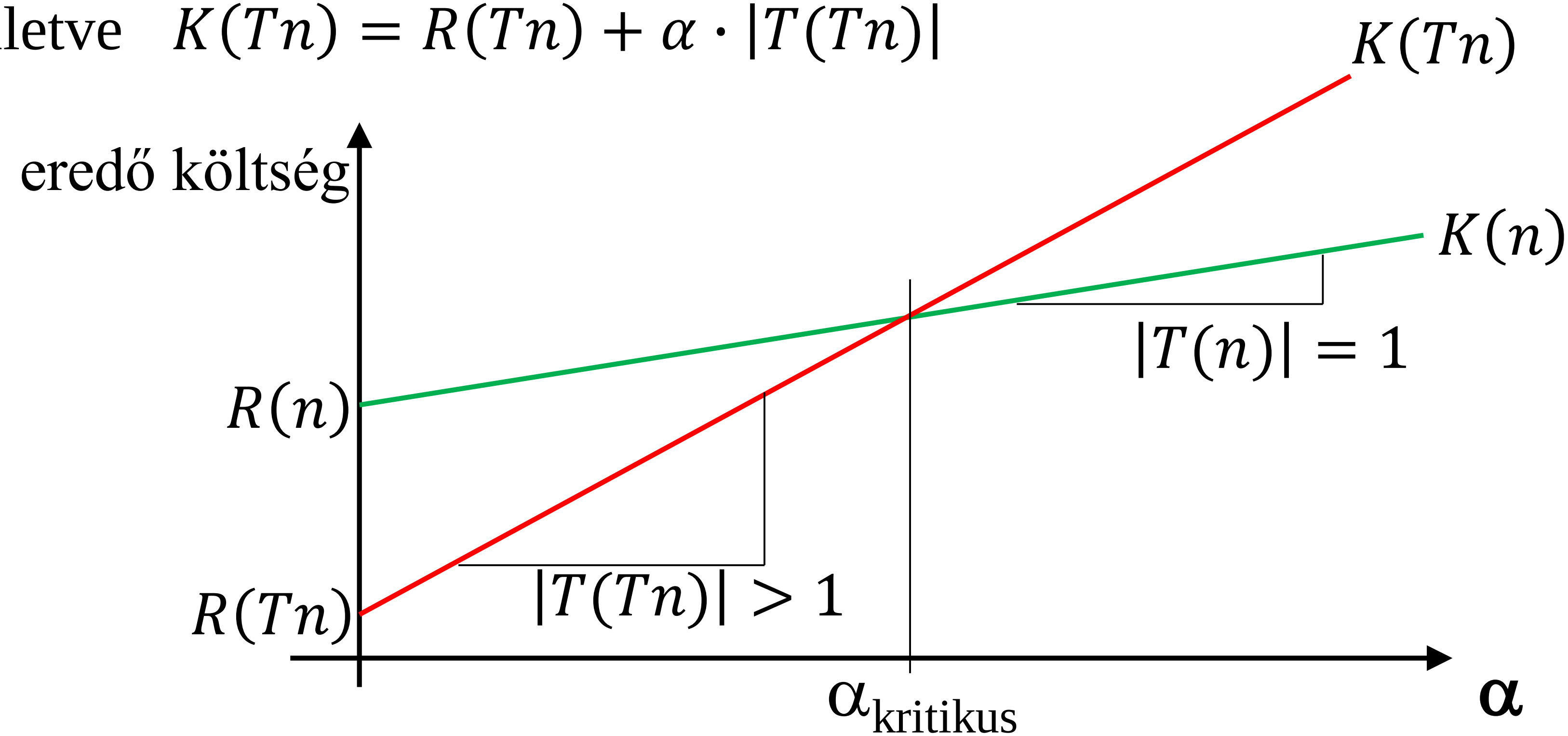
Legyen az összetett, eredő költség (pl. az n-dik csomópontra):

$$K^*(n) = EgységnyiHibaKöltsége \cdot R(n) + EgységnyiKomplexitásKöltsége \cdot |T(n)|$$

Legyen a két költség aránya: $\alpha = \dfrac{EgységnyiKomplexitásKöltsége}{EgységnyiHibaKöltsége}$

Így $K(n) = \dfrac{K^*(n)}{EgységnyiHibaKöltsége} = R(n) + \alpha \cdot |T(n)|$

illetve $K(Tn) = R(Tn) + \alpha \cdot |T(Tn)|$



α_{kritikus} amikor mindegy, hogy levágjuk-e a részfát, az összetett költség azonos az *n*-edik csomópontra, mint levélre, és az *n*-dik csomópontból kiinduló *Tn* részfára

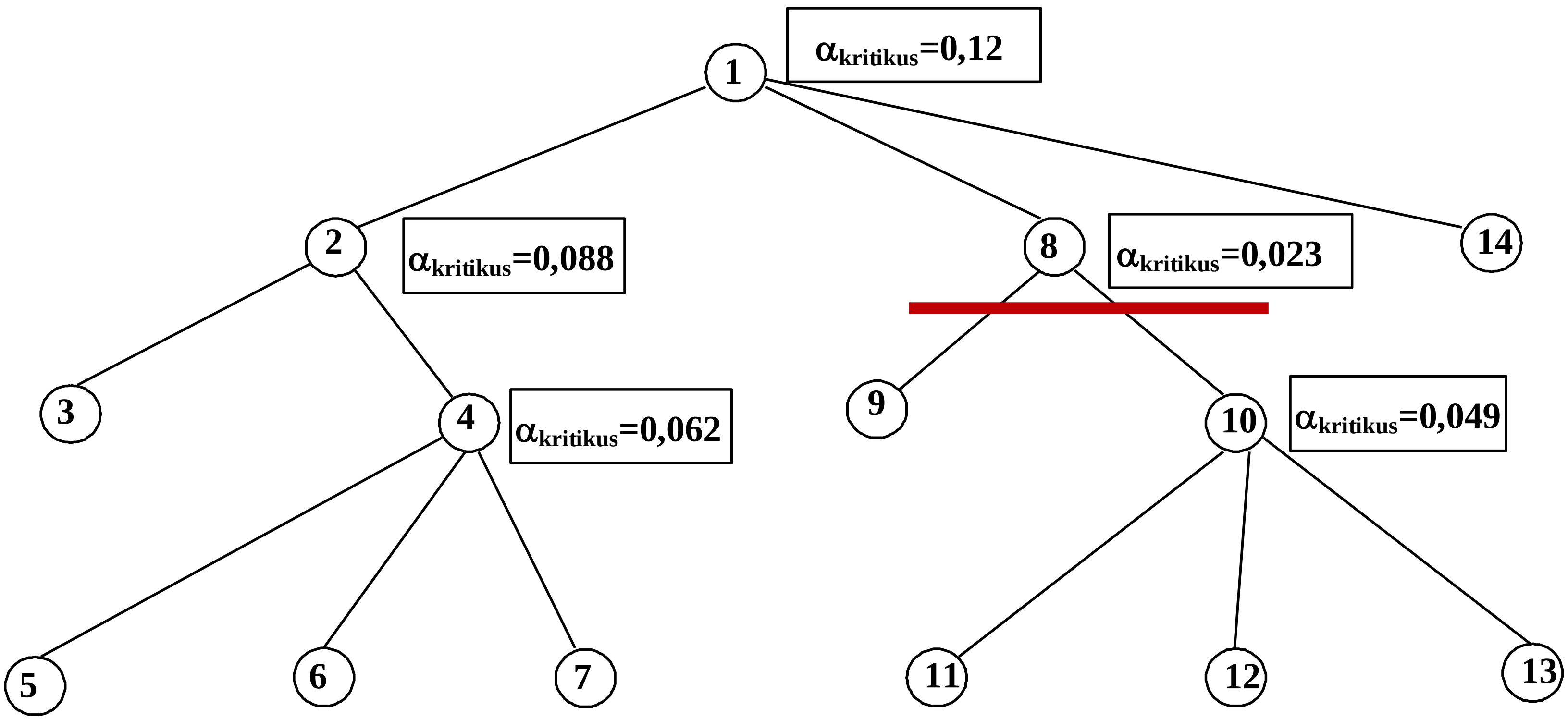
$$R(n) + \alpha_{kritikus} \cdot |T(n)| = R(Tn) + \alpha_{kritikus} \cdot |T(Tn)|$$

$$\alpha_{kritikus} = \frac{R(n) - R(Tn)}{|T(Tn)| - |T(n)|} = \frac{R(n) - R(Tn)}{|T(Tn)| - 1}$$

1. Ha $\alpha = 0$, akkor a komplexitásnak nincs ára, soha nem érdemes visszametszeni
2. $0 < \alpha < \alpha_{\text{kritikus}}$, akkor még mindig jobb nem visszametszeni
3. Ha $\alpha = \alpha_{\text{kritikus}}$, akkor mindegy, hogy visszavágjuk-e
4. Ha $\alpha_{\text{kritikus}} < \alpha$, akkor érdemes visszavágni, olcsóbb abbahagyni az *n*-dik levélnél, nem kifejteni az innen induló részfát

Gondoljuk végig, hogy mi történik, ha **α**–t folyamatosan növeljük 0-tól indulva!

amelyik csomópont $\boldsymbol{\alpha_{kritikus}}$ értékét először érjük el, ott érdemes *leginkább* metszeni a fát! (Persze ha a hiba nem nő túl nagyra)



A számok légből kapottak (csak a példa kedvéért)